

Equazioni differenziali

Definizione

Un'equazione differenziale è un'equazione in cui l'incognita è una funzione e in cui compaiono anche alcune sue derivate

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Un'equazione differenziale è un'equazione in cui l'incognita è una funzione e in cui compaiono anche alcune sue derivate

Un'equazione differenziale di ordine n si presenta nella forma

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

dove

$$F : I \times \mathbb{R} \times \dots \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$y^{(n)} = \frac{d^n y}{dt^n} \quad I \subseteq \mathbb{R}$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Equazioni in forma normale

Le **equazioni in forma normale**: del tipo

$$y^{(n)} = f(t, y, y', \dots, y^{(n-1)})$$

ovvero esplicitabili rispetto alla variabile $y^{(n)}$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Equazioni in forma normale

Le **equazioni in forma normale**: del tipo

$$y^{(n)} = f(t, y, y', \dots, y^{(n-1)})$$

ovvero esplicitabili rispetto alla variabile $y^{(n)}$

In particolare

$y' = f(t, y)$ equazione diff. di ordine 1
in forma normale

$y'' = f(t, y, y')$ equazione diff. di ordine 2
in forma normale

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Equazioni in forma normale

Le **equazioni in forma normale**: del tipo

$$y^{(n)} = f(t, y, y', \dots, y^{(n-1)})$$

ovvero esplicitabili rispetto alla variabile $y^{(n)}$

In particolare

$$y' = f(t, y) \quad \text{equazione diff. di ordine 1 in forma normale}$$

$$y'' = f(t, y, y') \quad \text{equazione diff. di ordine 2 in forma normale}$$

Esempio: equaz. fondamentale della dinamica

$$s'' = \frac{1}{m} f(t, s, s')$$

m	massa
$s=s(t)$	posizione
f	forza

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy

□ □ □

Soluzione di un'equazione

Una soluzione dell'equazione

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

sull'intervallo I è

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Soluzione di un'equazione

Una **soluzione dell'equazione**

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

sull'intervallo I è

- una funzione $y = y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Soluzione di un'equazione

Una **soluzione dell'equazione**

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

sull'intervallo I è

- una funzione $y = y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$
- derivabile n volte in I

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Soluzione di un'equazione

Una **soluzione dell'equazione**

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

sull'intervallo I è

- una funzione $y = y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$
- derivabile n volte in I
- tale che

$$F(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}(t)) = 0 \quad \underline{\forall t \in I}$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

Data l'equazione

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

Data l'equazione

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

si calcolano le derivate di $y(t)$ fino all'ordine n

$$y(t) \quad y'(t) \quad \dots \quad y^{(n)}(t)$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

Data l'equazione

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

$$y(t) \quad y'(t) \quad \dots \quad y^{(n)}(t)$$

si sostituiscono all'interno dell'equazione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

Data l'equazione

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

$$y(t) \quad y'(t) \quad \dots \quad y^{(n)}(t)$$

si sostituiscono all'interno dell'equazione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

Data l'equazione

$$F(t, y(t), y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

$$y(t) \quad y'(t) \quad \dots \quad y^{(n)}(t)$$

si sostituiscono all'interno dell'equazione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

Data l'equazione

$$F(t, y(t), y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

$$y(t) \quad y'(t) \quad \dots \quad y^{(n)}(t)$$

si sostituiscono all'interno dell'equazione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

Data l'equazione

$$F(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}) = 0$$

$$y(t) \quad y'(t) \quad \dots \quad y^{(n)}(t)$$

si sostituiscono all'interno dell'equazione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

Data l'equazione

$$F(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}) = 0$$

$$y(t) \quad y'(t) \quad \dots \quad y^{(n)}(t)$$


si sostituiscono all'interno dell'equazione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

Data l'equazione

$$F(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}(t)) = 0$$

$$y(t) \quad y'(t) \quad \dots \quad y^{(n)}(t)$$


si sostituiscono all'interno dell'equazione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

$$F(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}(t)) = 0$$

L'equazione in t così ottenuta deve essere vera
per ogni $t \in I$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Problema: come si verifica se una funzione $y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$ è oppure no una soluzione di una data equazione differenziale?

$$F(t, y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}(t)) = 0$$

L'equazione in t così ottenuta deve essere vera
per ogni $t \in I$
altrimenti $y(t)$ non è soluzione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = e^{2t}$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = 2y$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = e^{2t}$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = 2y$$

L'equazione è di ordine 1 quindi calcoliamo la derivata prima di $y(t)$

$$y(t) = e^{2t}$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = e^{2t}$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = 2y$$

