6.18 Esercizio. Sia dato il seguente problema:

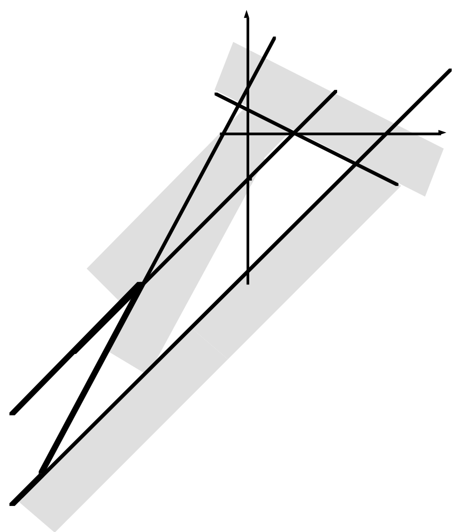
$$
\begin{array}{rl}
\min & x_1 + 3\,x_2 - x_3 - x_4 \\
 & x_1 + x_2 + 2\,x_3 - x_4 = 2 \\
 & 2\,x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\
 & x_i \geq 0
\end{array}
$$

Lo si risolva costruendo dapprima il duale, risolvendo questo per via grafica e infine ricavando l'ottimo primale dalle relazioni di complementarità. ∎

Soluzione. Il duale del problema dato è:

$$
\begin{array}{rl}
\max & 2\,u_1 + 2\,u_2 \\
 & u_1 + 2\,u_2 \leq 1 \\
 & u_1 - u_2 \leq 3 \\
 & 2\,u_1 - u_2 \leq -1 \\
 & -u_1 + u_2 \leq -1
\end{array}
$$

a cui corrisponde l'insieme ammissibile segnato in tratto grosso (con due vertici ed illimitato).



Data la funzione obiettivo l'ottimo è dato dall'intersezione del terzo e quarto vincolo.

$$
\begin{array}{r}
2\,u_1 - u_2 = -1 \\
-u_1 + u_2 = -1
\end{array}
\quad \Longrightarrow \quad \hat{u}_1 = -2 \quad \hat{u}_2 = -3
$$

Siccome il primo e il secondo vincolo sono non attivi in ottimalità deve essere $\hat{x}_1 = \hat{x}_2 = 0$ (per complementarità). Bisogna allora risolvere

$$
\begin{array}{r}
2\,x_3 - x_4 = 2 \\
-x_3 + x_4 = 2
\end{array}
\quad \Longrightarrow \quad \hat{x}_3 = 4, \quad \hat{x}_4 = 6
$$