

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un insieme non vuoto

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



Massimo e minimo di un insieme

Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un insieme non vuoto

Un elemento $a \in \mathbb{R}$ si dice **massimo di A**
(e si scrive $a = \mathbf{\max A}$) se

$$a \in A \text{ e } x \leq a \text{ per ogni } x \in A$$

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



Massimo e minimo di un insieme

Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un insieme non vuoto

Un elemento $a \in \mathbb{R}$ si dice **massimo di A** (e si scrive $a = \mathbf{\max A}$) se

$$a \in A \text{ e } x \leq a \text{ per ogni } x \in A$$

Ovvero, $\max A$ è un elemento di A che è più grande di tutti gli elementi di A

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



Massimo e minimo di un insieme

Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ un insieme non vuoto

Un elemento $a \in \mathbb{R}$ si dice **massimo di A** (e si scrive $a = \max A$) se

$$a \in A \text{ e } x \leq a \text{ per ogni } x \in A$$

Ovvero, $\max A$ è un elemento di A che è più grande di tutti gli elementi di A

Un elemento $a \in \mathbb{R}$ si dice **minimo di A** (e si scrive $a = \min A$) se

$$a \in A \text{ e } y \geq a \text{ per ogni } y \in A$$

Ovvero, $\min A$ è un elemento di A che è più piccolo di tutti gli elementi di A

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

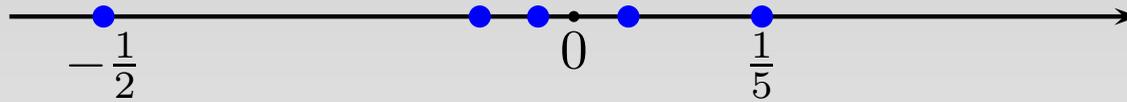
Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

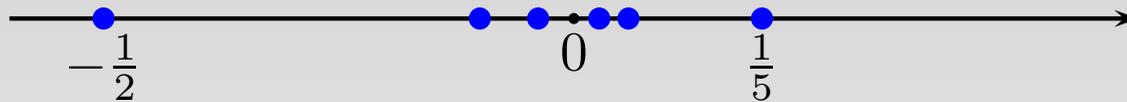
Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

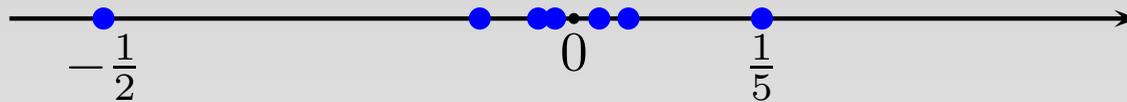
Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

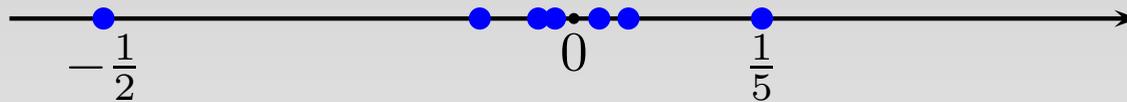
Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



si ha $\max A = 1/5$, $\min A = -1/2$

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

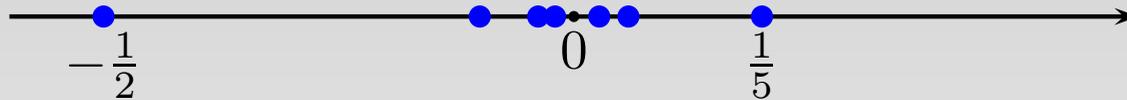
Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



si ha $\max A = 1/5$, $\min A = -1/2$

Non tutti gli $A \subseteq \mathbb{R}$ hanno massimo e/o minimo!

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

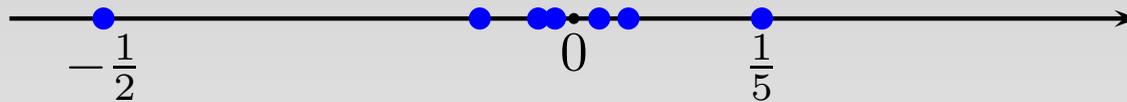
Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

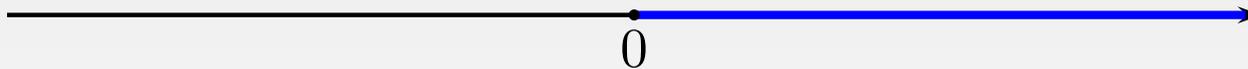
$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



si ha $\max A = 1/5$, $\min A = -1/2$

Non tutti gli $A \subseteq \mathbb{R}$ hanno massimo e/o minimo!

