1) Si mostri una Turing-riduzione con cui si possa trovare un circuito hamiltoniano (se esistente) a partire da un oracolo che semplicemente dica se il grafo è o non è hamiltoniano. Si trovi una Turing-riduzione di complessità al più $O(n \log n)$.

Soluzione Si prenda un nodo a caso e si tolga un arco alla volta fra i suoi archi incidenti. Non appena l'oracolo dà la risposta di grafo non hamiltoniano si marchi l'arco come appartenente al circuito e si considerino i rimanenti archi incidenti nel nodo. Di questi si tolga la metà. Se il nuovo grafo è hamiltoniano si tolga la metà degli archi rimanenti, altrimenti si ripristinino gli archi e si tolgano gli altri archi e la metà degli archi ripristinati. Con $O(\log n)$ iterazioni si determina quale altro arco incidente nel nodo appartiene al circuito. Ripetendo la procedura per l'altro nodo estremo di questo arco si ottiene un terzo arco e così via fino ad ottenere il circuito.

2) Si supponga di dover decidere della complessità computazionale del problema del massimo insieme indipendente su un grafo perfetto. Quale affermazione (in base alla teoria svolta ed alla definizione di grafo perfetto) sembra più plausibile?:

– si tratta di un problema **NP**-difficile;

– ci sono buone ragioni per credere che non sia **NP**-difficile.

Soluzione: Il problema del massimo insieme indipendente è in generale **NP**-completo, e quindi sta in **NP**. Quando il grafo è perfetto la cardinalità del massimo insieme indipendente è uguale alla minima decomposizione del grafo in clique. Quindi un certificato succinto per un'istanza di tipo 'no' esiste ed è fornita da una decomposizione in clique. Allora il problema del massimo insieme indipendente su grafi perfetti sta in **Co-NP**. Siccome si ritiene che **CoNP-c** $\cap$ **NP-c**$= \emptyset$ è probabile che non sia **NP**-difficile.