Limiti

Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Corso di Laurea in Biotecnologie A.A. 2015-2016 - Modulo di Matematica - Limiti

Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

I valori

cresceranno?

Limiti di funzioni reali Introduzione Esempio 1 Esempio 2 Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$ Limite finito per $x \to +\infty$ Illustrazione della definizione 1 Illustrazione della definizione 2 Illustrazione della definizione 3 Limiti di successioni Altri Limiti Verifiche di limite Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

I valori

- cresceranno?
- decresceranno?

Limiti di funzioni reali Introduzione Esempio 1 Esempio 2 Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$ Limite finito per $x \to +\infty$ Illustrazione della definizione 1 Illustrazione della definizione 2 Illustrazione della definizione 3 Limiti di successioni Altri Limiti Verifiche di limite

Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

I valori

- cresceranno?
- decresceranno?
- approssimeranno sempre meglio un qualche valore "limite"?

Limiti di funzioni reali Introduzione Esempio 1 Esempio 2 Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$ Limite finito per $x \to +\infty$ Illustrazione della definizione 1 Illustrazione della definizione 2 Illustrazione della definizione 3 Limiti di successioni

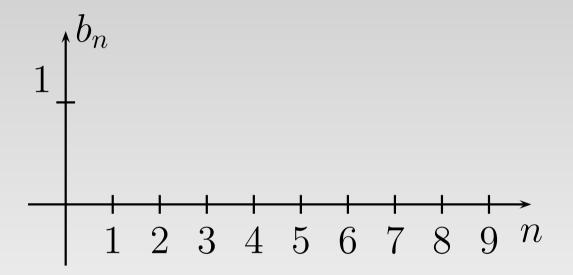
Limiti e continuità

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

0000

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

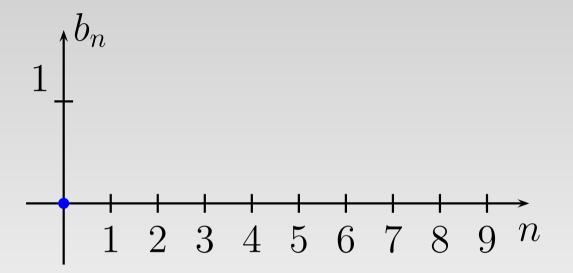
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

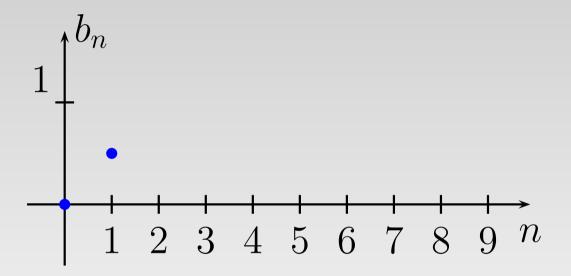
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0 1	0 1/2
1	1/2

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

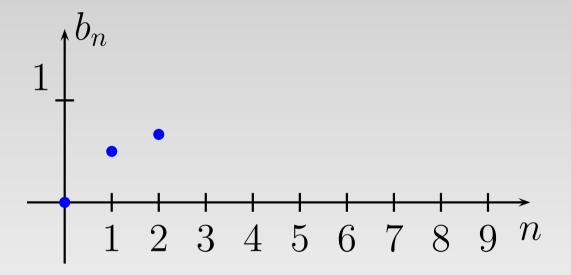
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
$\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$	1/2 2/3
	213

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

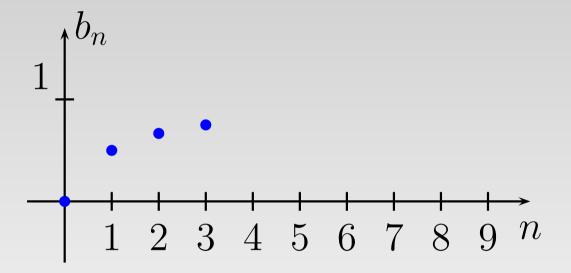
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0 1 2 3	0 1/2 2/3
3	3/4

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x\!\to\!+\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

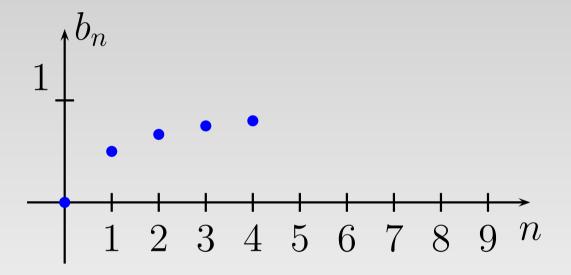
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

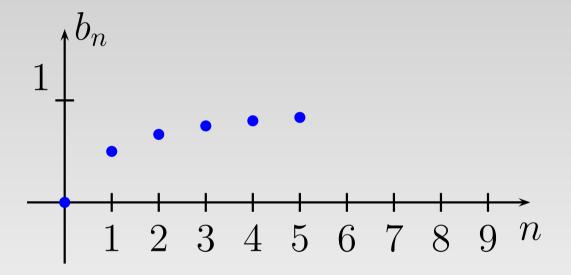
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

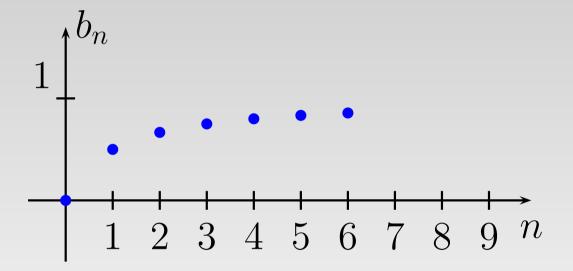
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

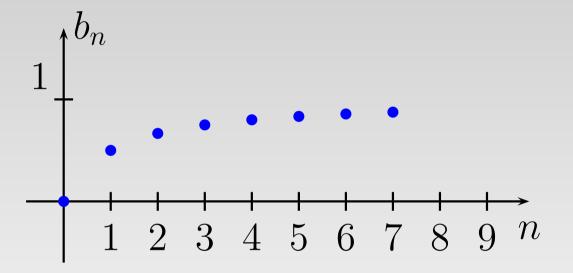
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x\!\to\!+\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

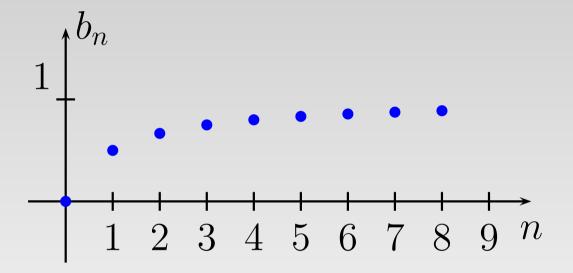
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0 1 2 3 4 5 6 7 8	0 1/2 2/3 3/4 4/5 5/6 6/7 7/8 8/9
Ü	0/ 2

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

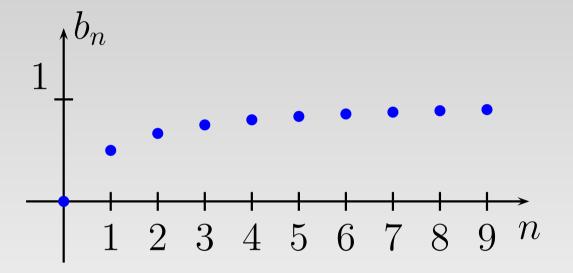
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9
9	9/10

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

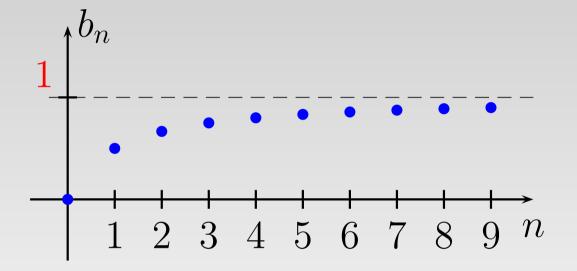
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9
9	9/10

Si osserva che i valori tendono a crescere ed avvicinarsi sempre più a 1

Limiti di funzioni reali Introduzione

Esempio 1 Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$ Limite finito per $x \to +\infty$ Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2
Illustrazione della definizione 3

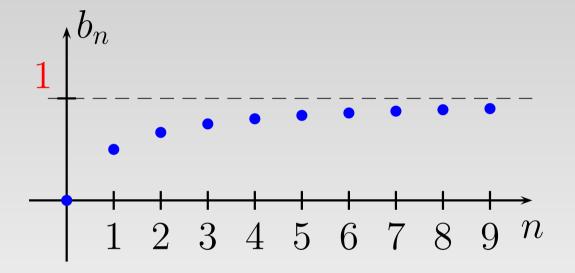
Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9
9	9/10

Si osserva che i valori tendono a crescere ed avvicinarsi sempre più a 1

Il concetto di limite (finito) formalizzerà questa osservazione

Limiti di funzioni reali
Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$ Limite finito per $x \to +\infty$ Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

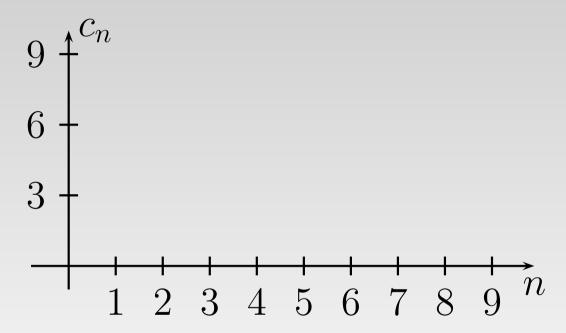
Altri Limiti

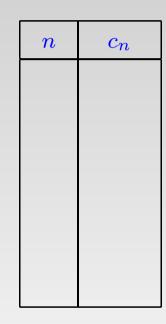
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$





Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

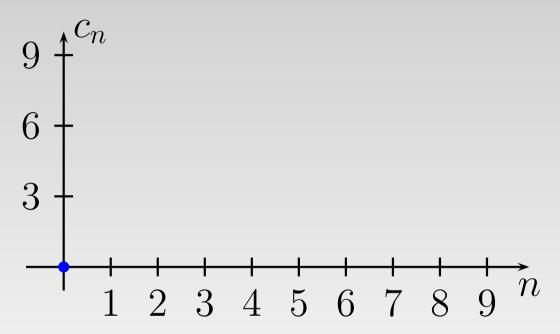
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite
$$+\infty$$
 per $x \to +\infty$
Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per
$$x \to +\infty$$

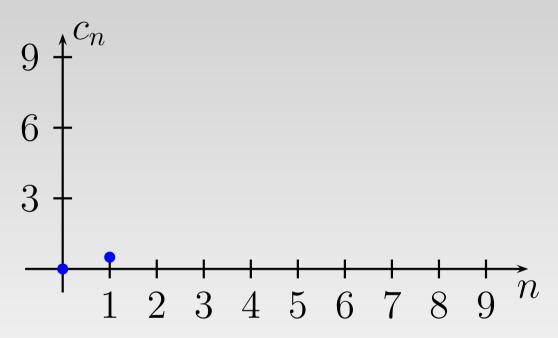
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

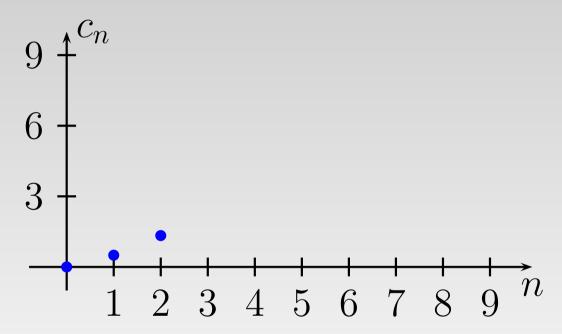
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0 1 2	0 1/2 4/3

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

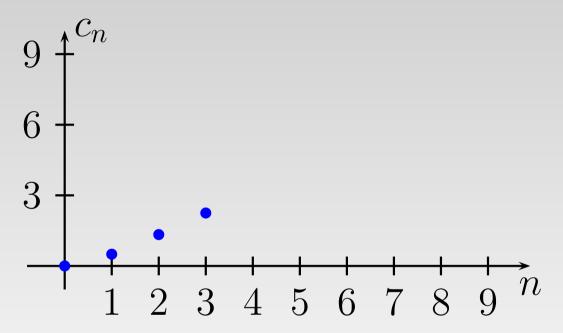
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0 1 2 3	0 1/2 4/3 9/4

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite
$$+\infty$$
 per $x \to +\infty$
Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per
$$x \to +\infty$$

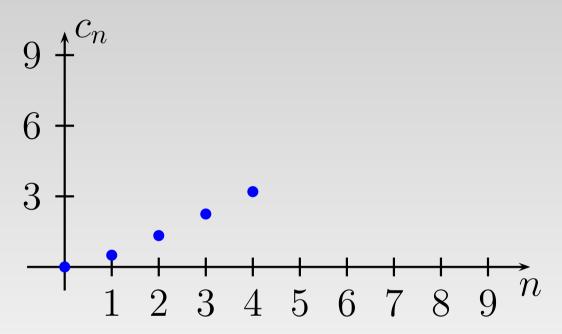
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite
$$+\infty$$
 per $x \to +\infty$
Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per
$$x \to +\infty$$

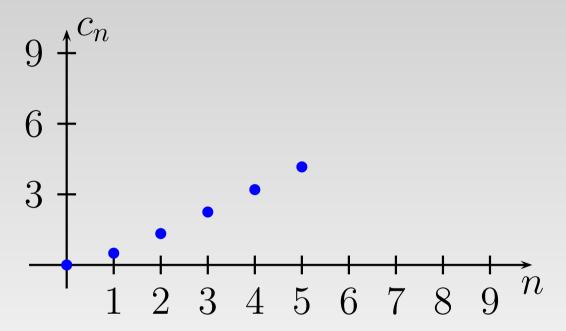
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

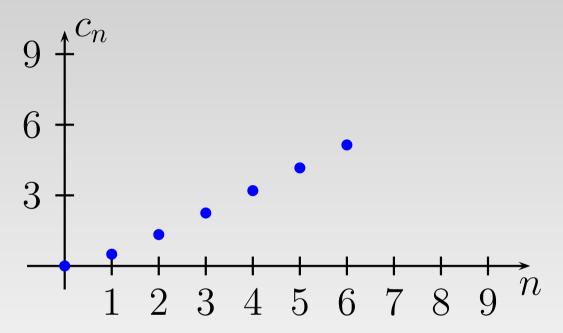
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

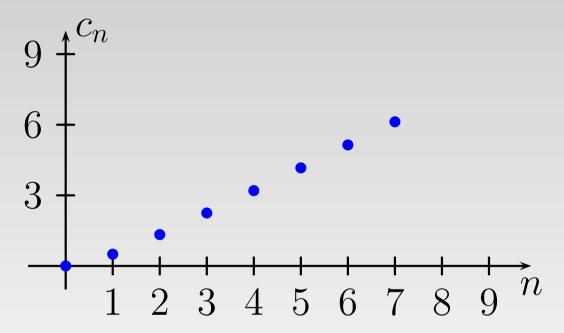
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

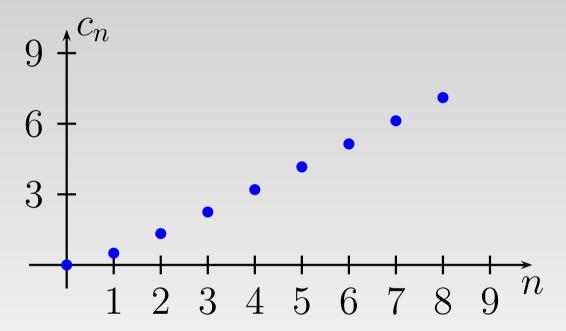
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0 1 2 3 4 5 6 7 8	0 1/2 4/3 9/4 16/5 25/6 36/7 49/8 64/9

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

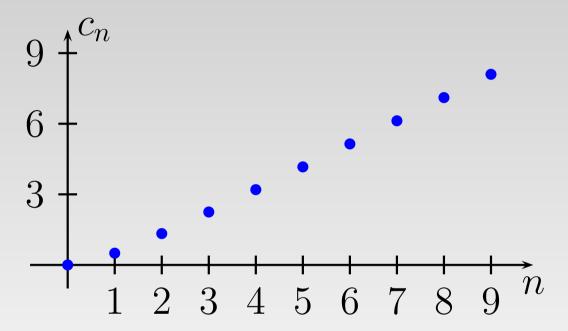
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8
8	64/9
9	81/10

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

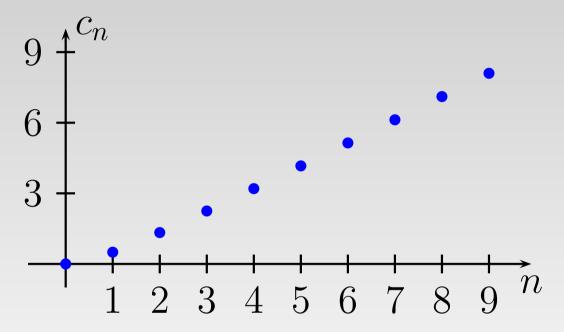
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8
8	64/9
9	81/10

Si osserva che, al crescere di n, i valori c_n crescono, ma non esiste un maggiorante

