

1.32 ESERCIZIO. Si calcoli il massimo globale ed i massimi locali di $f(x) := \int_0^x t \sin t dt$, su $F := [0, 6\pi]$. ■

SOLUZIONE. Nell'intervallo aperto $(0, 6\pi)$ i massimi locali si possono calcolare ponendo a zero la derivata prima e considerando il segno della derivata nell'intorno degli zeri.

$$\frac{df(x)}{dx} = x \sin x = 0$$

e si ottengono i valori $x_k = k\pi$ per $k = 1, \dots, 5$. È immediato vedere che per k dispari tali valori sono massimi e per k pari tali valori sono minimi. Quindi $x_1 = \pi$, $x_3 = 3\pi$ e $x_5 = 5\pi$ sono massimi locali.

Per decidere se gli estremi dell'intervallo sono massimi locali è necessario e sufficiente che la derivata sia non negativa in un intervallo sinistro dell'estremo destro o che sia non positiva in un intervallo destro dell'estremo sinistro.

Quindi né 0 né 6π sono massimi locali. Per calcolare il massimo globale bisogna calcolare $f(x_1)$, $f(x_3)$ e $f(x_5)$. Siccome

$$f(x) = \sin x - x \cos x$$

si ha

$$f(x_k) = k\pi$$

e quindi $x_3 = 3\pi$ è il massimo globale (in figura il grafico di $f(x)$).

