

6.11 ESERCIZIO. Costruire un problema di programmazione lineare in forma canonica per il quale $\hat{x}_j := 1, j := 1, \dots, 4$, è ottimo primale e $\hat{u}_i := 1, i := 1, \dots, 4$, è ottimo duale. Indicare un metodo generale per ottenere un problema di programmazione lineare con soluzioni primali e duali assegnate. ■

SOLUZIONE. Per i valori indicati un'istanza molto semplice è data da una matrice A identica e da vettori b e c con valori unitari.

In generale se $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ e $\hat{u} \in \mathbb{R}^m$ sono le soluzioni ottime primali e duali assegnate, sia A una qualsiasi matrice $n \times m$ e si calcoli $b' := A \hat{x}$ e $c' := \hat{u} A$. Poi si definisca

$$b_i := \begin{cases} b'_i & \text{se } \hat{u}_i > 0 \\ b'_i - 1 & \text{se } \hat{u}_i = 0 \end{cases} \quad c_j := \begin{cases} c'_j & \text{se } \hat{x}_j > 0 \\ c'_j + 1 & \text{se } \hat{x}_j = 0 \end{cases}$$

(stiamo supponendo che il primale sia un problema di minimo) I valore $b'_i - 1$ e $c'_j + 1$ non sono necessari. Basta che sia $b_i \leq b'_i$ e $c_j \geq c'_j$ e la complementarità è comunque soddisfatta. Se si vuole che la soluzione sia regolare allora deve essere $b_i < b'_i$ e $c_j > c'_j$ e quindi il numero 1 può essere sostituito da qualsiasi reale positivo.