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

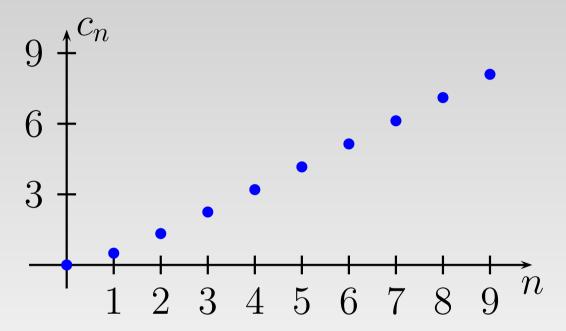
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8
8	64/9
9	81/10

Si osserva che, al crescere di n, i valori c_n crescono, ma non esiste un maggiorante

Il concetto di limite (infinito) formalizzerà questa osservazione

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f:A\to\mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $+\infty$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

se per ogni $M \in \mathbb{R}$ esiste $x_M \in \mathbb{R}$ tale che f(x) > M per ogni $x \in A$ tale che $x > x_M$

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f:A\to\mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $-\infty$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$$

se per ogni $M \in \mathbb{R}$ esiste $x_M \in \mathbb{R}$ tale che f(x) < M per ogni $x \in A$ tale che $x > x_M$

Limiti di funzioni reali		
Introduzione		
Esempio 1		
Esempio 2		
Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$		
Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$		
Limite finito per $x \to +\infty$		
Illustrazione della definizione 1		
Illustrazione della definizione 2		
Illustrazione della definizione 3		
Limiti di successioni		
Altri Limiti		
Verifiche di limite		
Operazioni con i limiti		

Limite finito per $x \to +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f:A\to\mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente $a + \infty$ e si scrive

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \ell$$

se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $x_{\varepsilon} \in \mathbb{R}$ tale che $\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$ per ogni $x \in A$ tale che $x > x_{\varepsilon}$

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

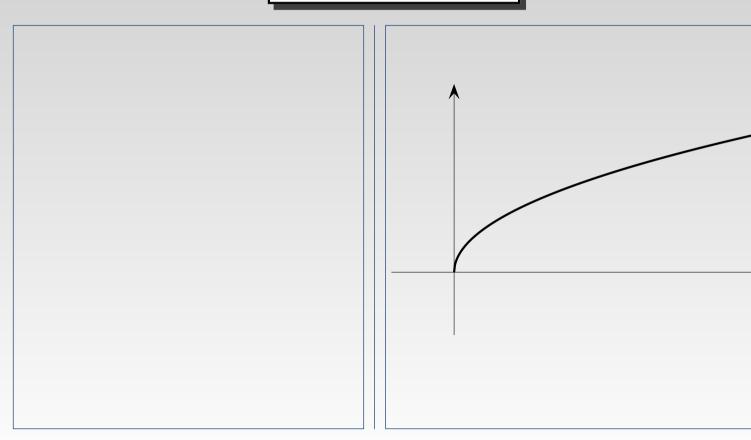
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

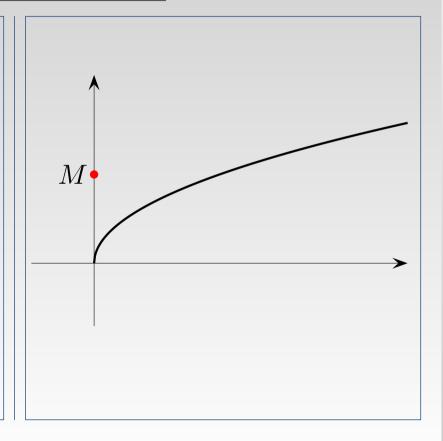
Operazioni con i limiti

Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

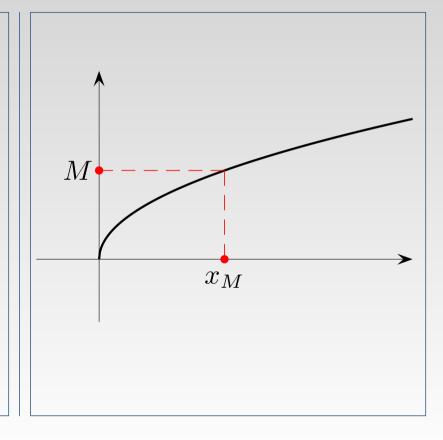
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M esiste x_M nel dominio



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

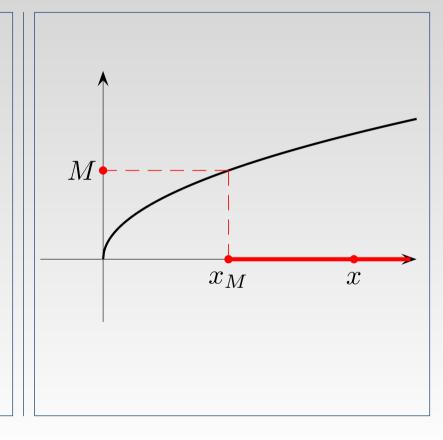
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M esiste x_M nel dominio tale che tutti gli $x > x_M$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

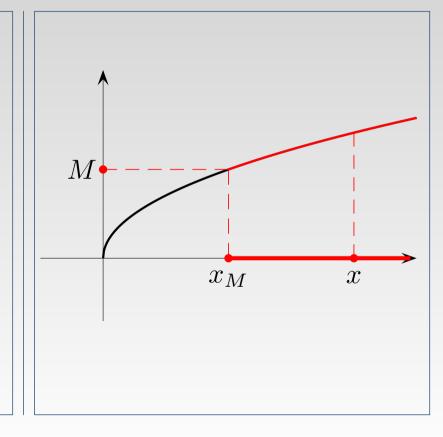
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore Mesiste x_M nel dominio tale che tutti gli $x > x_M$ hanno valori corrispondenti f(x) > M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

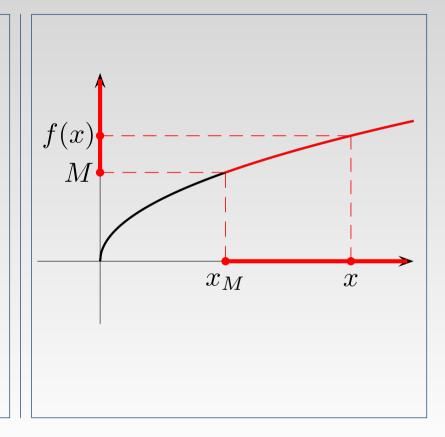
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore Mesiste x_M nel dominio tale che tutti gli $x > x_M$ hanno valori corrispondenti f(x) > M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

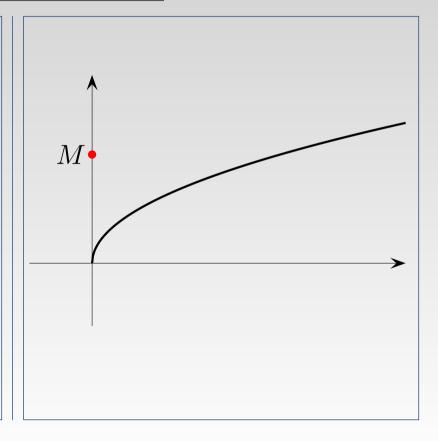
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

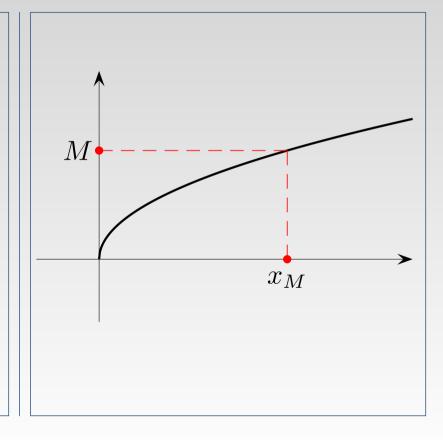
Operazioni con i limiti

0000000

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente x_M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

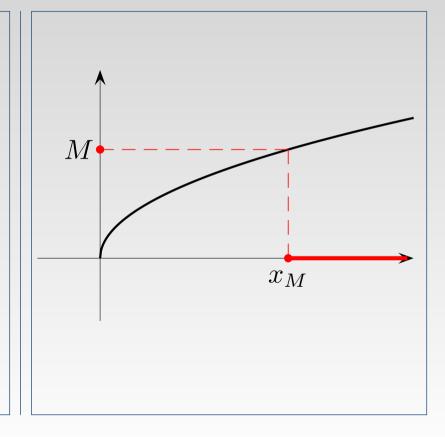
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente x_M con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

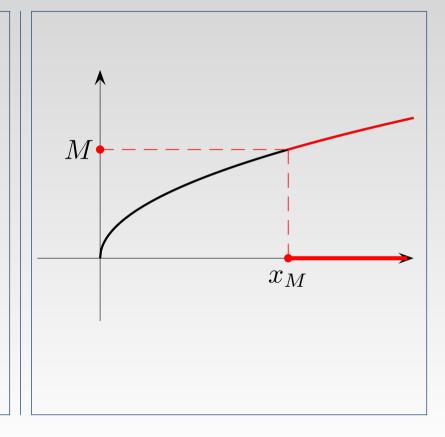
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M si trova un altro corrispondente x_M con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

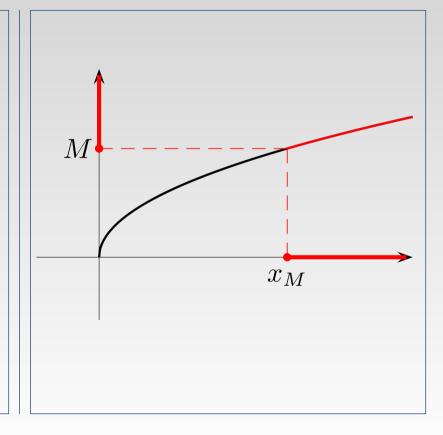
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente x_M con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

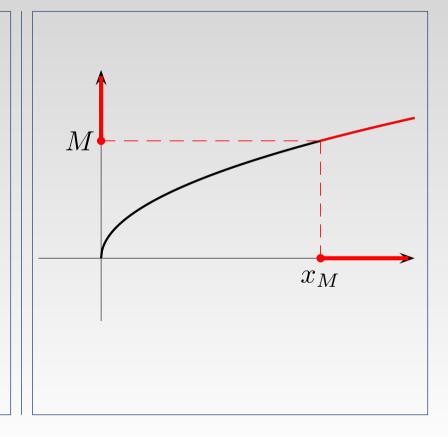
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Questo dev'essere vero per ogni M!



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

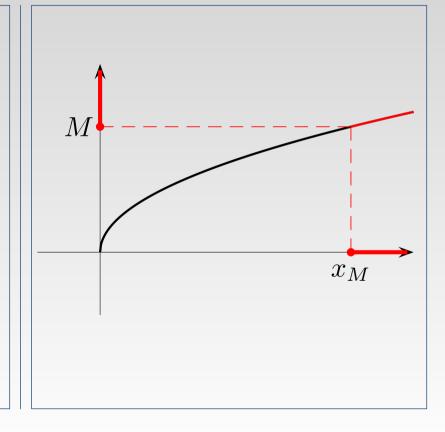
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Questo dev'essere vero per ogni M!



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

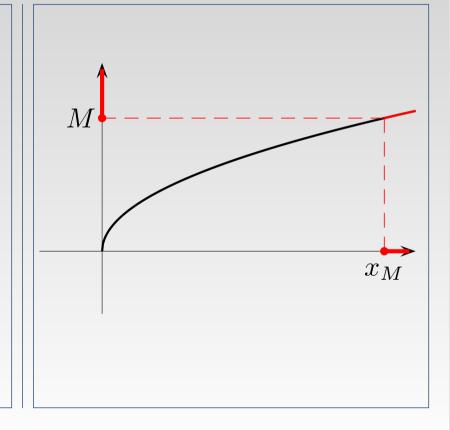
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Questo dev'essere vero per ogni M!



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

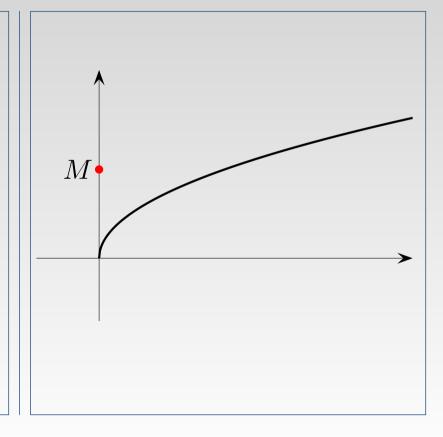
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

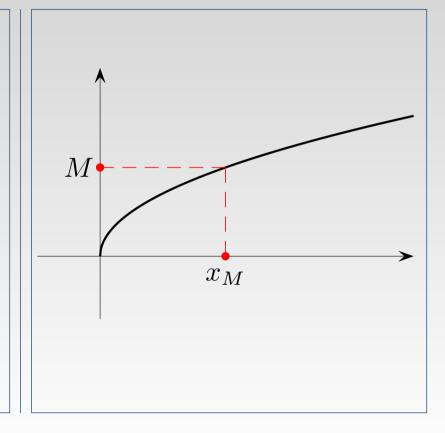
Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M

si riesce a trovare un x_M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

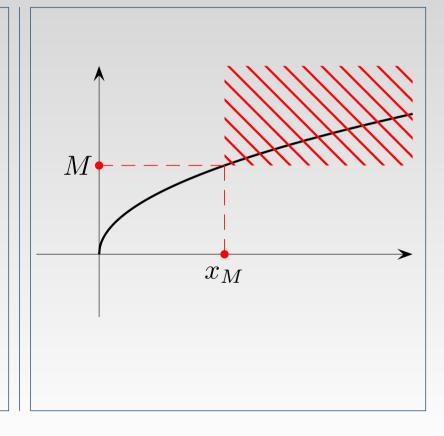
Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M

si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

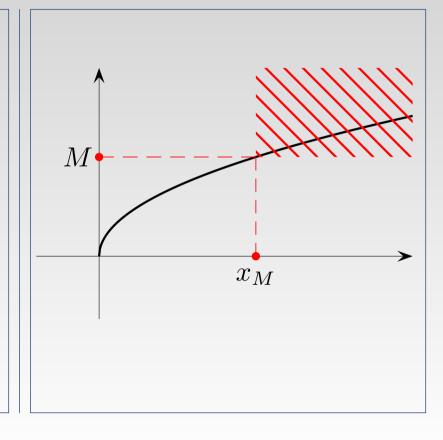
Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato

si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

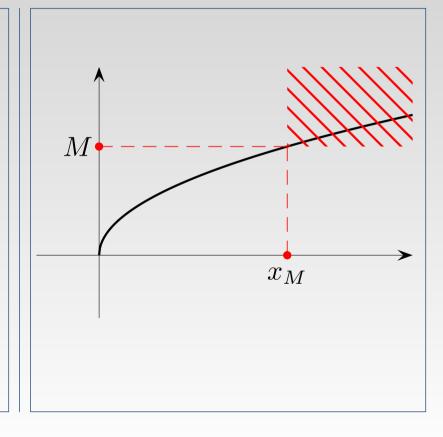
Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato

si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

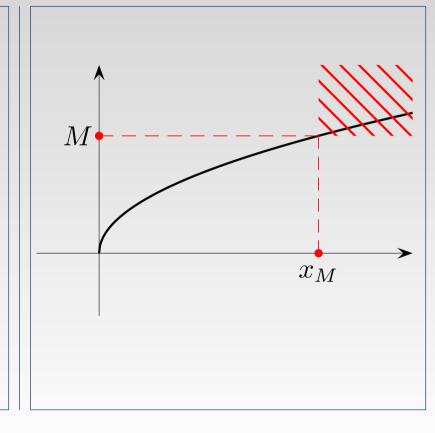
Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M

si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

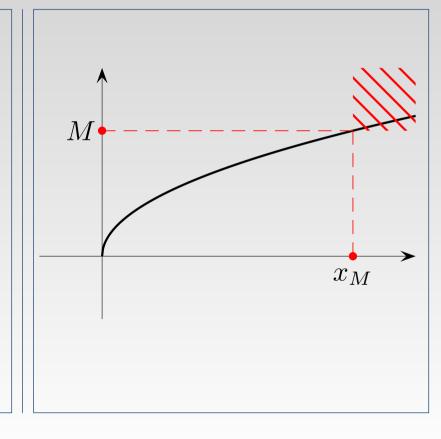
Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M

si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

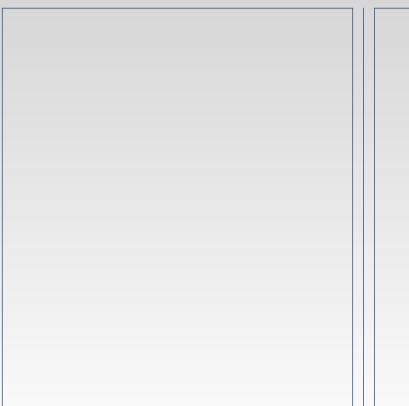
Altri Limiti

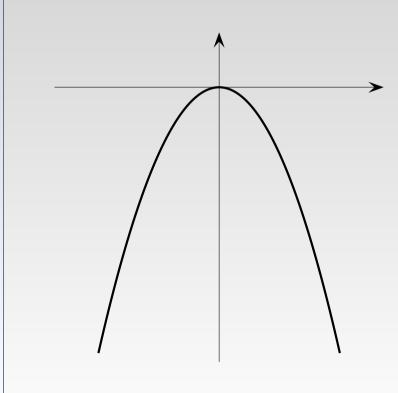
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$





Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

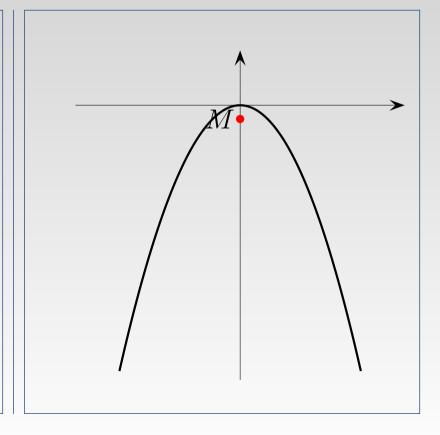
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

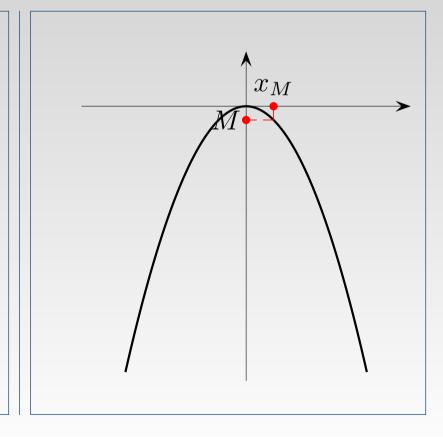
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore M esiste x_M nel dominio



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

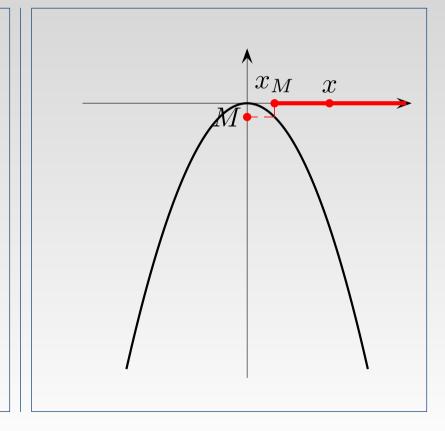
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore Mesiste x_M nel dominio tale che tutti gli $x > x_M$



Limiti di funzioni reali Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

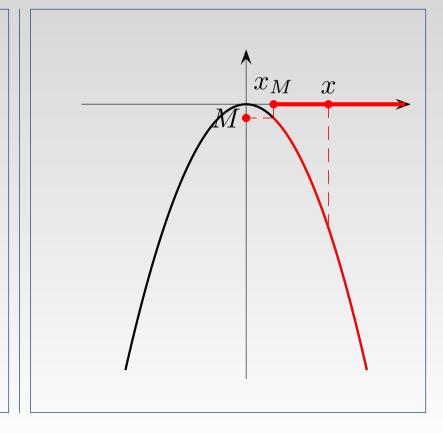
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore Mesiste x_M nel dominio tale che tutti gli $x > x_M$ hanno valori corrispondenti f(x) < M



Limiti di funzioni reali Introduzione Esempio 1 Esempio 2 Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$ Illustrazione della definizione 1 Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

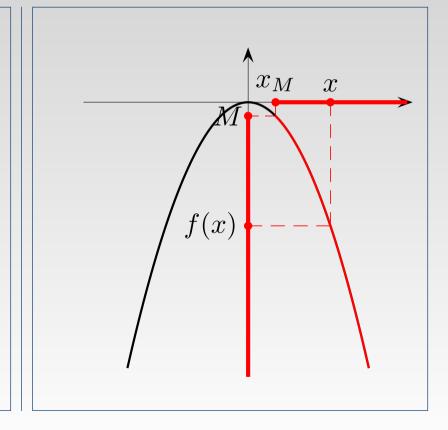
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore Mesiste x_M nel dominio tale che tutti gli $x > x_M$ hanno valori corrispondenti f(x) < M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

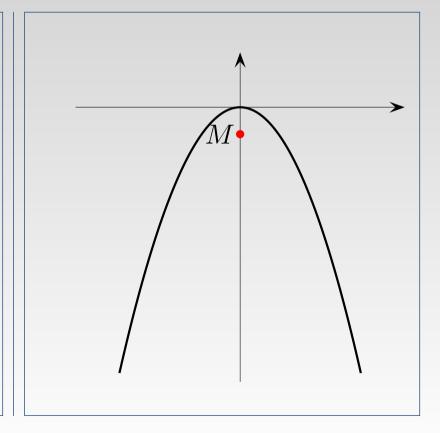
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

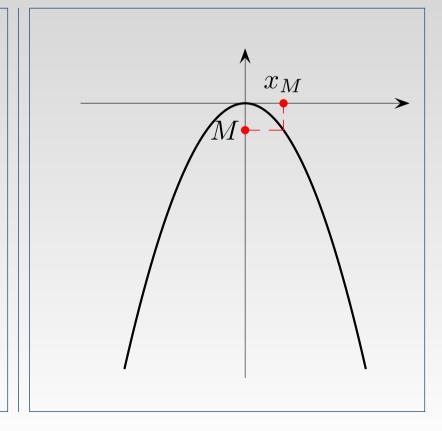
Operazioni con i limiti

0000000

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente x_M



Limiti di funzioni reali Introduzione Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

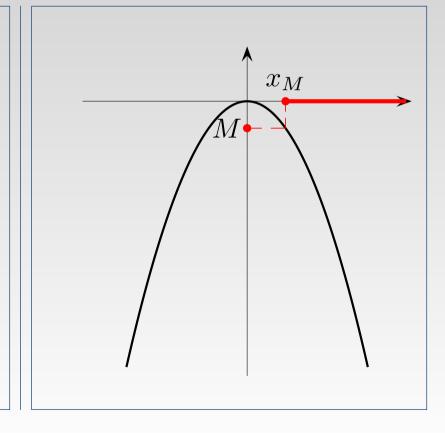
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente x_M con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali Introduzione Esempio 1 Esempio 2 Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$ Limite finito per $x \to +\infty$ Illustrazione della definizione 1 Illustrazione della definizione 2

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

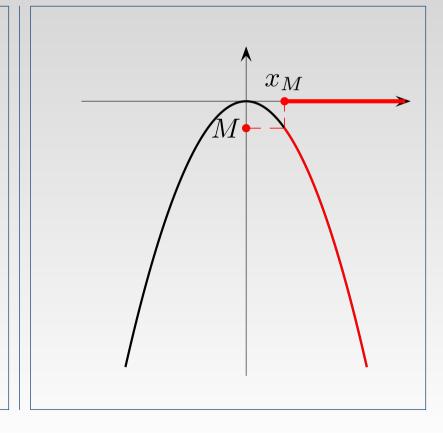
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente x_M con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali Introduzione Esempio 1 Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$ Limite finito per $x \to +\infty$ Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

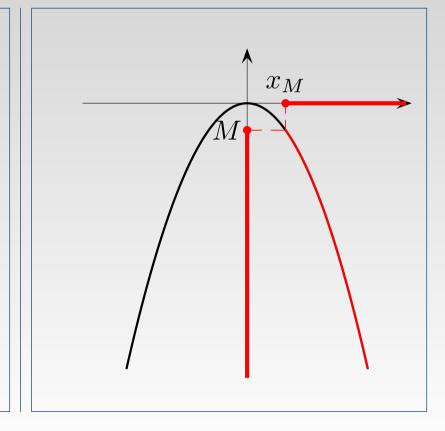
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente x_M con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali Introduzione Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

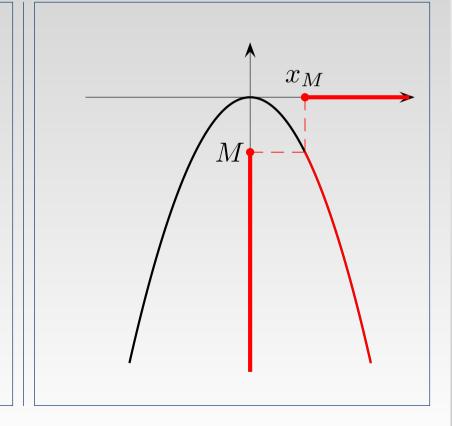
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Questo dev'essere vero per ogni M!



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

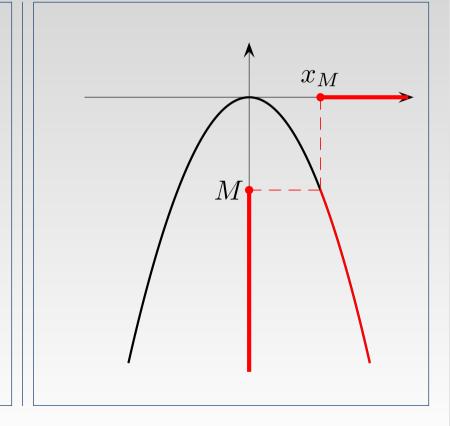
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Questo dev'essere vero per ogni M!



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

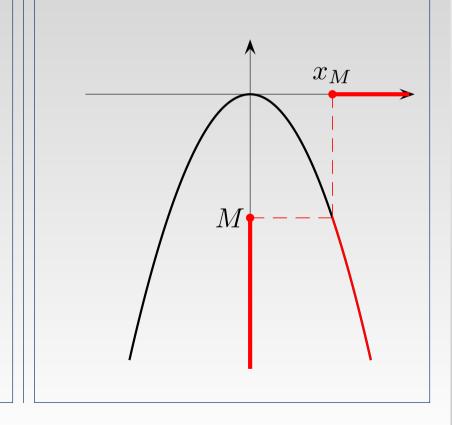
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Questo dev'essere vero per ogni M!



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

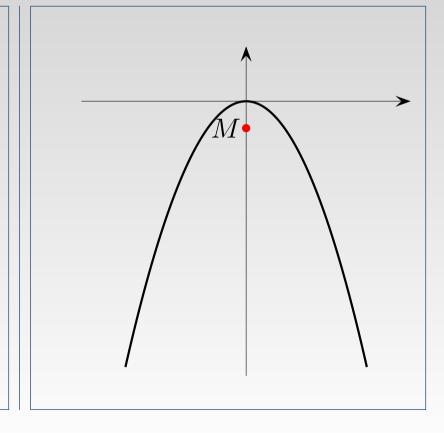
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

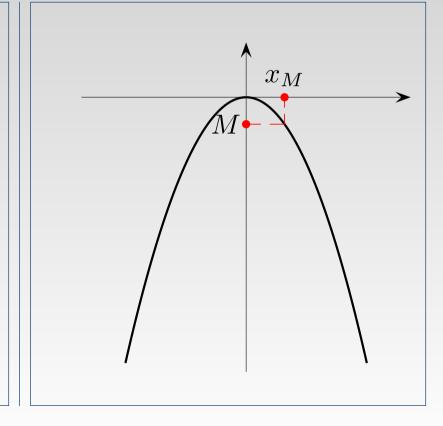
Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M

si riesce a trovare un x_M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

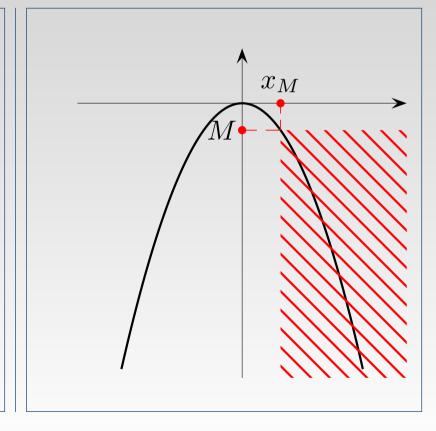
Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato

si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali
Introduzione
Esempio 1
Esempio 2
Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$ Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$ Limite finito per $x \to +\infty$ Illustrazione della definizione 1
Illustrazione della definizione 3
Limiti di successioni
Altri Limiti

Verifiche di limite

Limiti e continuità

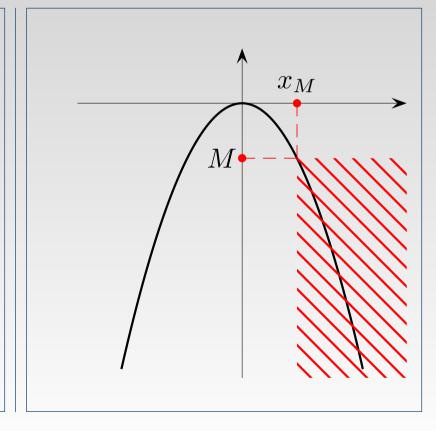
Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato

si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali
Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

 $Limite + \infty per x \rightarrow + \infty$

 $Limite - \infty per x \rightarrow + \infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

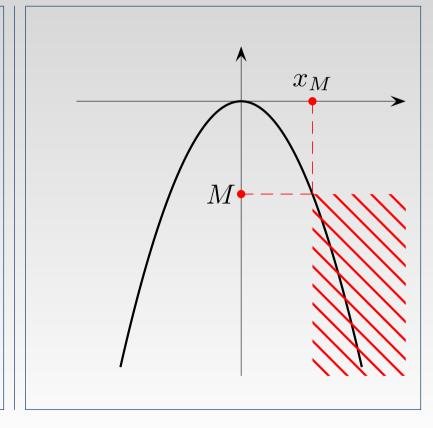
Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M

si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

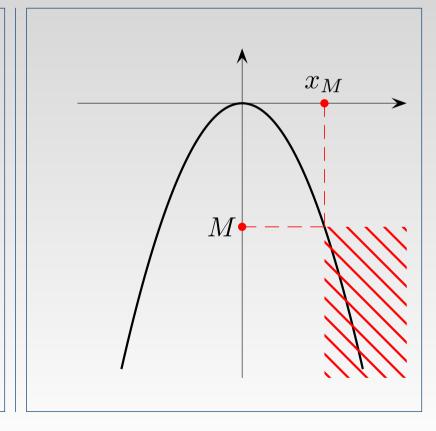
Operazioni con i limiti

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M

si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali
Introduzione

Esempio 1 Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

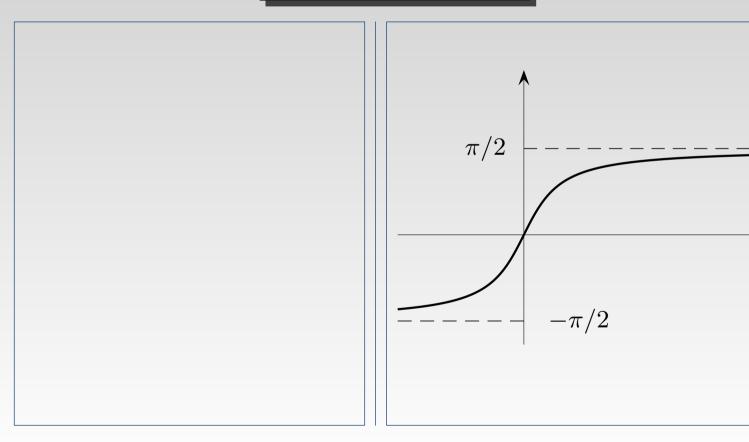
Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

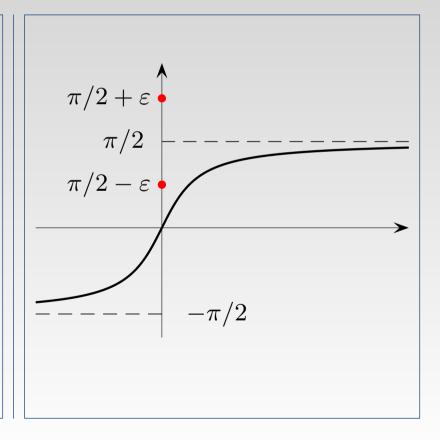
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$





Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

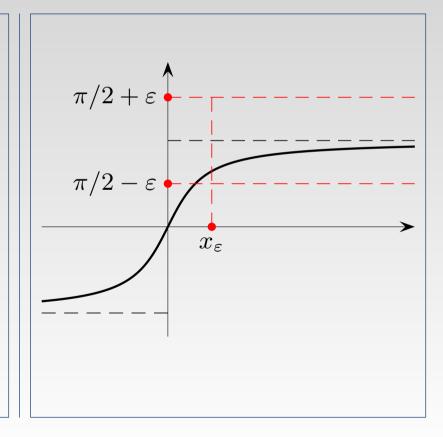
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$ esiste x_{ε} nel dominio



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

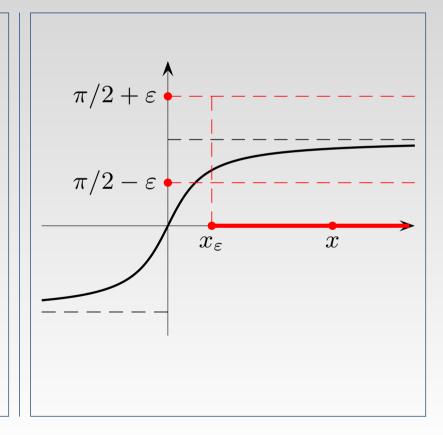
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$ esiste x_{ε} nel dominio tale che a tutti gli $x > x_{\varepsilon}$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

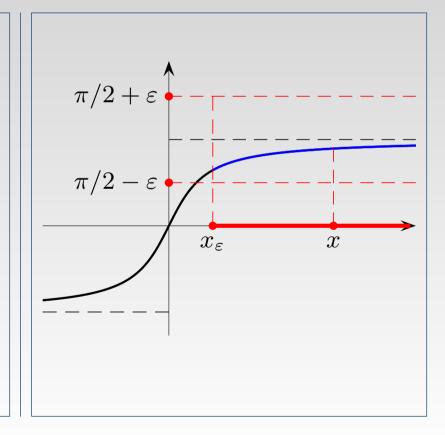
Operazioni con i limiti

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$ esiste x_{ε} nel dominio tale che a tutti gli $x > x_{\varepsilon}$ corrispondono valori

$$\frac{\pi}{2} - \varepsilon < f(x) < \frac{\pi}{2} + \varepsilon$$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