L'equazione è di ordine 1 quindi calcoliamo la derivata prima di $y(t)$

$$y'(t) = e^{2t} \cdot 2 \quad y(t) = e^{2t}$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = e^{2t}$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = 2y$$

$$y'(t) = e^{2t}2 \quad y(t) = e^{2t}$$

Sostituiamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = e^{2t}$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = 2y$$
$$y'(t) = e^{2t}2 \qquad y(t) = e^{2t}$$

Sostituiamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy

Vediamo se la funzione $y(t) = e^{2t}$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$e^{2t}2 = 2e^{2t}$$

$$y'(t) = e^{2t}2 \quad y(t) = e^{2t}$$

Sostituiamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = e^{2t}$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$e^{2t}2 = 2e^{2t}$$

Otteniamo un'equazione che è verificata **per ogni $t \in \mathbb{R}$**

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = e^{2t}$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$e^{2t}2 = 2e^{2t}$$

Otteniamo un'equazione che è verificata **per ogni $t \in \mathbb{R}$** quindi $y(t) = e^{2t}$ è soluzione dell'equazione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = e^{2t}$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$e^{2t}2 = 2e^{2t}$$

Otteniamo un'equazione che è verificata **per ogni $t \in \mathbb{R}$** quindi $y(t) = e^{2t}$ è soluzione dell'equazione

Proviamo a fare l'analogo con la funzione $y(t) = t^2$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione
su \mathbb{R} di

$$y' = 2y$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = 2y$$

Calcoliamo la derivata prima di $y(t)$

$$y(t) = t^2$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = 2y$$

Calcoliamo la derivata prima di $y(t)$

$$y'(t) = 2t \quad y(t) = t^2$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = 2y$$

$$y'(t) = 2t \quad y(t) = t^2$$

Sostituiamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$\begin{array}{ccc} & y' = 2y & \\ \nearrow & & \nwarrow \\ y'(t) = 2t & & y(t) = t^2 \end{array}$$

Sostituiamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$2t = 2t^2$$

$$y'(t) = 2t \quad y(t) = t^2$$

Sostituiamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$2t = 2t^2$$

Otteniamo un'equazione che **non** è verificata per ogni $t \in \mathbb{R}$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$2t = 2t^2$$

Otteniamo un'equazione che **non** è verificata per ogni $t \in \mathbb{R}$

Ad esempio per $t = 2$ otteniamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$2 \cdot 2 = 2 \cdot 2^2$$

Otteniamo un'equazione che **non** è verificata per ogni $t \in \mathbb{R}$

Ad esempio per $t = 2$ otteniamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$4 \neq 8$$

Otteniamo un'equazione che **non** è verificata per ogni $t \in \mathbb{R}$

Ad esempio per $t = 2$ otteniamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = t^2$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$4 \neq 8$$

Otteniamo un'equazione che **non** è verificata **per ogni $t \in \mathbb{R}$**

Ad esempio per $t = 2$ otteniamo

Quindi $y(t) = t^2$ non è soluzione della equazione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Si può poi verificare che le funzioni

$$y_c(t) = c e^{2t}$$

al variare di $c \in \mathbb{R}$, sono tutte soluzioni su \mathbb{R} di

$$y' = 2y$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Si può poi verificare che le funzioni

$$y_c(t) = c e^{2t}$$

al variare di $c \in \mathbb{R}$, sono tutte soluzioni su \mathbb{R} di

$$y' = 2t$$

In generale le soluzioni di una equazione differenziale non sono uniche

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Si può poi verificare che le funzioni

$$y_c(t) = c e^{2t}$$

al variare di $c \in \mathbb{R}$, sono tutte soluzioni su \mathbb{R} di

$$y' = 2t$$

In generale le soluzioni di una equazione differenziale non sono uniche

L'insieme di tutte le soluzioni di un'equazione differenziale viene detto **soluzione generale**

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = \ln(t^2 + 1)$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = \frac{2t}{e^y}$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = \ln(t^2 + 1)$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = \frac{2t}{e^y}$$

L'equazione è di ordine 1 quindi calcoliamo la derivata prima di $y(t)$

$$y(t) = \ln(t^2 + 1)$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = \ln(t^2 + 1)$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = \frac{2t}{e^y}$$

L'equazione è di ordine 1 quindi calcoliamo la derivata prima di $y(t)$

$$y'(t) = \frac{1}{t^2 + 1} 2t \qquad y(t) = \ln(t^2 + 1)$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = \ln(t^2 + 1)$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = \frac{2t}{e^y}$$

$$y'(t) = \frac{1}{t^2 + 1} 2t \qquad y(t) = \ln(t^2 + 1)$$

Sostituiamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = \ln(t^2 + 1)$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$y' = \frac{2t}{e^y}$$
$$y'(t) = \frac{1}{t^2 + 1} 2t$$
$$y(t) = \ln(t^2 + 1)$$

Sostituiamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = \ln(t^2 + 1)$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$\frac{2t}{t^2 + 1} = \frac{2t}{e^{\ln(t^2 + 1)}}$$

$$y'(t) = \frac{1}{t^2 + 1} 2t \qquad y(t) = \ln(t^2 + 1)$$

Sostituiamo

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = \ln(t^2 + 1)$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$\frac{2t}{t^2 + 1} = \frac{2t}{e^{\ln(t^2+1)}}$$

Otteniamo un'equazione che è verificata **per ogni $t \in \mathbb{R}$** , infatti

$$e^{\ln(t^2+1)} = t^2 + 1 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Vediamo se la funzione $y(t) = \ln(t^2 + 1)$ è soluzione su \mathbb{R} di

$$\frac{2t}{t^2 + 1} = \frac{2t}{e^{\ln(t^2+1)}}$$

Otteniamo un'equazione che è verificata **per ogni $t \in \mathbb{R}$** , infatti

$$e^{\ln(t^2+1)} = t^2 + 1 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

quindi $y(t) = \ln(t^2 + 1)$ è soluzione dell'equazione

Definizioni

Equazioni differenziali

Equazioni in forma normale

Soluzione di un'equazione

Verifica

Esempio

Soluzione generale

Esempio

Il problema di Cauchy



Il problema di Cauchy

Problema di Cauchy o problema ai valori iniziali:

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Il problema di Cauchy

Problema di Cauchy o problema ai valori iniziali:

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

istante iniziale

dato iniziale

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Il problema di Cauchy

Problema di Cauchy o problema ai valori iniziali:

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Una soluzione del problema di Cauchy è

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Il problema di Cauchy

Problema di Cauchy o problema ai valori iniziali:

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Una **soluzione del problema di Cauchy** è

■ una funzione $y = y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Il problema di Cauchy

Problema di Cauchy o **problema ai valori iniziali**:

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Una **soluzione del problema di Cauchy** è

- una funzione $y = y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$
- soluzione dell'equazione $y' = f(t, y)$

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Il problema di Cauchy

Problema di Cauchy o problema ai valori iniziali:

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Una **soluzione del problema di Cauchy** è

- una funzione $y = y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$
- soluzione dell'equazione $y' = f(t, y)$
- tale che $t_0 \in I$ e $y(t_0) = y_0$

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Il problema di Cauchy

Problema di Cauchy o problema ai valori iniziali:

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Una **soluzione del problema di Cauchy** è

- una funzione $y = y(t) : I \mapsto \mathbb{R}$
- soluzione dell'equazione $y' = f(t, y)$
- tale che $t_0 \in I$ e $y(t_0) = y_0$

Sotto opportune ipotesi di continuità e derivabilità di f la soluzione del problema di Cauchy esiste ed è unica

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio

□ □ □ □ □ □

Consideriamo il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Consideriamo il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

L'equazione differenziale ammette come soluzioni le funzioni $y_c(t) = c e^{2t}$, $c \in \mathbb{R}$

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Consideriamo il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

L'equazione differenziale ammette come soluzioni le funzioni $y_c(t) = c e^{2t}$, $c \in \mathbb{R}$

Determiniamo c tale che valga $y(1) = 5$:

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Consideriamo il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

L'equazione differenziale ammette come soluzioni le funzioni $y_c(t) = c e^{2t}$, $c \in \mathbb{R}$

Determiniamo c tale che valga $y(1) = 5$: dovrà essere

$$5 = y_c(1) = c e^2$$

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Consideriamo il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

L'equazione differenziale ammette come soluzioni le funzioni $y_c(t) = c e^{2t}$, $c \in \mathbb{R}$

Determiniamo c tale che valga $y(1) = 5$: dovrà essere

$$5 = y_c(1) = c e^2 \quad \Longrightarrow \quad c = 5 e^{-2}$$

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Consideriamo il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

L'equazione differenziale ammette come soluzioni le funzioni $y_c(t) = c e^{2t}$, $c \in \mathbb{R}$

Determiniamo c tale che valga $y(1) = 5$: dovrà essere

$$5 = y_c(1) = c e^2 \quad \implies \quad c = 5 e^{-2}$$

La soluzione del problema di Cauchy è

$$y(t) = 5 e^{-2} e^{2t}$$

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio



Consideriamo il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

L'equazione differenziale ammette come soluzioni le funzioni $y_c(t) = c e^{2t}$, $c \in \mathbb{R}$

Determiniamo c tale che valga $y(1) = 5$: dovrà essere

$$5 = y_c(1) = c e^2 \quad \implies \quad c = 5 e^{-2}$$

La soluzione del problema di Cauchy è

$$y(t) = 5 e^{-2} e^{2t} = 5 e^{2(t-1)}$$

Definizioni

Il problema di Cauchy

Definizione

Esempio

□ □ □ □ □ □