2 $B = [0, +\infty[$ non ha massimo



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

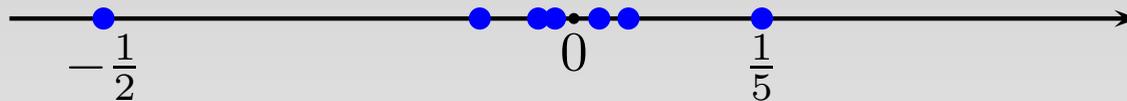
Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Per l'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1+n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$



si ha $\max A = 1/5$, $\min A = -1/2$

Non tutti gli $A \subseteq \mathbb{R}$ hanno massimo e/o minimo!

2 $B = [0, +\infty[$ non ha massimo



3 $C = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 \leq 2\}$ non ha minimo né massimo



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



Maggioranti e minoranti

Sia $A \subseteq \mathbb{R}$. Un numero reale a si dice **maggiorante di A** se

$$x \leq a \text{ per ogni } x \in A$$

e **minorante di A** se

$$x \geq a \text{ per ogni } x \in A$$

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



Maggioranti e minoranti

Sia $A \subseteq \mathbb{R}$. Un numero reale a si dice **maggiorante di A** se

$$x \leq a \text{ per ogni } x \in A$$

e **minorante di A** se

$$x \geq a \text{ per ogni } x \in A$$

Esempio:



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



Maggioranti e minoranti

Sia $A \subseteq \mathbb{R}$. Un numero reale a si dice **maggiorante di A** se

$$x \leq a \text{ per ogni } x \in A$$

e **minorante di A** se

$$x \geq a \text{ per ogni } x \in A$$

Esempio:



a_1 è un maggiorante di A

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



Maggioranti e minoranti

Sia $A \subseteq \mathbb{R}$. Un numero reale a si dice **maggiorante di A** se

$$x \leq a \text{ per ogni } x \in A$$

e **minorante di A** se

$$x \geq a \text{ per ogni } x \in A$$

Esempio:



a_1 è un maggiorante di A

a_2 è un minorante di A

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



Insiemi limitati e illimitati

A si dice

- **limitato superiormente** se esiste almeno un maggiorante
- **limitato inferiormente** se esiste almeno un minorante
- **limitato** se è limitato sia superiormente che inferiormente

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



Insiemi limitati e illimitati

A si dice

- **limitato superiormente** se esiste almeno un maggiorante
- **limitato inferiormente** se esiste almeno un minorante
- **limitato** se è limitato sia superiormente che inferiormente

A si dice

- **illimitato superiormente** se non è limitato superiormente
- **illimitato inferiormente** se non è limitato inferiormente

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Dato $A =] - 3, 2] \cup [5, 12[$

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

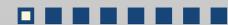
Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Dato $A =] - 3, 2] \cup [5, 12[$



Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

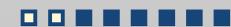
Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Dato $A =] - 3, 2] \cup [5, 12[$



L'insieme dei minoranti è $] - \infty, -3]$

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Dato $A =] - 3, 2] \cup [5, 12[$



L'insieme dei minoranti è $] - \infty, -3]$, quello dei maggioranti è $[12, +\infty[$. A è quindi un insieme limitato.

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Dato $A =] - 3, 2] \cup [5, 12[$



L'insieme dei minoranti è $] - \infty, -3]$, quello dei maggioranti è $[12, +\infty[$. A è quindi un insieme limitato.

2 $A =] - \infty, 4]$ è limitato super. ma non infer.

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Dato $A =] - 3, 2] \cup [5, 12[$



L'insieme dei minoranti è $] - \infty, -3]$, quello dei maggioranti è $[12, +\infty[$. A è quindi un insieme limitato.

2 $A =] - \infty, 4]$ è limitato super. ma non infer.

3 $A = \mathbb{N}$ è limitato infer. ma non super.

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Dato $A =] - 3, 2] \cup [5, 12[$



L'insieme dei minoranti è $] - \infty, -3]$, quello dei maggioranti è $[12, +\infty[$. A è quindi un insieme limitato.

2 $A =] - \infty, 4]$ è limitato super. ma non infer.

3 $A = \mathbb{N}$ è limitato infer. ma non super.

4 $A = \mathbb{Z}$ non è limitato né infer. né super.

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 Dato $A =] - 3, 2] \cup [5, 12[$



L'insieme dei minoranti è $] - \infty, -3]$, quello dei maggioranti è $[12, +\infty[$. A è quindi un insieme limitato.