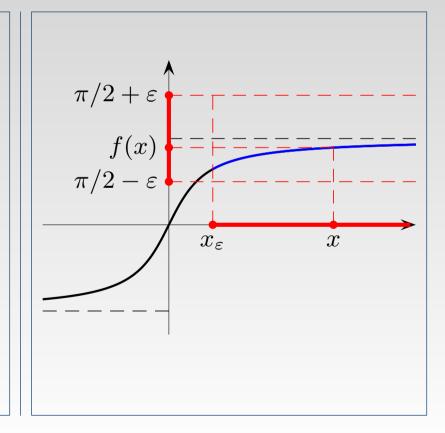
Operazioni con i limiti

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$ esiste x_{ε} nel dominio tale che a tutti gli $x > x_{\varepsilon}$ corrispondono valori

$$\frac{\pi}{2} - \varepsilon < f(x) < \frac{\pi}{2} + \varepsilon$$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

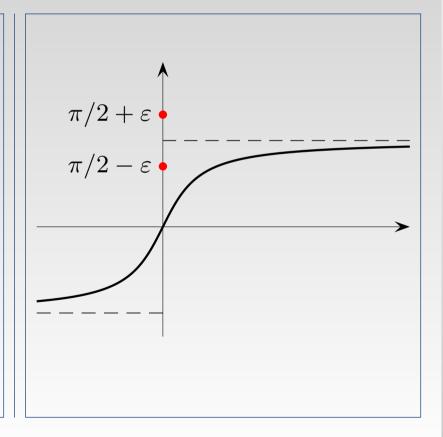
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

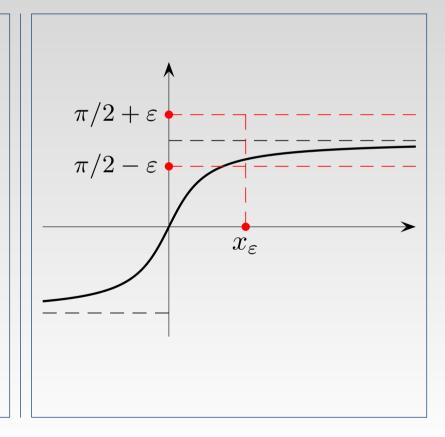
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$ si trova un altro corrispondente x_{ε}



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

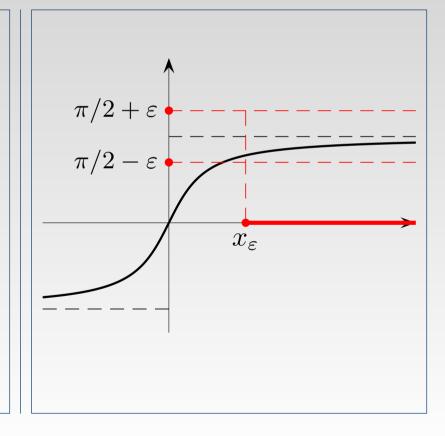
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$ si trova un altro corrispondente x_{ε} con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

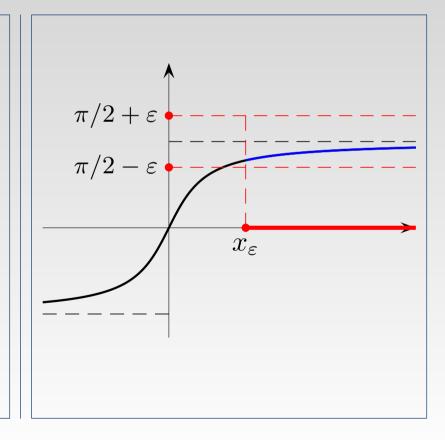
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$ si trova un altro corrispondente x_{ε} con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

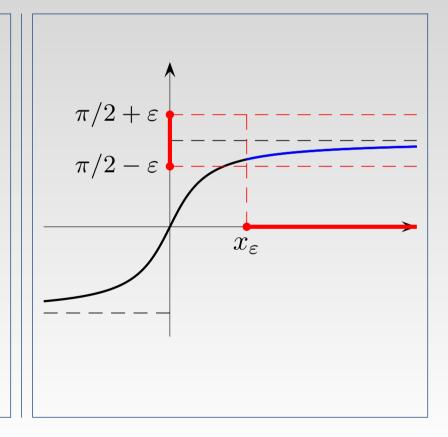
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$ si trova un altro corrispondente x_{ε} con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

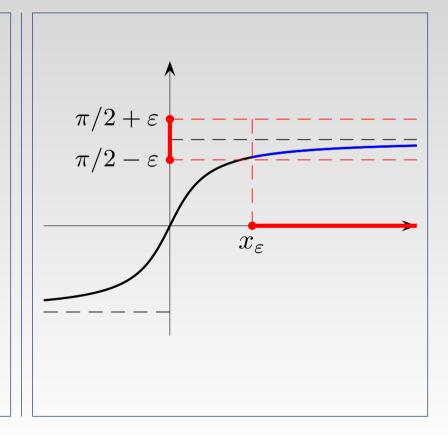
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Questo dev'essere vero per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

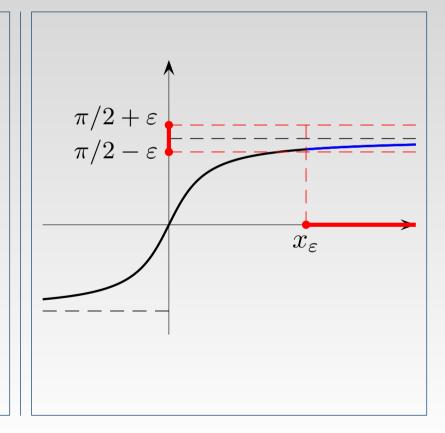
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Questo dev'essere vero per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

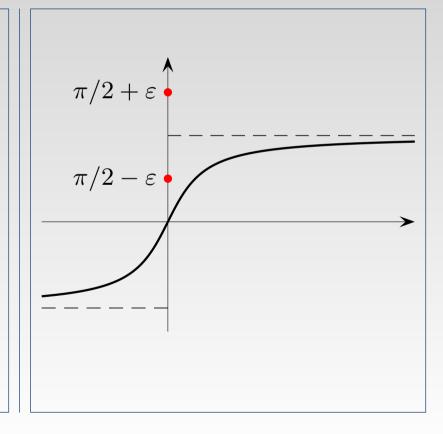
Limiti e continuità

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato

$$\varepsilon > 0$$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

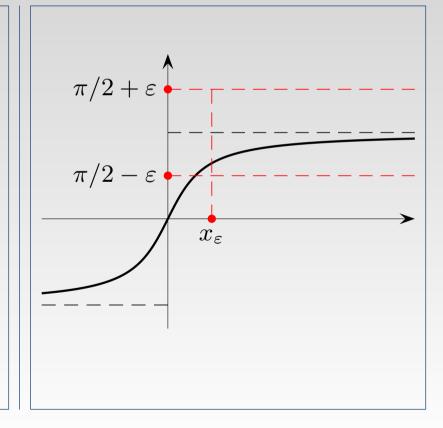
Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato

$$\varepsilon > 0$$

si riesce a trovare un x_{ε}



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

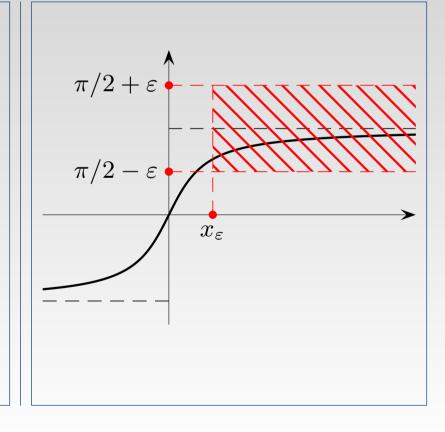
Operazioni con i limiti

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$

si riesce a trovare un x_{ε} tale che il grafico della funzione per $x > x_{\varepsilon}$ stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

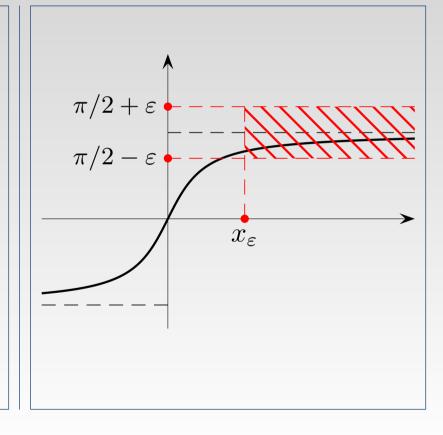
Operazioni con i limiti

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$

si riesce a trovare un x_{ε} tale che il grafico della funzione per $x > x_{\varepsilon}$ stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

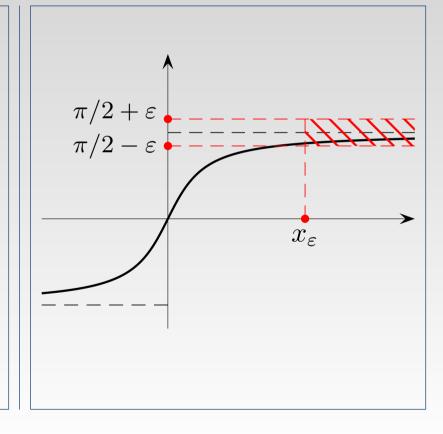
Operazioni con i limiti

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$

si riesce a trovare un x_{ε} tale che il grafico della funzione per $x > x_{\varepsilon}$ stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \to +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \to +\infty$

Limite finito per $x \to +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti di successioni

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Limiti finiti

Limiti infiniti

Successioni monotone

Limite di successioni monotone

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti finiti

Data una successione $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, poichè \mathbb{N} non è superiormente limitato, si possono applicare le definizioni di limite:

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Limiti finiti

Limiti infiniti

Successioni monotone

Limite di successioni monotone

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Limiti finiti

Data una successione $f: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, poichè \mathbb{N} non è superiormente limitato, si possono applicare le definizioni di limite: posto $f(n) = a_n$

Diremo che (a_n) converge a $\ell \in \mathbb{R}$ e scriveremo

$$\lim_{n \to \infty} a_n = \ell$$

se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $n_{\varepsilon} \in \mathbb{N}$ tale che $\ell - \varepsilon < a_n < \ell + \varepsilon$ per ogni $n > n_{\varepsilon}$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Limiti finiti

Limiti infiniti

Successioni monotone

Limite di successioni monotone

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Limiti infiniti

Diremo che (a_n) diverge a $+\infty$ (rispettivamente $-\infty$) e scriveremo

$$\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty \text{ (rispettivamente } -\infty)$$

se per ogni $M \in \mathbb{R}$ esiste $n_M \in \mathbb{N}$ tale che $a_n > M$ (rispettivamente $a_n < M$) per ogni $n > n_M$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Limiti finiti

Limiti infiniti

Successioni monotone

Limite di successioni monotone

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Successioni monotone

La definizione di funzione monotone si traduce per le successioni nel seguente modo:

Limiti di funzioni reali
Limiti di successioni
Limiti finiti
Limiti infiniti
Successioni monotone
Limite di successioni monotone
Altri Limiti
Verifiche di limite
Operazioni con i limiti
Limiti e continuità

Successioni monotone

La definizione di funzione monotone si traduce per le successioni nel seguente modo:

 \bullet (a_n) è strettamente crescente se

$$a_n < a_{n+1} \ \forall n \in \mathbb{N}$$

• (a_n) è crescente (o non decrescente) se

$$a_n \le a_{n+1} \ \forall n \in \mathbb{N}$$

• (a_n) è strettamente decrescente se

$$a_n > a_{n+1} \ \forall n \in \mathbb{N}$$

• (a_n) è decrescente (o non crescente) se

$$a_n \geq a_{n+1} \ \forall n \in \mathbb{N}$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Limiti finiti

Limiti infiniti

Successioni monotone

Limite di successioni monotone

Altri Limiti

Verifiche di limite

Limiti e continuità

Si può dimostrare il seguente

Teorema. Ogni successione monotona ha limite, finito o infinito.

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Limiti finiti

Limiti infiniti

Successioni monotone

Limite di successioni monotone

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Si può dimostrare il seguente

Teorema. Ogni successione monotona ha limite, finito o infinito. Più precisamente:

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Limiti finiti

Limiti infiniti

Successioni monotone

Limite di successioni monotone

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Si può dimostrare il seguente

Teorema. Ogni successione monotona ha limite, finito o infinito. Più precisamente:

Limiti di successioni Limiti finiti Limiti infiniti Successioni monotone Limite di successioni monotone Altri Limiti Verifiche di limite	
Limiti finiti Limiti infiniti Successioni monotone Limite di successioni monotone Altri Limiti	There is a second of
Limiti infiniti Successioni monotone Limite di successioni monotone Altri Limiti	
Successioni monotone Limite di successioni monotone Altri Limiti	Limiti finiti
Limite di successioni monotone Altri Limiti	Limiti infiniti
Altri Limiti	Successioni monotone
	Limite di successioni monotone
Verifiche di limite	Altri Limiti
Verifiche di limite	
	Verifiche di limite
Operazioni con i limiti	Verifiche di limite
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Limiti e continuità	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

Si può dimostrare il seguente

Teorema. Ogni successione monotona ha limite, finito o infinito. Più precisamente:

_]	Limiti di funzioni reali
]	Limiti di successioni
]	Limiti finiti
]	Limiti infiniti
	Successioni monotone
]	Limite di successioni monotone
	Altri Limiti
,	Verifiche di limite
(Operazioni con i limiti

Altri Limiti

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x \frac{\pm}{0}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

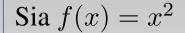
 $Limite + \infty per x \rightarrow x \frac{\pm}{0}$

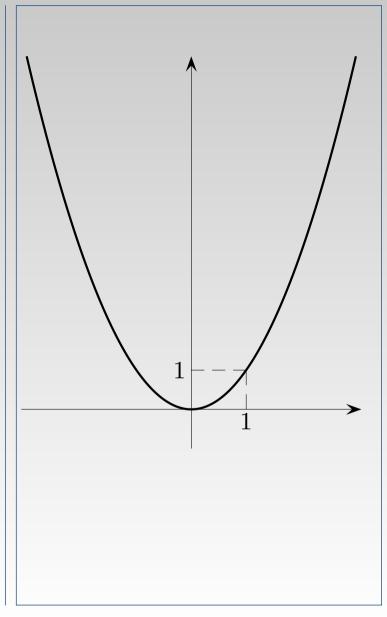
Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti





Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$ Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

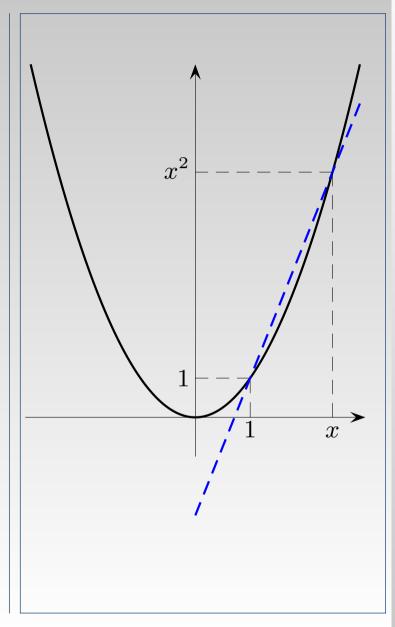
Illustrazione delle definizioni
Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$ Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x \frac{\pm}{0}$

Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

Verifiche di limite

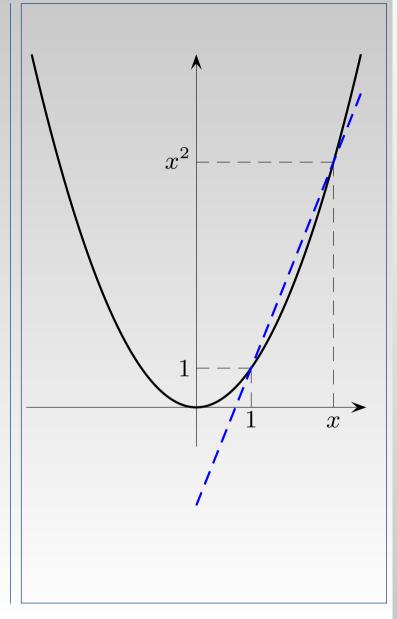
Operazioni con i limiti

Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$ Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

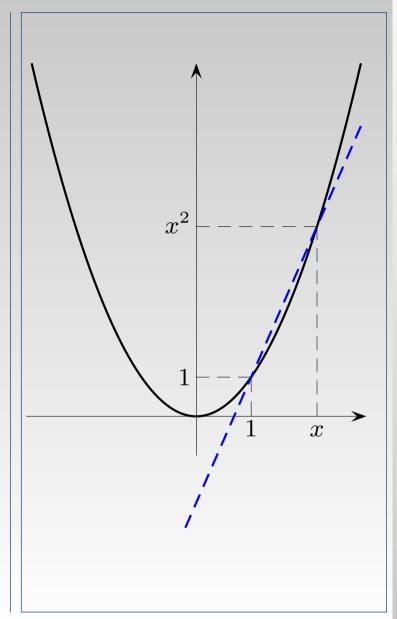
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$ Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

