12/06/2017 CdS Matematica - Seconda prova scritta parziale di Analisi 2

COGNOME E NOME . . . .

N.B.: scrivere nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio consegnato.
Tempo a disposizione: 2.5 ore

1. Dato il problema ai valori iniziali

$$\begin{cases} u' = \dfrac{|u-t|}{t} \\ u(t_o) = u_o \end{cases}$$

dove $u = u(t)$,

a) studiare l'esistenza e unicità locale delle soluzioni per i relativi problemi di Cauchy, al variare di (t_o, u_o). Studiare l'esistenza globale e individuare l'intervallo massimale di esistenza massimale al variare di (t_o, u_o);
b) nel caso $(t_o, u_o) = (1, 2)$ dimostrare (senza utilizzare la forma esplicita) che la relativa soluzione $u(t)$ è unica, globalmente definita in futuro e soddisfa $\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$;
c) sempre nel caso $(t_o, u_o) = (1, 2)$ trovare esplicitamente la soluzione del problema.

2. Calcolare l'area superficiale $A(\partial M)$ di

$$M = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le z \le 8 - x^2 - y^2 \ , \quad z \le 2 \ \right\}.$$

3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \overline{\mathbb{R}}$ una funzione misurabile, tale che

$$0 \le f(x, y, z) \le 2(1 + x^2 + y^2 + z^2)^{-2} \quad \text{per q.o. } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Dimostrare che f è integrabile nel senso di Lebesgue su $\mathbb{R}^3$.