

8.1 ESERCIZIO. Data una rete con fissati valori di divergenza sui nodi si progetti un algoritmo di complessità lineare che calcola un flusso ammissibile in assenza di vincoli di capacità. (suggerimento: si sfruttino strutture ad albero).

SOLUZIONE. La prima fase dell'algoritmo consiste nella costruzione della struttura dati per la seconda fase. Si costruisca un albero di supporto qualsiasi tramite una ricerca a partire da un nodo qualsiasi. Questo si effettua con complessità  $O(m)$ . Durante la ricerca, ad ogni inserzione di nodo  $i$ , viene creato un puntatore  $p(i)$  al nodo da cui il nodo  $i$  viene raggiunto e un indice  $\sigma(i) \in \{-1, 1\}$  tale che  $\sigma(i) = -1$  se l'arco  $(p(i), i)$  è orientato da  $p(i)$  a  $i$  e  $\sigma(i) = 1$  se invece l'arco è orientato  $i$  a  $p(i)$ . I nodi vengono inoltre inseriti in una pila nell'ordine con cui vengono raggiunti dalla ricerca.

Nella seconda fase si visitano i nodi della pila uno alla volta. Sia  $i$  il generico nodo visitato e sia  $b(i)$  il suo valore corrente di divergenza (inizialmente i valori  $b(i)$  sono i valori assegnati, ma durante l'esecuzione dell'algoritmo i valori vengono modificati). Allora all'arco  $(i, p(i))$  viene assegnato il flusso  $\sigma(i) b(i)$  e il valore di divergenza del nodo  $p(i)$  viene modificato in  $b(p(i)) + \sigma(i) b(i)$ . La seconda fase viene eseguita quindi con complessità  $O(n)$ .