2 $A =] - \infty, 4]$ è limitato super. ma non infer.

3 $A = \mathbb{N}$ è limitato infer. ma non super.

4 $A = \mathbb{Z}$ non è limitato né infer. né super.

Teorema A è limitato se e solo se esiste un numero positivo L tale che

$$|a| \leq L \quad \forall a \in A$$

Insiemi limitati

Massimo e minimo di un insieme

Esempi

Maggioranti e minoranti

Insiemi limitati e illimitati

Esempi

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione



Estremo superiore e inferiore

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione

Maggioranti e minoranti (quando esistono) non sono unici

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:



Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:



Se x_0 è maggiorante di A allora ogni x_1 più grande di x_0 è ancora un maggiorante di A

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:



Se x_0 è maggiorante di A allora ogni x_1 più grande di x_0 è ancora un maggiorante di A

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:



Se x_0 è maggiorante di A allora ogni x_1 più grande di x_0 è ancora un maggiorante di A

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:



L'insieme dei maggioranti ha minimo: $\sup A$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:



L'insieme dei maggioranti ha minimo: $\sup A$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

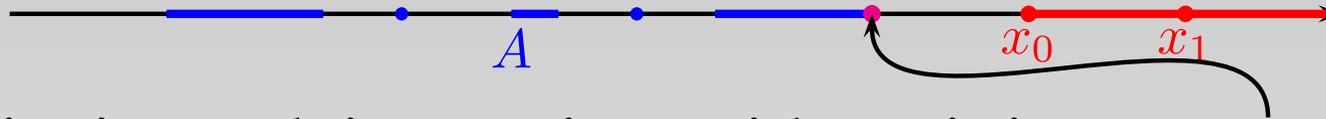
Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:



L'insieme dei maggioranti ha minimo: $\sup A$

Un numero reale si dice **estremo superiore** di A superiormente limitato (e si indica con $\sup A$) se è il minimo dei maggioranti di A

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:



L'insieme dei maggioranti ha minimo: $\sup A$

L'insieme dei minoranti ha massimo: $\inf A$

Un numero reale si dice **estremo superiore** di A superiormente limitato (e si indica con $\sup A$) se è il minimo dei maggioranti di A

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:



L'insieme dei maggioranti ha minimo: $\sup A$

L'insieme dei minoranti ha massimo: $\inf A$

Un numero reale si dice **estremo superiore** di A superiormente limitato (e si indica con $\sup A$) se è il minimo dei maggioranti di A

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Esempio:



L'insieme dei maggioranti ha minimo: $\sup A$

L'insieme dei minoranti ha massimo: $\inf A$

Un numero reale si dice **estremo superiore** di A superiormente limitato (e si indica con $\sup A$) se è il minimo dei maggioranti di A

Un numero reale si dice **estremo inferiore** di A inferiormente limitato (e si indica con $\inf A$) se è il massimo dei minoranti di A

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Non è detto che $\sup A$ e $\inf A$ appartengano ad A , ma se vi appartengono allora sono rispettivamente massimo e minimo, cioè

$$\sup A \in A \implies \sup A = \max A$$

$$\inf A \in A \implies \inf A = \min A$$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Non è detto che $\sup A$ e $\inf A$ appartengano ad A , ma se vi appartengono allora sono rispettivamente massimo e minimo, cioè

$$\sup A \in A \implies \sup A = \max A$$

$$\inf A \in A \implies \inf A = \min A$$

Se A non è superiormente limitato si pone
 $\sup A = +\infty$

Se A non è inferiormente limitato si pone
 $\inf A = -\infty$

1 L'intervallo chiuso $[a, b]$ è un insieme limitato:

$$\min[a, b] = a \quad \max[a, b] = b$$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



1 L'intervallo chiuso $[a, b]$ è un insieme limitato:

$$\min[a, b] = a \quad \max[a, b] = b$$

2 L'intervallo aperto $]a, b[$ è un insieme limitato:

$$\inf]a, b[= a \quad \sup]a, b[= b$$

ma

$$\nexists \min]a, b[\quad \nexists \max]a, b[$$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Definizioni

Esempi

Funzioni limitate

Un'applicazione



Funzioni limitate

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

Esempi

Un'applicazione

Definizione

Una funzione $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ si dice **limitata (inferiormente, superiormente)** se la sua immagine $f(A)$ è un sottoinsieme di \mathbb{R} limitato (inferiormente, superiormente)