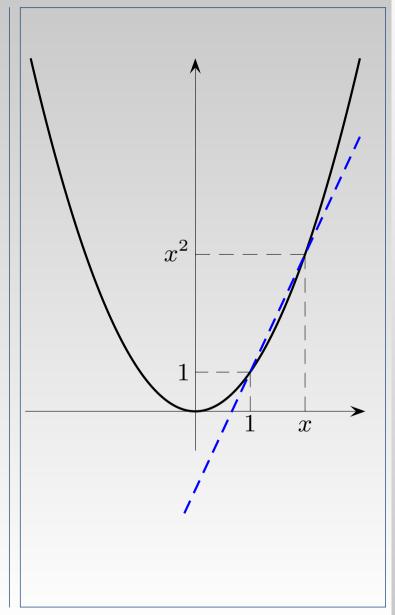
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$ Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x \frac{\pm}{0}$

Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

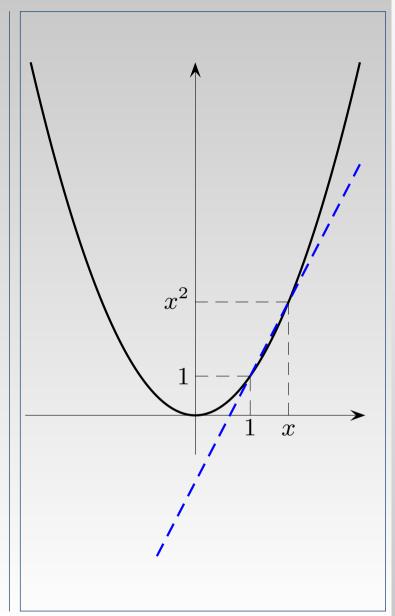
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$ Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x \frac{\pm}{0}$

Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

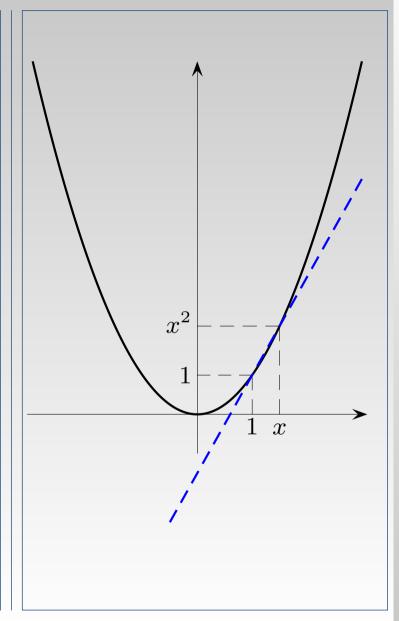
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$ Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x \frac{\pm}{0}$

Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

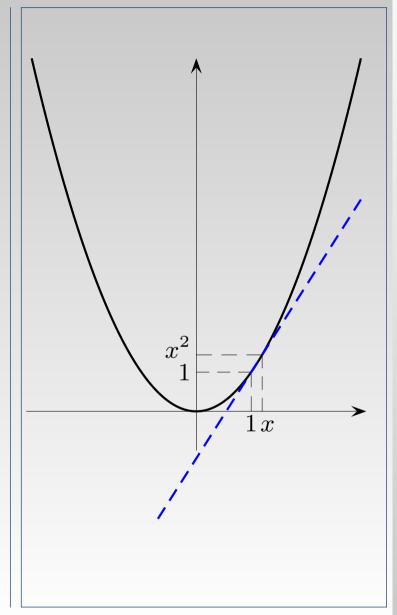
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$ Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

....

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

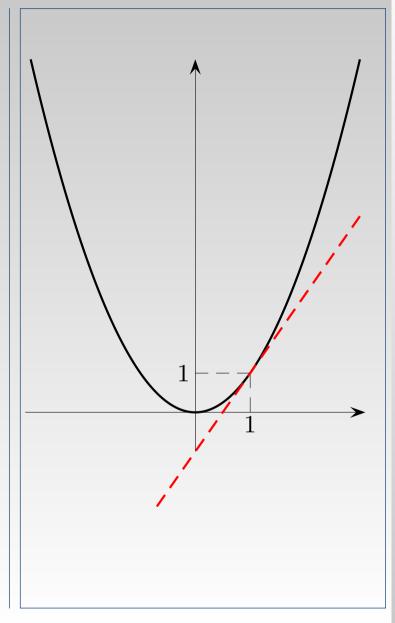
Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$

Al "limite", quando x tende a 1, m(x) tende al coefficiente angolare della retta tangente in x=1; si avrà

$$\lim_{x \to 1} m(x) = 2$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$ Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \to x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

 $\operatorname{Limite} + \infty \operatorname{per} x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limite finito per $x \to x_0$

Siano $f:]a, b[\setminus \{x_0\} \to \mathbb{R} \text{ e } x_0 \in [a, b]$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 , e si scrive

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell$$

se e solo se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$ per ogni $x \in]a, b[\setminus \{x_0\}$ tale che $x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

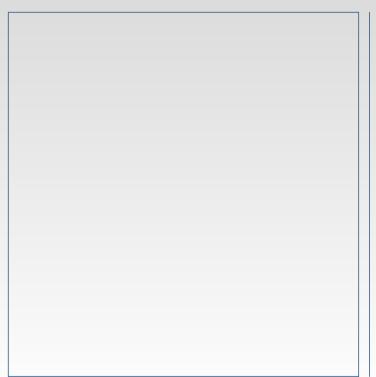
Ricapitolazione

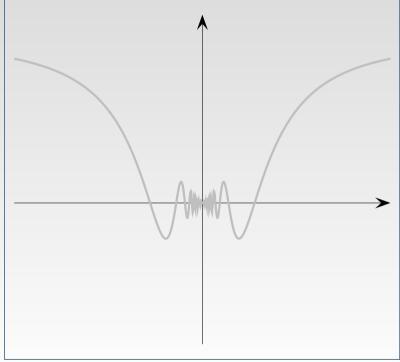
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$





Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

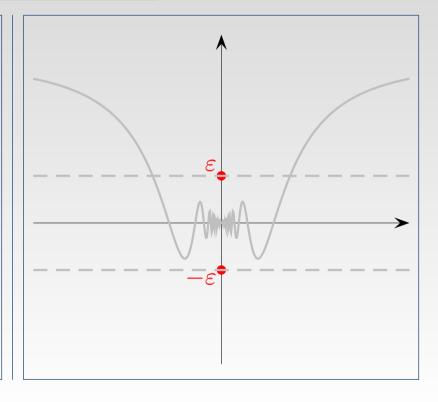
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

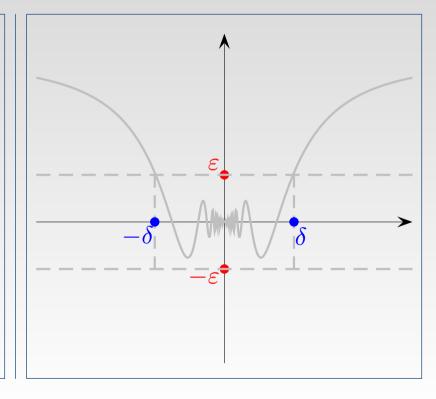
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

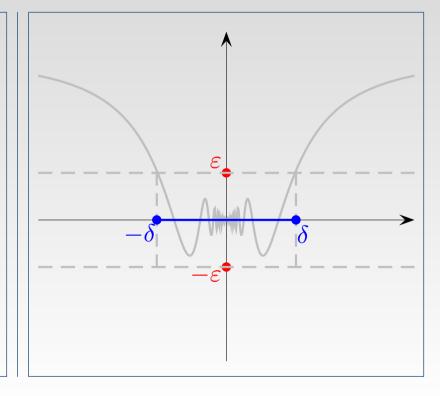
Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$

esiste $\delta > 0$ tale che se

$$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$

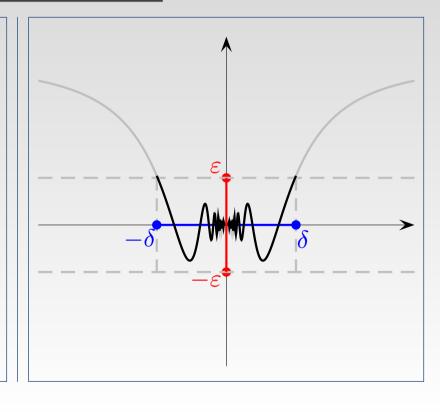
esiste $\delta > 0$ tale che se

$$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$$

allora

$$\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$$

$$\operatorname{con} \ell = 0 \operatorname{e} x_0 = 0$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

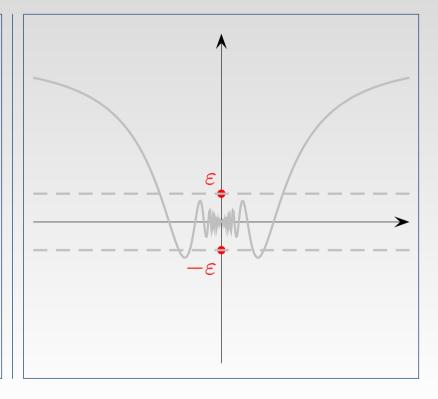
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Cambiando $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

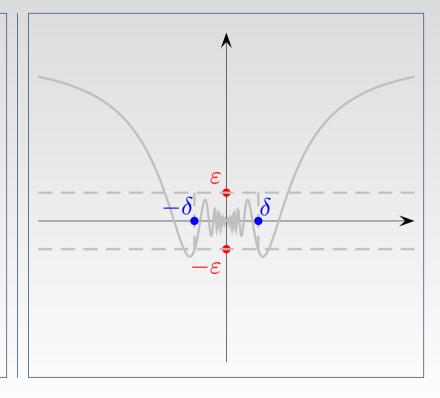
Operazioni con i limiti

000000

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Cambiando $\varepsilon > 0$ si trova un altro corrispondente δ



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

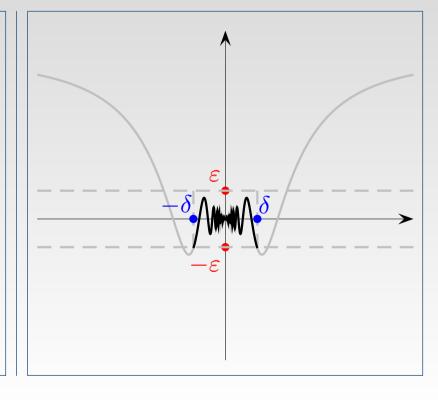
Operazioni con i limiti

0000000

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Cambiando $\varepsilon > 0$ si trova un altro corrispondente δ con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

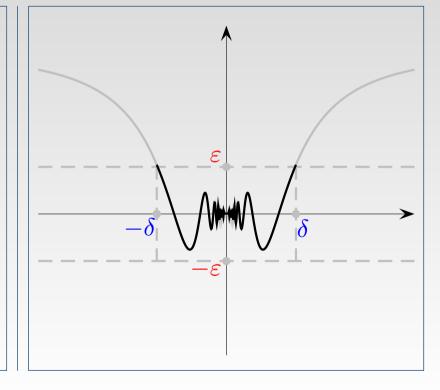
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Questo dev'essere vero per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

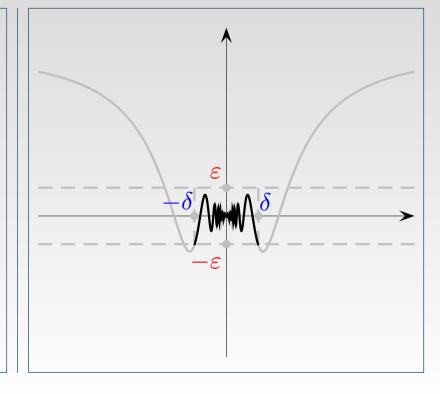
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Questo dev'essere vero per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

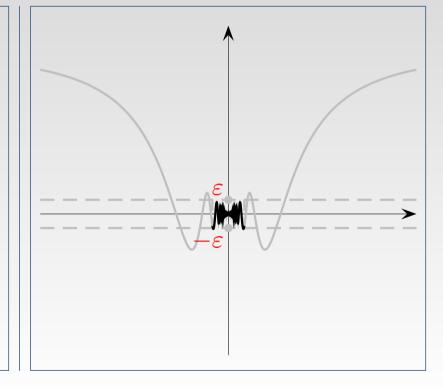
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Questo dev'essere vero per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

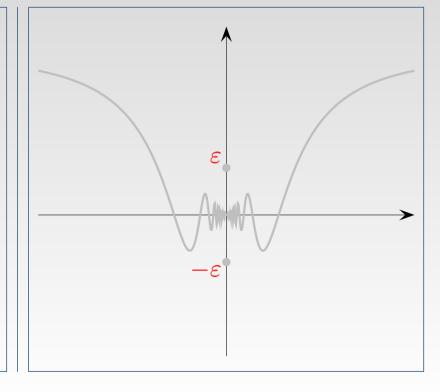
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

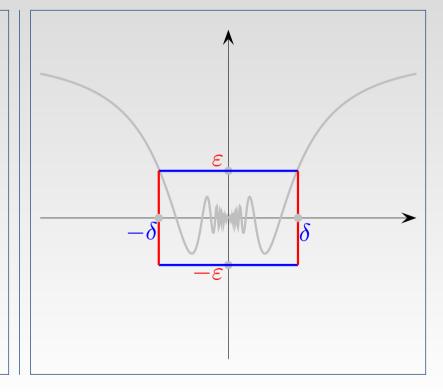
Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato

$$\varepsilon > 0$$

si riesce a trovare un δ



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

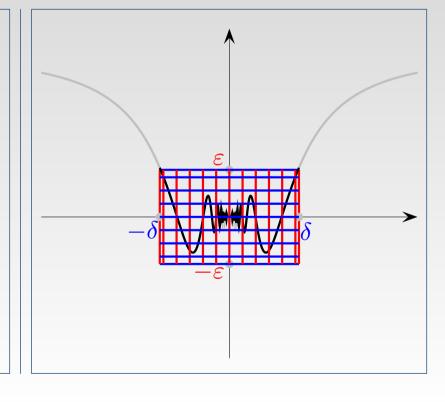
Operazioni con i limiti

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$

si riesce a trovare un δ tale che se $-\delta < x < \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

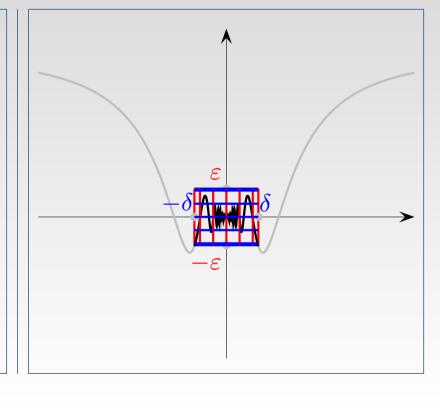
tratteggiata

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$

si riesce a trovare un δ tale che se $-\delta < x < \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

tratteggiata

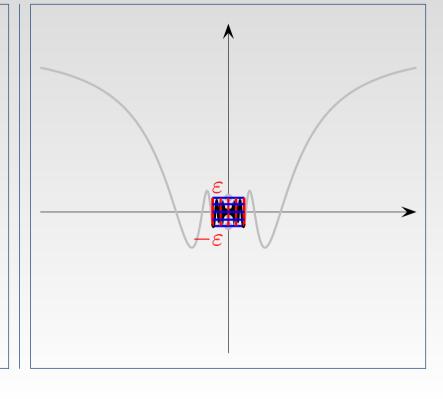
Illustriamo la definizione di limite finito per $x \to x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato

$$\varepsilon > 0$$

si riesce a trovare un δ tale che se $-\delta < x < \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

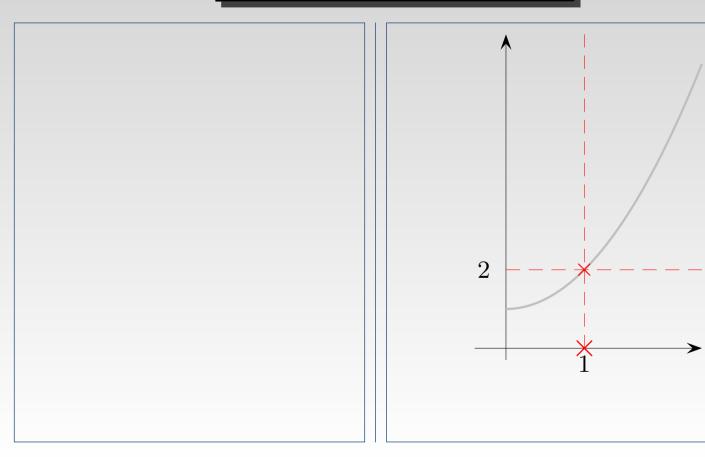
Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

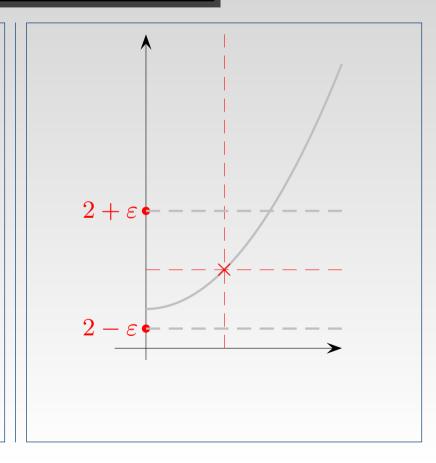
Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$





Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

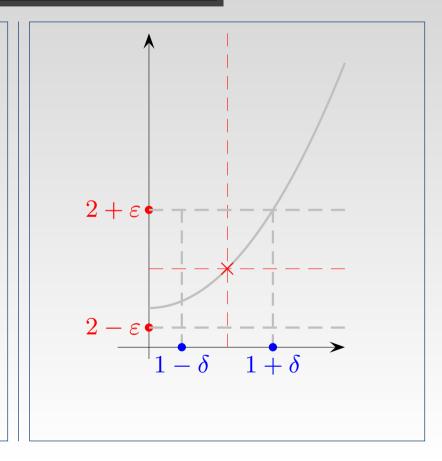
Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Dato $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

