



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in Matematica

ANALISI MATEMATICA II

Appello del 26 giugno 2017

N.B.: scrivere nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio consegnato.

Tempo a disposizione: 3 ore

1 Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 x^3}{1 + n^4 x^4}$$

- determinare l'insieme $P \subseteq \mathbb{R}$ su cui la serie data converge puntualmente;
- determinare tutti e soli gli intervalli $I \subseteq P$ su cui la serie converge totalmente.

2 Data la funzione $f(x, y) = x \ln x + 2y \ln y$

- determinare il dominio di definizione Ω e studiare la continuità/differenziabilità di f ;
- dimostrare che f può essere estesa ad una funzione continua (denotata ancora con f) calcolandone anche i valori assunti su $\partial\Omega$. Verificare che tale estensione non è differenziabile sui punti della frontiera.
- trovare gli eventuali estremi relativi/assoluti di f e individuare $f(\bar{\Omega})$. Dimostrare che esiste il limite $\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow +\infty} f(x, y)$ e calcolarlo;
- dopo averne dimostrato l'esistenza, trovare gli estremi assoluti di f ristretta, rispettivamente, agli insiemi $E_1 = \bar{\Omega} \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq 1\}$ ed $E_2 = \bar{\Omega} \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 2y \leq 1\}$.

3 Data l'equazione differenziale $u'' + u' - 2u = 4t + 3e^t$, dove $u = u(t)$,

- trovare la soluzione generale dell'equazione omogenea associata;
- risolvere il problema di Cauchy con dati $u(0) = -1$, $u'(0) = 2$.

4 In un riferimento Cartesiano x, y, z è dato l'insieme $A \subset \{y = 0, x, z > 0\}$ che è delimitato dalle curve di equazioni

$$z = e^x, \quad z = 4e^x, \quad z = e^{-x+2}, \quad z = e^{-x+4}$$

del piano $y = 0$.

- Calcolare la misura bidimensionale $m_2(A)$ di A ;
- detto M il solido che si ottiene facendo ruotare A di 360° attorno all'asse delle z , calcolare

$$I = \int_M \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}.$$