

Semantica e Concorrenza

Risolvere i seguenti esercizi, mostrando nel dettaglio i calcoli che portano alla soluzione.

Sistemi di regole

Definire un opportuna grammatica per rappresentazione dei numeri naturali in base **tre** e definire un insieme di regole, SOS style, per valutare la somma.

Teoria dei domini

Definire il grafo del dominio:

$$[[O \rightarrow O] \rightarrow O_{\perp}]$$

Definire inoltre l'insieme di token e l'entailment relation di un information system che generi esattamente lo stesso dominio.

Linguaggi funzionali

Dato il seguente programma funzionale, si assegnami alle variabili un opportuno tipo in modo tale che il programma sia ben tipato. Con questo assegnamento, si calcoli quindi la semantica operativa e denotazionale, nell'ipotesi di valutazione degli argomenti call by value.

$$(\lambda f. \lambda x. (f(f x)))(\lambda g. \lambda y. (g(g y)))(\lambda z. z + 1)0$$

Domini ricorsivi

Descrivere il dominio soluzione dell'equazione ricorsiva: calcolare formalmente i primi information system e domini di approssimazione e quindi descrivere il dominio soluzione.

$$D \cong (O \times D)_{\perp}$$

Linguaggi imperativi

Nell'ipotesi di passaggio di parametri mediante call-reference e binding statico, valutare la semantica denotazionale, basata sulle continuazioni, del seguente programma.

```
begin
  var y := 1;
  proc incrementa(x); x := x + y;
  var y := 2;
  incrementa(y)
end
```

CCS

Si consideri l'algoritmo di Hyman per la mutua esclusione tra due processi P_1 e P_2 . Siano b_1, b_2 due variabili booleane e k una variabile intera che assume valori 1 o 2. Le variabili b_1, b_2 hanno inizialmente valore **false**, mentre k ha valore iniziale arbitrario. Ciascun processo $P_i, i \in \{1, 2\}$, esegue il seguente codice, dove j denota l'indice dell'altro processo.

```
while true do
begin
  "noncritical section";
   $b_i := \text{true}$ ;
  while  $k = j$  do begin
    while  $b_j$  do skip;
     $k := i$ ;
  end;
  "critical section";
   $b_i := \text{false}$ ;
end
```

1. Si rappresenti il codice dei due processi in CCS.
2. Utilizzando la logica di Hennessy-Milner, si dimostri che l'algoritmo di Hyman garantisce la mutua esclusione.

π -calcolo

Si consideri la seguente codifica nel π -calcolo poliadico dei numeri naturali:

$$\underline{n}(xz) \stackrel{def}{=} (\bar{x}.)^n \bar{z}$$

1. Si definisca un processo $Add(x_1z_1, x_2z_2, yw)$, che rappresenta la somma binaria. A questo fine si proceda nel seguente modo:

- (a) Si definiscano processi mutuamente ricorsivi $Copy(xz, yw)$ e $Succ(xz, yw)$, che realizzano rispettivamente l'operazione di copia e il successore di un numero naturale, e se ne dimostri la correttezza, cioè:

$$(\nu xz)(\underline{n}(xz)|Copy(xz, yw)) \approx \underline{n}(yw) \quad \text{e} \quad (\nu xz)(\underline{n}(xz)|Succ(xz, yw)) \approx \underline{n+1}(yw)$$

dove \approx denota la weak bisimilarity.

- (b) Si definisca quindi il processo $Add(x_1z_1, x_2z_2, yw)$ e se ne dimostri la correttezza, cioè:

$$(\nu x_1z_1x_2z_2)(\underline{m}(x_1z_1)|\underline{n}(x_2z_2)|Add(x_1z_1, x_2z_2, yw)) \approx \underline{m+n}(yw)$$

2. Si definisca poi un processo $Mult(x_1z_1, x_2z_2, yw)$ per eseguire la moltiplicazione tra due naturali e se ne dimostri la correttezza. A tal fine servirà prima definire un processo $Double(xz, y_1w_1, y_2w_2)$, che produce due copie di un naturale.