

1.30 ESERCIZIO. Si determini una famiglia infinita di funzioni  $f_\alpha$ , in modo da ottenere  $x^2 = \max_\alpha \{f_\alpha(x)\}$ . ■

SOLUZIONE. L'involuppo delle tangenti a  $x^2$  costituisce tale famiglia. Quindi, per ogni  $\alpha \in \mathbb{R}$  si ha  $f(\alpha) = \alpha^2$  e  $f'(\alpha) = 2\alpha$  e la retta tangente  $f_\alpha$  a  $x^2$  che passa per  $(\alpha, \alpha^2)$  è

$$f_\alpha(x) := \alpha^2 + 2(x - \alpha)\alpha = -\alpha^2 + 2\alpha x$$

e allora

$$x^2 = \max_\alpha \{-\alpha^2 + 2\alpha x\}$$