

1.38 ESERCIZIO. Si riformuli la funzione obiettivo dell'esempio 1.34 usando le matrici di permutazione  $x_{ij}$ .

SOLUZIONE. La funzione obiettivo era stata definita nell'esercizio 1.34 come

$$f(\xi) = \sum_{i=1}^n \xi_i a_i$$

con  $\xi_i$  la notazione di una generica permutazione per cui l'elemento  $i$  va in posizione  $\xi_i$  (usiamo qui la variabile  $\xi$  anziché  $x$  per non creare confusione con la matrice di permutazione  $x_{ij}$ ). Quindi  $x_{ij} = 1$  se e solo se  $j = \xi_i$  e quindi la funzione obiettivo può essere riformulata come  $f(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} j a_i$ , cioè come un assegnamento con costi di tipo particolare definiti da  $c_{ij} := j a_i$ .

Nell'esempio dove  $a_1 = 5$ ,  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = 3$  si ha quindi la seguente matrice di costi (con il massimo indicato in grassetto):

$$c := \begin{pmatrix} 5 & 10 & \mathbf{15} \\ \mathbf{2} & 4 & 6 \\ 3 & \mathbf{6} & 9 \end{pmatrix}$$