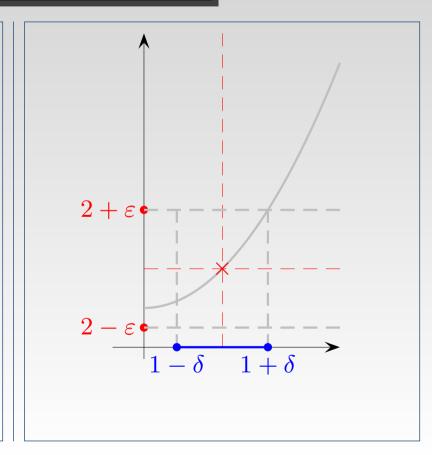
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Dato $\varepsilon > 0$

esiste $\delta > 0$ tale che se

$$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$$

$$e x \neq x_0$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Dato $\varepsilon > 0$

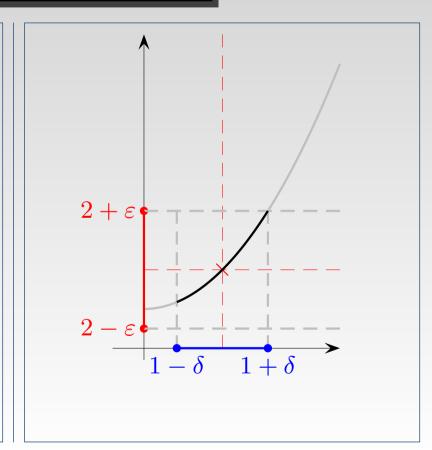
esiste $\delta > 0$ tale che se

$$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$$

e $x \neq x_0$ allora

$$\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$$

 $dove \ell = 2 e x_0 = 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Dato $\varepsilon > 0$

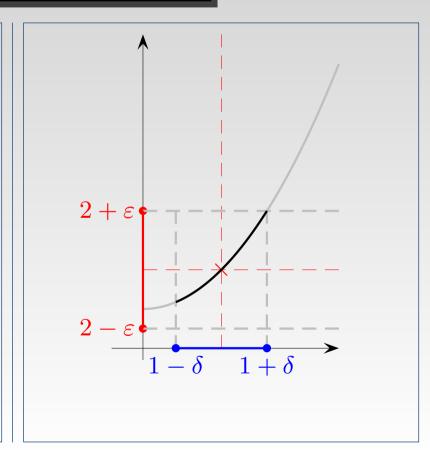
esiste $\delta > 0$ tale che se

$$1 - \delta < x < 1 + \delta$$

e $x \neq x_0$ allora

$$2 - \varepsilon < f(x) < 2 + \varepsilon$$

 $dove \ell = 2 e x_0 = 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

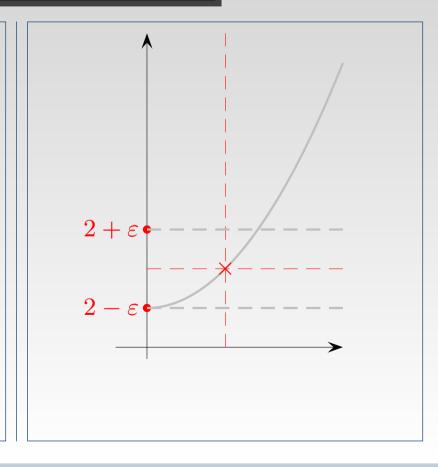
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Cambiando $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

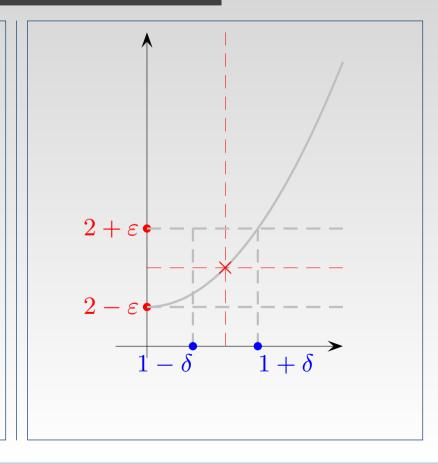
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

0000000

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Cambiando $\varepsilon > 0$ si trova un altro corrispondente δ



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

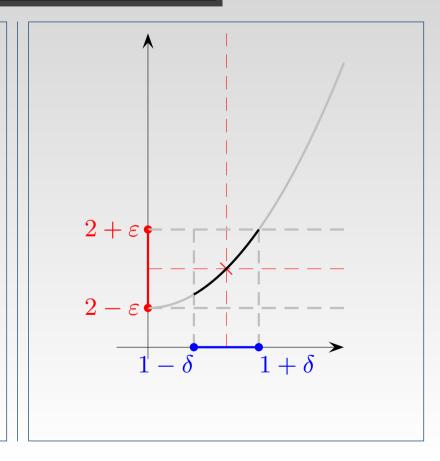
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

00000000

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Cambiando $\varepsilon > 0$ si trova un altro corrispondente δ con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

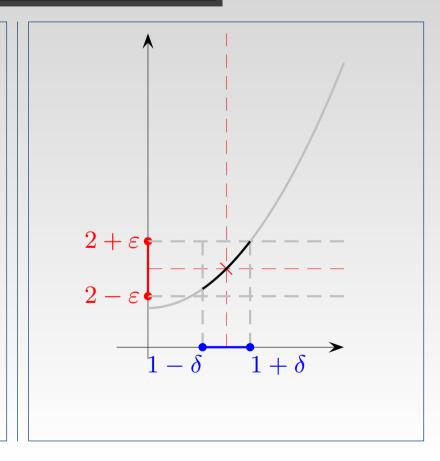
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Questo dev'essere vero per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

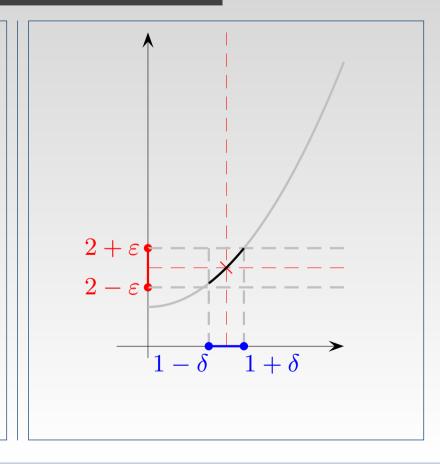
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Questo dev'essere vero per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

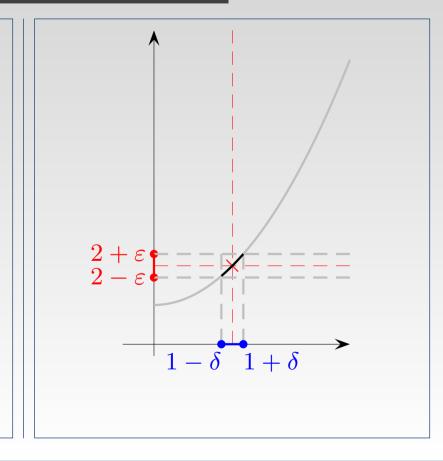
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Questo dev'essere vero per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

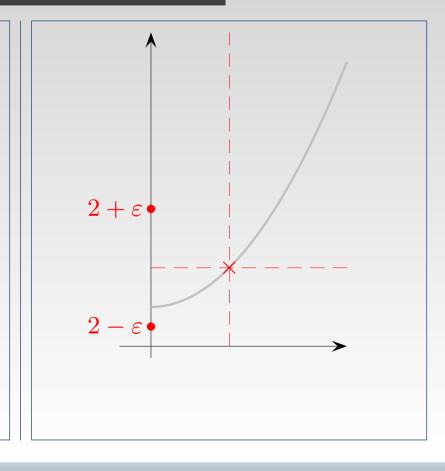
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

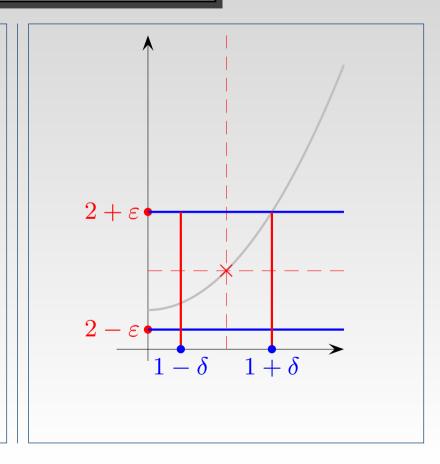
Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato

$$\varepsilon > 0$$

si riesce a trovare un δ



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

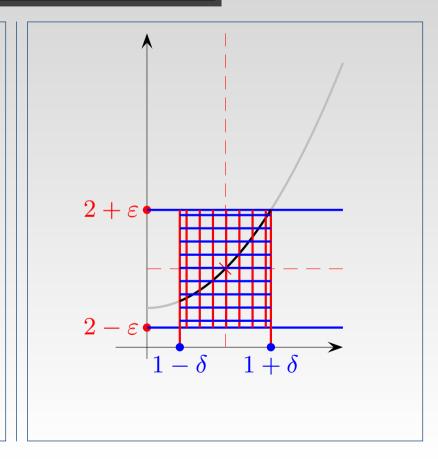
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$

si riesce a trovare un δ tale che se $x \neq 1$ e $1 - \delta < x < 1 + \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

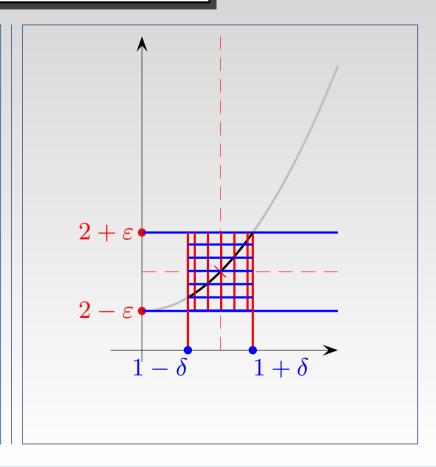
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$

si riesce a trovare un δ tale che se $x \neq 1$ e $1 - \delta < x < 1 + \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

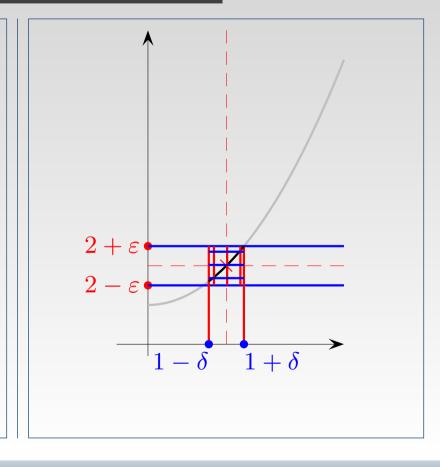
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$

si riesce a trovare un δ tale che se $x \neq 1$ e $1 - \delta < x < 1 + \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

tratteggiata

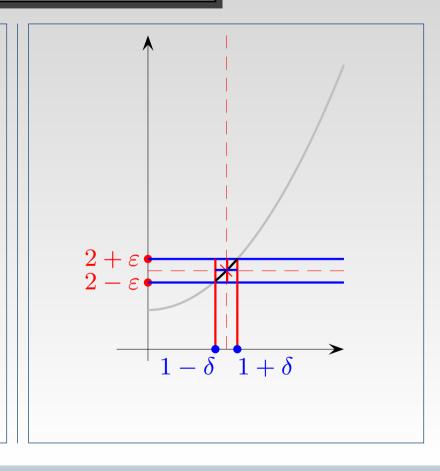
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$

si riesce a trovare un δ tale che se $x \neq 1$

$$1 - \delta < x < 1 + \delta$$

grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Limite finito per $x \to x_0^{\pm}$

Sia $f:]a, b[\setminus \{x_0\} \to \mathbb{R}$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 da sinistra, e si scrive

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = \ell$$

se per ogni $\varepsilon>0$ esiste $\delta_{\varepsilon}>0$ tale che $\ell-\varepsilon< f(x)<\ell+\varepsilon$ per ogni $x\in]a,b[$ tale che $x_0-\delta_{\varepsilon}< x< x_0$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 da destra, e si scrive

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = \ell$$

se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta_{\varepsilon} > 0$ tale che $\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$ per ogni $x \in]a,b[$ tale che $x_0 < x < x_0 + \delta_{\varepsilon}$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \to x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

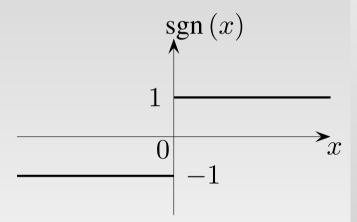
Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \to x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Esempio: la funzione segno

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \operatorname{se} x > 0 \\ -1 & \operatorname{se} x < 0 \end{cases}$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

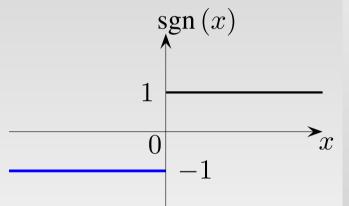
Limiti e continuità

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \to x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Esempio: la funzione segno

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \operatorname{se} x > 0 \\ -1 & \operatorname{se} x < 0 \end{cases}$$



Si ha che

$$\lim_{x \to 0^{-}} \operatorname{sgn}(x) = -1$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

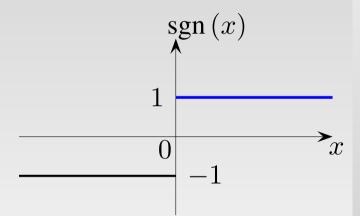
Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \rightarrow x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Esempio: la funzione segno

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \operatorname{se} x > 0 \\ -1 & \operatorname{se} x < 0 \end{cases}$$



Si ha che

$$\lim_{x \to 0^{-}} \operatorname{sgn}(x) = -1 \qquad \lim_{x \to 0^{+}} \operatorname{sgn}(x) = 1$$

$$\lim_{x \to 0^+} \operatorname{sgn}(x) = 1$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \to x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x \stackrel{\pm}{0}$ Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

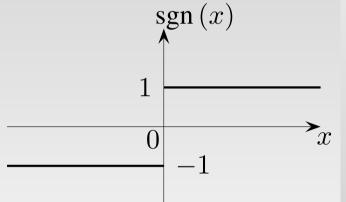
Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \to x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Esempio: la funzione segno

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \operatorname{se} x > 0 \\ -1 & \operatorname{se} x < 0 \end{cases}$$



Si ha che

$$\lim_{x \to 0^{-}} \, \mathrm{sgn}\,(x) = -1 \, \neq \, \lim_{x \to 0^{+}} \, \mathrm{sgn}\,(x) = 1$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

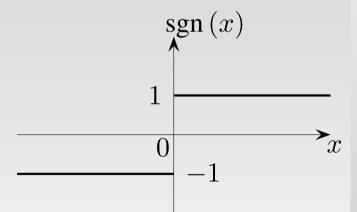
Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \to x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Esempio: la funzione segno

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \operatorname{se} x > 0 \\ -1 & \operatorname{se} x < 0 \end{cases}$$



Si ha che

$$\lim_{x \to 0^{-}} \operatorname{sgn}(x) = -1 \neq \lim_{x \to 0^{+}} \operatorname{sgn}(x) = 1$$

quindi il limite della funzione quando $x \to 0$ non esiste

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Altri limiti

Analogamente si possono dare le definizioni dei limiti

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty, \qquad \lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty, \qquad \lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty, \qquad \lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty,$$

ed anche

 $x \rightarrow x_0^-$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \ell$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$ Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Sia $f:]a, b[\setminus \{x_0\} \to \mathbb{R}$

Si dice che f ha limite $+\infty$ per x tendente a x_0 e si scrive

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$

se $\forall M \in \mathbb{R} \exists \delta_M > 0 : x \in]a, b[, 0 < |x - x_0| < \delta_M \Longrightarrow f(x) > M$

Si dice che f ha limite $+\infty$ per x tendente a x_0 da destra e si scrive

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty$$

se $\forall M \in \mathbb{R} \exists \delta_M > 0 : x \in]a, b[, 0 < x - x_0 < \delta_M \Longrightarrow f(x) > M$

Si dice che f ha limite $+\infty$ per x tendente a x_0 da sinistra e si scrive

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$$

se $\forall M \in \mathbb{R} \ \exists \delta_M > 0 : x \in]a, b[, 0 < x_0 - x < \delta_M \Longrightarrow f(x) > M$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

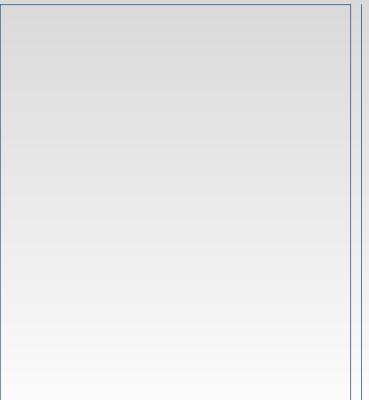
Illustrazione delle definizioni Ricapitolazione

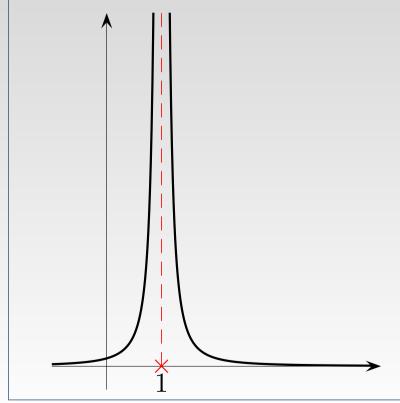
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$





Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

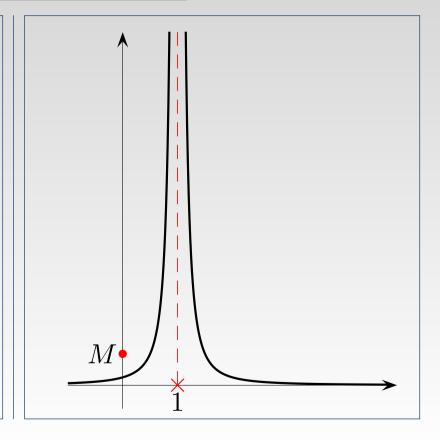
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

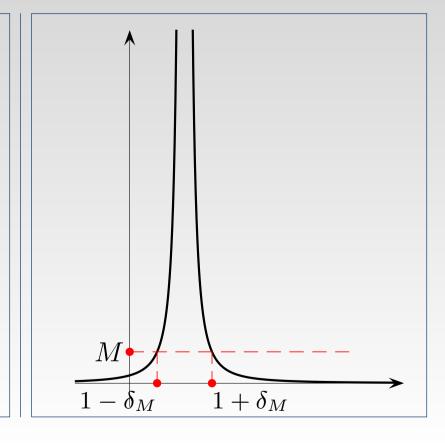
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M esiste $\delta_M > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

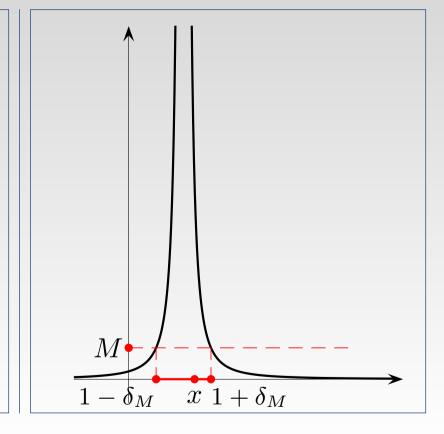
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore Mesiste $\delta_M > 0$ tale che tutti gli $0 < |x-1| < \delta_M$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

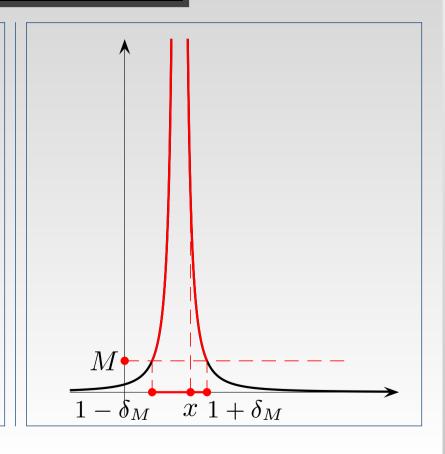
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore Mesiste $\delta_M > 0$ tale che tutti gli $0 < |x-1| < \delta_M$ hanno valori corrispondenti f(x) > M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

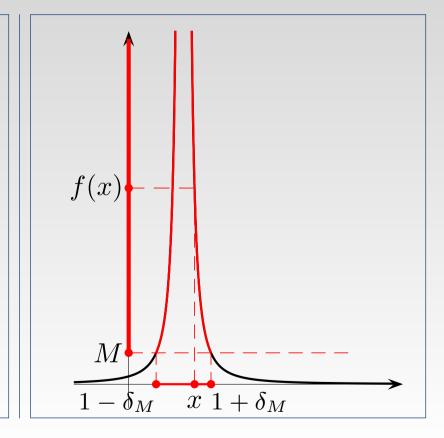
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M esiste $\delta_M > 0$ tale che tutti gli $0 < |x-1| < \delta_M$ hanno valori corrispondenti f(x) > M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

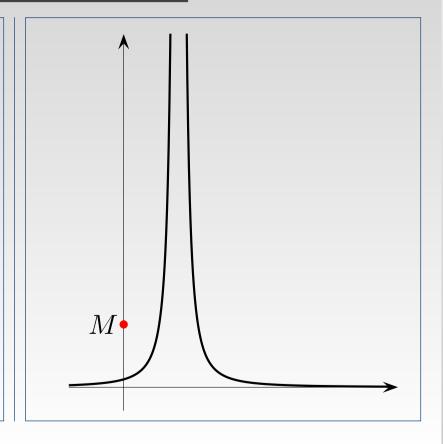
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

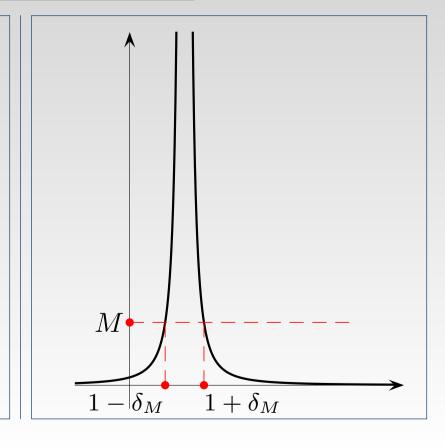
Operazioni con i limiti

000000

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente δ_M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

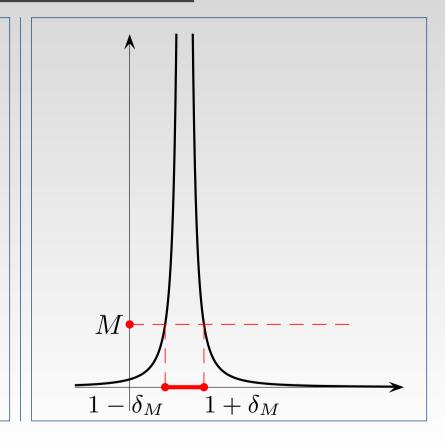
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente δ_M con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

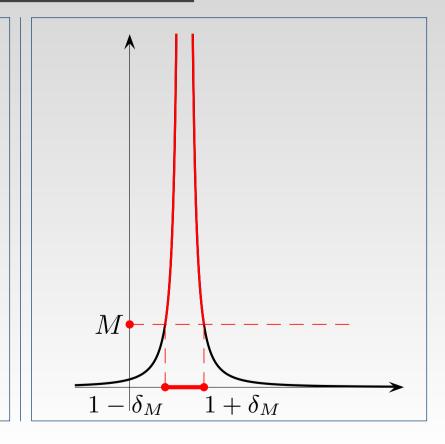
Operazioni con i limiti

000000000

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente δ_M con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

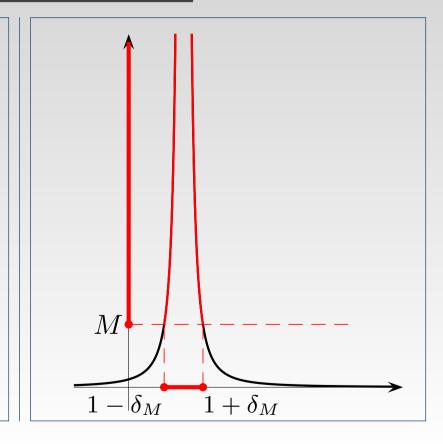
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando Msi trova un altro corrispondente δ_M con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

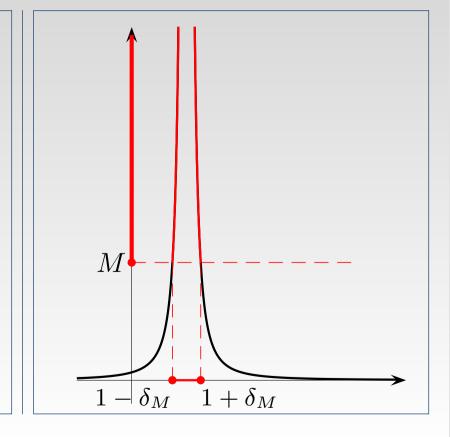
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Questo dev'essere vero per ogni M!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

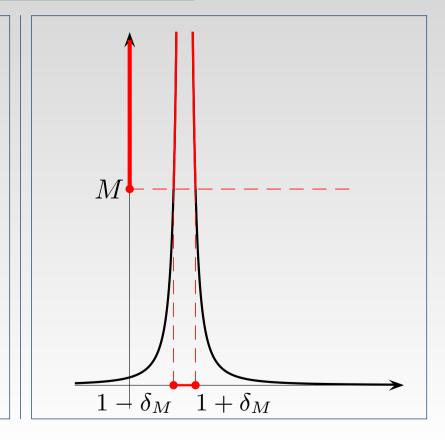
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Questo dev'essere vero per ogni M!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

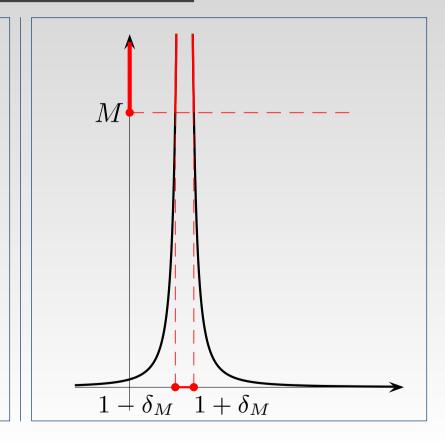
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Questo dev'essere vero per ogni M!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

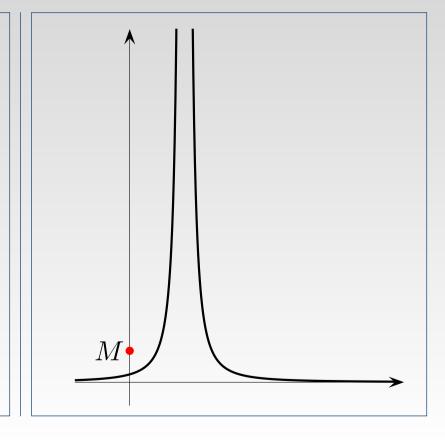
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

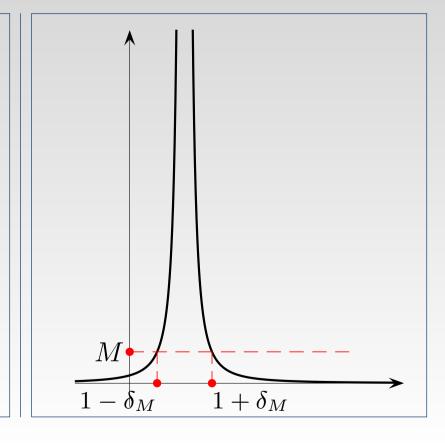
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

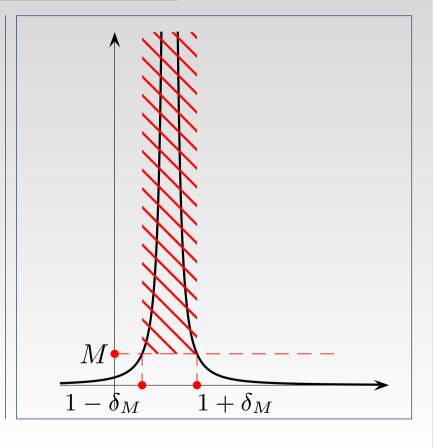
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x-1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

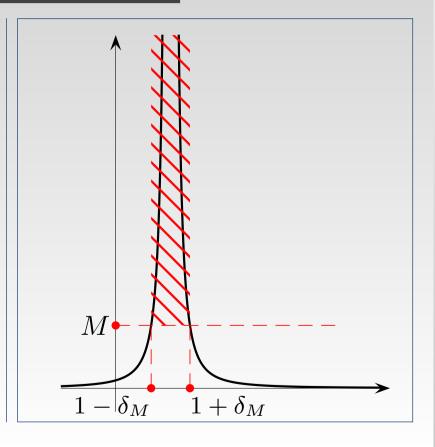
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x-1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

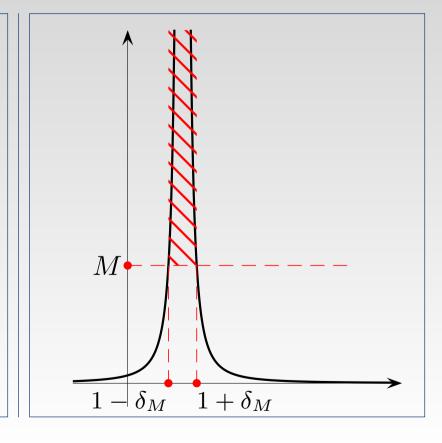
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x-1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

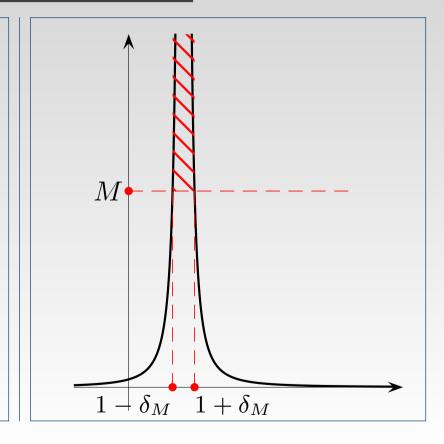
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x-1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

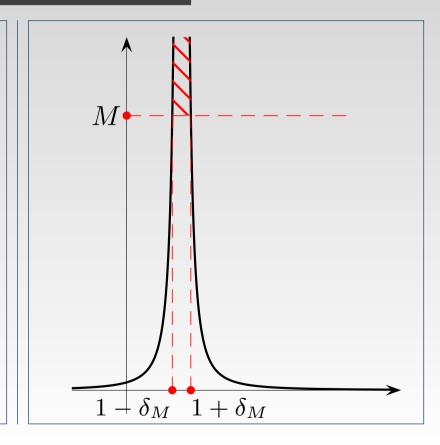
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x-1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

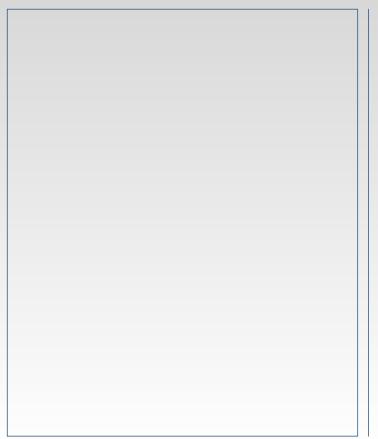
Operazioni con i limiti

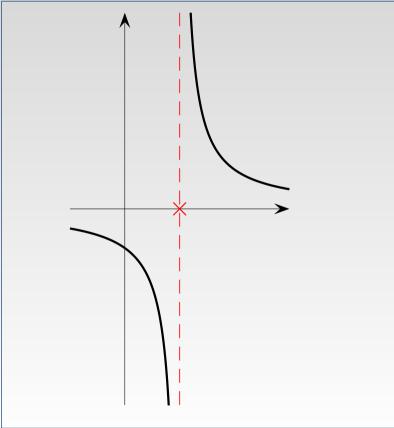
Limiti e continuità

Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x - 1} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty$$





Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

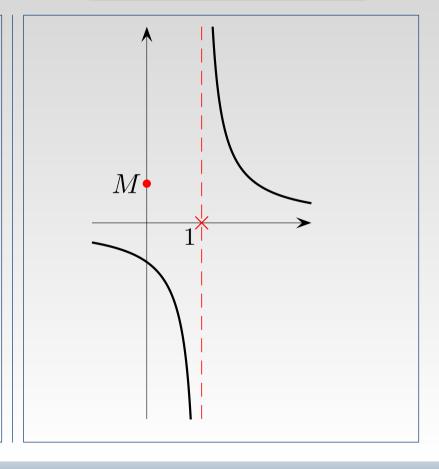
Operazioni con i limiti

Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x - 1} = +\infty$$



Dato un arbitrario M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

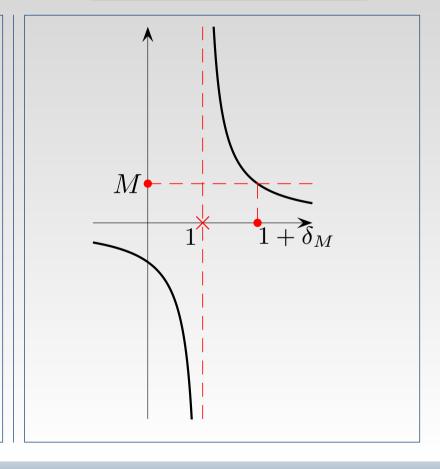
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x - 1} = +\infty$$



Dato un arbitrario Msi riesce a trovare un δ_M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

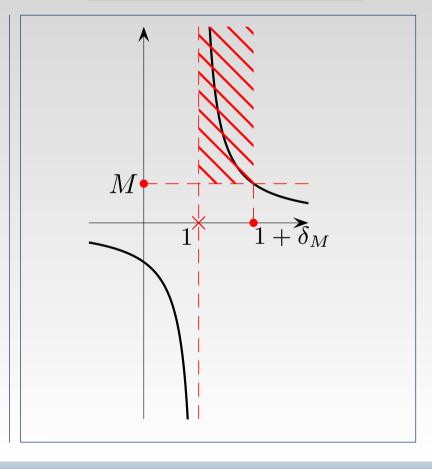
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x - 1} = +\infty$$



Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 < x < 1 + \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