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

Esempi

Un'applicazione



Una funzione $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ si dice **limitata (inferiormente, superiormente)** se la sua immagine $f(A)$ è un sottoinsieme di \mathbb{R} limitato (inferiormente, superiormente)

Useremo le notazioni

$$\sup_{x \in A} f(x) := \sup f(A), \quad \inf_{x \in A} f(x) := \inf f(A)$$

per indicare l'estremo superiore ed inferiore dei valori assunti dalla funzione

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

Esempi

Un'applicazione



Se tali numeri appartengono all'insieme $f(A)$, ovvero sono valori assunti dalla funzione, si dirà che la **funzione ammette** *massimo* e *minimo* che verranno indicati con

$$\max_{x \in A} f(x) \quad \text{e} \quad \min_{x \in A} f(x)$$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

Esempi

Un'applicazione



Se tali numeri appartengono all'insieme $f(A)$, ovvero sono valori assunti dalla funzione, si dirà che la **funzione ammette massimo** e **minimo** che verranno indicati con

$$\max_{x \in A} f(x) \quad \text{e} \quad \min_{x \in A} f(x)$$

o semplicemente con

$$\max_A f \quad \text{e} \quad \min_A f$$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

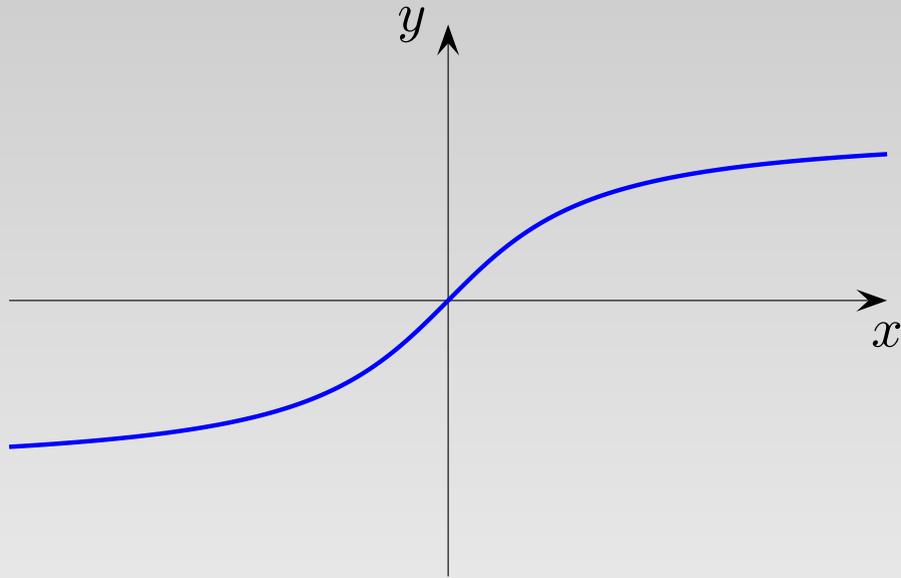
Esempi

Un'applicazione



Esempio 1

Sia $f(x) = \operatorname{arctg} x$



Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

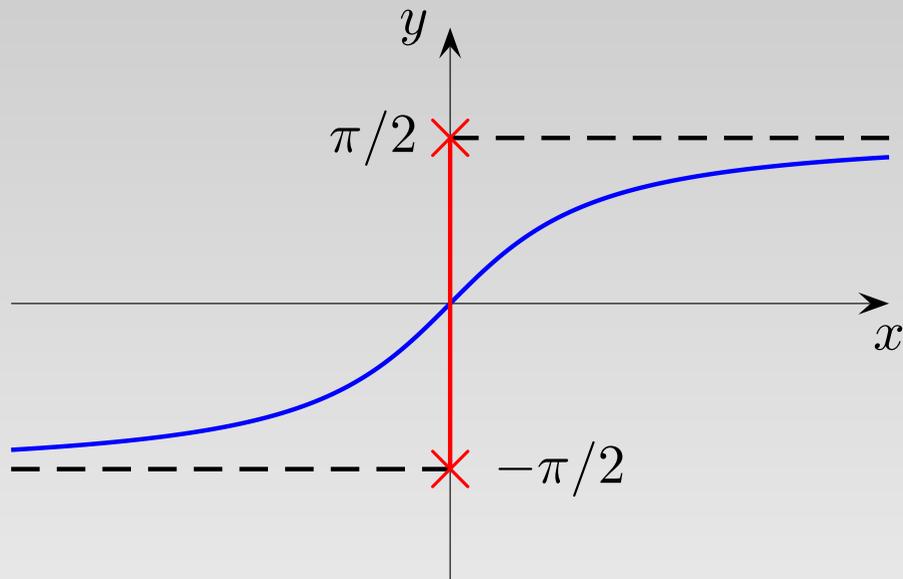
Esempi

Un'applicazione



Esempio 1

Sia $f(x) = \operatorname{arctg} x$



$$f(\mathbb{R}) =] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} [$$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