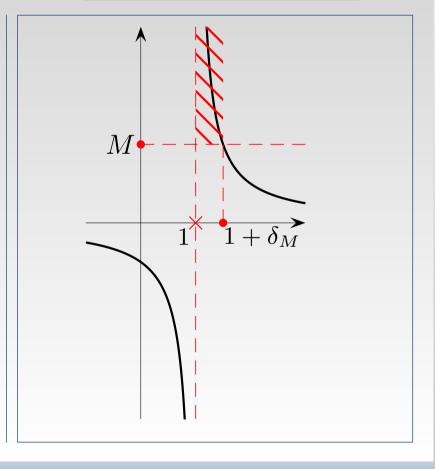
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x - 1} = +\infty$$



Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 < x < 1 + \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

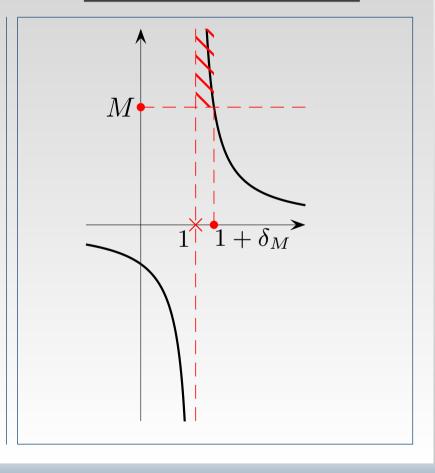
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x - 1} = +\infty$$



Dato un arbitrario Msi riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 < x < 1 + \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

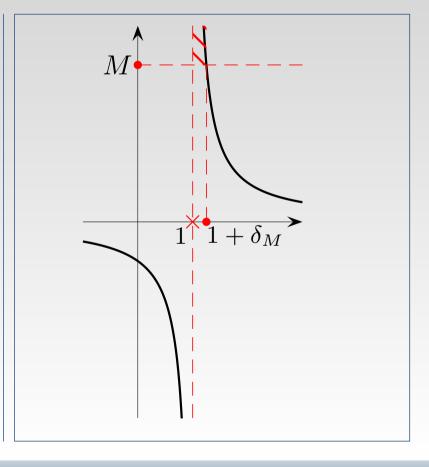
Operazioni con i limiti

000000

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x - 1} = +\infty$$



Dato un arbitrario Msi riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 < x < 1 + \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \to x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

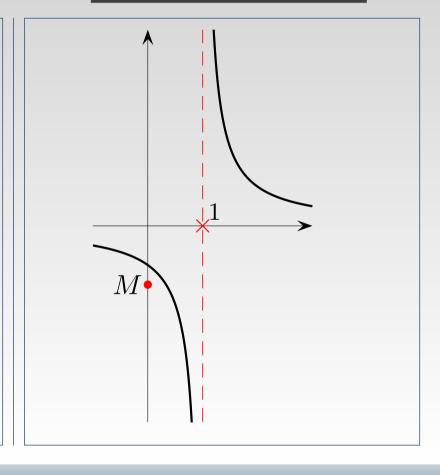
Operazioni con i limiti

0000000



$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty$$

Dato un arbitrario Msi riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x o x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

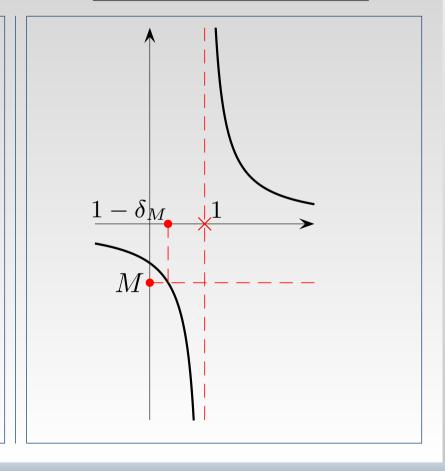
Operazioni con i limiti

00000000



$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty$$

Dato un arbitrario Msi riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

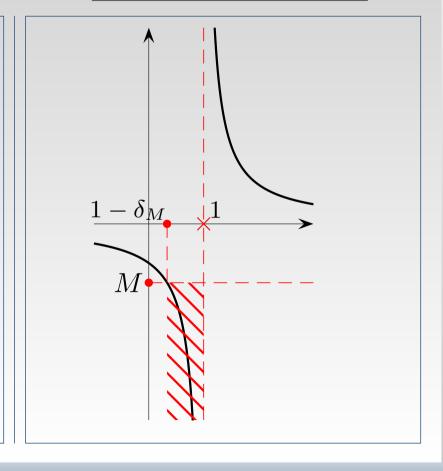
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

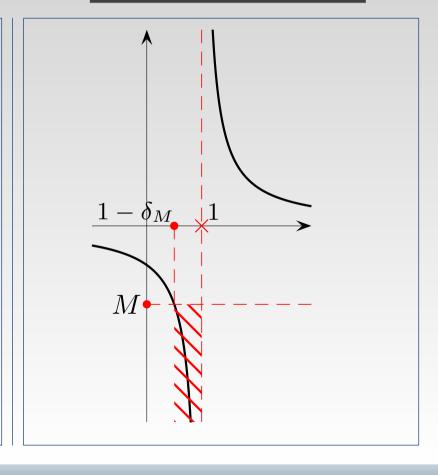
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

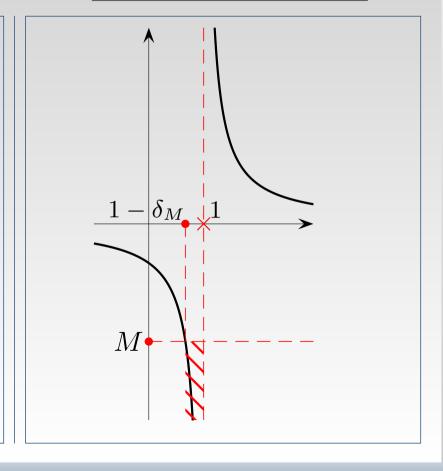
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightharpoonup x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

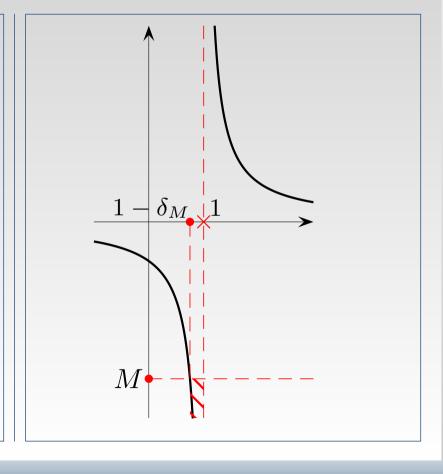
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{x - 1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \to x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Ricapitolazione

■ Il limite

$$\lim_{x \to +\infty} f(x)$$

fornisce informazioni sul comportamento della funzione quando x è molto grande

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Ricapitolazione

■ Il limite

$$\lim_{x \to +\infty} f(x)$$

fornisce informazioni sul comportamento della funzione quando x è molto grande

■ Il limite

$$\lim_{x \to x_0} f(x)$$

fornisce informazioni sul comportamento della funzione quando x è vicino a x_0 (ma diverso da x_0)

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x
ightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \to x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Verifiche di limite

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \sin \frac{1}{x} < \varepsilon$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$,

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies |x \operatorname{sen} \frac{1}{x}| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right|$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

- p. 29/39

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right|$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \le |x| \cdot 1$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\left| \lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0 \right|$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies |x \operatorname{sen} \frac{1}{x}| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \le |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies |x \operatorname{sen} \frac{1}{x}| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \le |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Verifichiamo che

$$\left| \lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0 \right|$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \sin \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies |x \operatorname{sen} \frac{1}{x}| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \le |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\left| \lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0 \right|$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies |x \operatorname{sen} \frac{1}{x}| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \le |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \sin \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies |x \operatorname{sen} \frac{1}{x}| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \le |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\left| \lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0 \right|$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \sin \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies |x \operatorname{sen} \frac{1}{x}| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \le |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verifichiamo che

$$\lim_{x \to 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, \ -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \sin \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies |x \operatorname{sen} \frac{1}{x}| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \le |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando. Quindi, per definizione

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Si può verificare che

$$\lim_{x \to 1} \frac{3x - 1}{x + 1} = 1$$

Lim	iti.	di	tui	17.10	ni	real	

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Si può verificare che

$$\left| \lim_{x \to 1} \frac{3x - 1}{x + 1} = 1 \right|$$

Per definizione, dato $\varepsilon > 0$, tutto sta a trovare $\delta_{\varepsilon} > 0$ tale che

$$0 < |x-1| < \delta_{\varepsilon} \text{ implica } \left| \frac{3x-1}{x+1} - 1 \right| < \varepsilon$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Si può verificare che

$$\lim_{x \to 1} \frac{3x - 1}{x + 1} = 1$$

Per definizione, dato $\varepsilon > 0$, tutto sta a trovare $\delta_{\varepsilon} > 0$ tale che

$$0 < |x-1| < \delta_{\varepsilon} \text{ implica } \left| \frac{3x-1}{x+1} - 1 \right| < \varepsilon$$

Per ε < 2 si può prendere

$$\delta_{\varepsilon} = \min \left\{ \frac{2\varepsilon}{2+\varepsilon}, \frac{2\varepsilon}{2-\varepsilon} \right\}$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Si può verificare che

$$\lim_{x \to 1} \frac{3x - 1}{x + 1} = 1$$

Per definizione, dato $\varepsilon > 0$, tutto sta a trovare $\delta_{\varepsilon} > 0$ tale che

$$0 < |x-1| < \delta_{\varepsilon} \text{ implica } \left| \frac{3x-1}{x+1} - 1 \right| < \varepsilon$$

Per ε < 2 si può prendere

$$\delta_{\varepsilon} = \min \left\{ \frac{2\varepsilon}{2 + \varepsilon}, \frac{2\varepsilon}{2 - \varepsilon} \right\}$$

Questa scelta <u>non</u> è evidente (vedi Libro)

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Posto
$$f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$$
, osserviamo che $f(1) = 1$ cioè

$$\lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Posto $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$, osserviamo che f(1) = 1 cioè

$$\lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$$

In questo caso il limite di f per $x \to x_0$ si ottiene calcolando il valore $f(x_0)$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Posto $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$, osserviamo che f(1) = 1 cioè

$$\lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$$

In questo caso il limite di f per $x \to x_0$ si ottiene calcolando il valore $f(x_0)$

Problema: È una situazione generale?

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verificare il limite mediante la definizione è scomodo e difficile

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Verificare il limite mediante la definizione è scomodo e difficile

Obiettivo: trovare dei metodi più rapidi per il calcolo e la verifica dei limiti

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Verificare il limite mediante la definizione è scomodo e difficile

Obiettivo: trovare dei metodi più rapidi per il calcolo e la verifica dei limiti

Teoremi sui limiti

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite
Esempio 1
Esempio 2
Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Verificare il limite mediante la definizione è scomodo e difficile

Obiettivo: trovare dei metodi più rapidi per il calcolo e la verifica dei limiti

Teoremi sui limiti
Funzioni continue

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

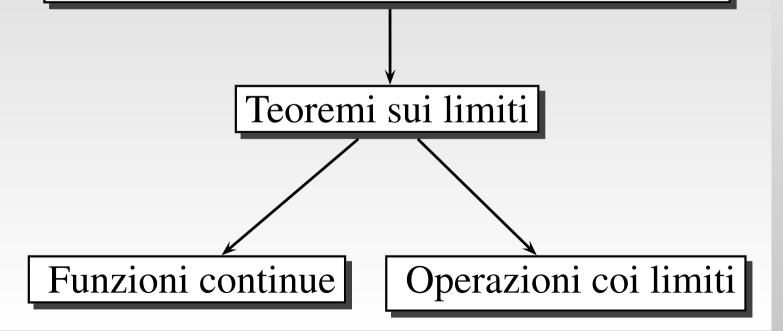
Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Verificare il limite mediante la definizione è scomodo e difficile

Obiettivo: trovare dei metodi più rapidi per il calcolo e la verifica dei limiti



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Operazioni con i limiti

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

I numeri reali ampliati

Teorema (operazioni con i limiti)

I numeri reali ampliati

Definiamo

$$\overline{\mathbb{R}} := \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$$

Limiti di funzioni reali
Limiti di successioni
Altri Limiti
Verifiche di limite
Operazioni con i limiti
I numeri reali ampliati
Teorema (operazioni con i limiti)
Limiti e continuità

I numeri reali ampliati

Definiamo

$$\overline{\mathbb{R}} := \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$$

con le seguenti regole di calcolo:

$$+\infty+c=c+\infty:=+\infty, \quad -\infty+c=c-\infty:=-\infty, \\ +\infty+\infty:=+\infty, \quad -\infty-\infty:=-\infty$$

$$\frac{c}{\pm\infty}:=0 \quad \text{dove } c\in\mathbb{R}$$

$$(\pm\infty)\cdot(\pm\infty):=(\text{prodotto dei segni})\infty$$

$$(\pm\infty)\cdot c:=(\text{prodotto dei segni})\infty \quad \text{dove } c\neq 0$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

I numeri reali ampliati

Teorema (operazioni con i limiti)

I numeri reali ampliati

Definiamo

$$\overline{\mathbb{R}} := \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$$

con le seguenti regole di calcolo:

$$+\infty + c = c + \infty := +\infty, \quad -\infty + c = c - \infty := -\infty,$$
 $+\infty + \infty := +\infty, \quad -\infty - \infty := -\infty$

$$\frac{c}{\pm \infty} := 0 \quad \text{dove } c \in \mathbb{R}$$
 $(\pm \infty) \cdot (\pm \infty) := (\text{prodotto dei segni}) \infty$
 $(\pm \infty) \cdot c := (\text{prodotto dei segni}) \infty \quad \text{dove } c \neq 0$

Restano indeterminati i risultati delle seguenti operazioni

$$+\infty - \infty$$
 $(\pm \infty) \cdot 0$ $\frac{\pm \infty}{\pm \infty}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{\pm \infty}{0}$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

I numeri reali ampliati

Teorema (operazioni con i limiti)

Teorema (operazioni con i limiti)

Teorema. Siano f e g due funzioni con

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \alpha \in \overline{\mathbb{R}}, \quad \lim_{x \to x_0} g(x) = \beta \in \overline{\mathbb{R}}$$

 $\operatorname{con} x_0 \in \overline{\mathbb{R}}.$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

I numeri reali ampliati

Teorema (operazioni con i limiti)

Limiti e continuità

Teorema (operazioni con i limiti)

Teorema. Siano f e g due funzioni con

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \alpha \in \overline{\mathbb{R}}, \quad \lim_{x \to x_0} g(x) = \beta \in \overline{\mathbb{R}}$$

 $\operatorname{con} x_0 \in \overline{\mathbb{R}}$. Allora si ha

- somma: $\lim_{x\to x_0} \left[f(x)+g(x)\right] = \alpha+\beta$ in tutti i casi in cui $\alpha+\beta$ è definito
- **prodotto:** $\lim_{x \to x_0} \left[f(x) \cdot g(x) \right] = \alpha \cdot \beta$ in tutti i casi in cui $\alpha \cdot \beta$ è definito
- **quoziente:** se $\alpha \neq 0$ e $f(x) \neq 0 \ \forall x$ allora

$$\lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\alpha}$$

• valore assoluto: $\lim_{x \to x_0} |f(x)| = |\alpha|$

Limiti di funzioni reali
Limiti di successioni
Altri Limiti
Verifiche di limite
Operazioni con i limiti
I numeri reali ampliati
Teorema (operazioni con i limiti)

Limiti e continuità

Limiti e continuità

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Definizioni

Teoremi sulla continuità

Continuità e funzioni elementari

Definizioni

Sia I un intervallo di estremi a e b con a < b. Sia $f: I \to \mathbb{R}$ una funzione e $x_0 \in I$

Si dice che f è continua in x_0 se

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

intendendo eventualmente il limite da destra o da sinistra se x_0 è estremo di I

Se f non è continua in x_0 si dice che è discontinua in x_0

Si dice che f è continua in I se è continua in ogni punto di I

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Definizioni

Teoremi sulla continuità

Continuità e funzioni elementari

Teoremi sulla continuità

Dal Teorema sulle operazioni con i limiti si ha

Teorema. Siano $f, g: I \to \mathbb{R}$ due funzioni continue in $x_0 \in I$. Allora

- f + g è continua in x_0
- $f \cdot g$ è continua in x_0
- f/g è continua in x_0 , se $g(x_0) \neq 0$
- |f| è continua in x_0
- l'inversa di una funzione continua è continua
- la composta di funzioni continue è continua

Limiti di funzioni reali
Limiti di successioni
Limiti di successioni
Altri Limiti
Verifiche di limite
Operazioni con i limiti
Limiti e continuità
Definizioni Teoremi sulla continuità

Continuità e funzioni elementari

Continuità e funzioni elementari

Teorema. Tutte le funzioni elementari sono funzioni continue sul relativo dominio di definizione

Limiti di funzioni reali
Limiti di successioni
Altri Limiti
Verifiche di limite
Operazioni con i limiti
Limiti e continuità

Teoremi sulla continuità

Continuità e funzioni elementari

Continuità e funzioni elementari

Teorema. Tutte le funzioni elementari sono funzioni continue sul relativo dominio di definizione

Sono dunque continue le seguenti funzioni:

- funzioni lineari e affini
- potenze e radici *n*-esime
- polinomi
- funzioni razionali
- funzioni esponenziali e logaritmiche
- valore assoluto
- funzioni trigonometriche (sen, cos, tan)
- funzioni trigonometriche inverse

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Definizioni

Teoremi sulla continuità

Continuità e funzioni elementari