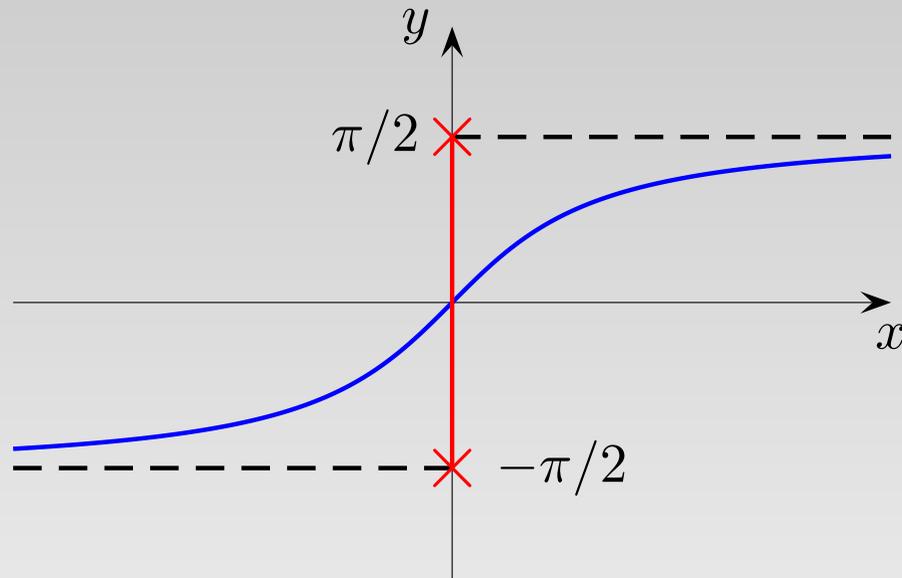
Esempi

Un'applicazione



Esempio 1

Sia $f(x) = \operatorname{arctg} x$



$$f(\mathbb{R}) =] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} [$$

Poiché l'immagine è limitata $\implies f$ è limitata

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

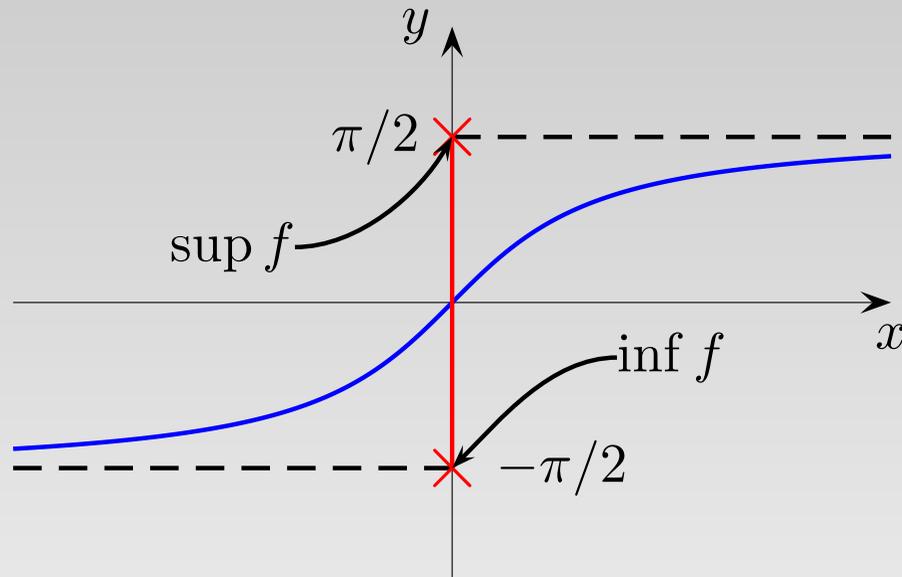
Esempi

Un'applicazione



Esempio 1

Sia $f(x) = \operatorname{arctg} x$



$$f(\mathbb{R}) =] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$$

Poiché l'immagine è limitata $\implies f$ è limitata

$$\inf_{x \in \mathbb{R}} f(x) = -\pi/2$$

$$\sup_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \pi/2$$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

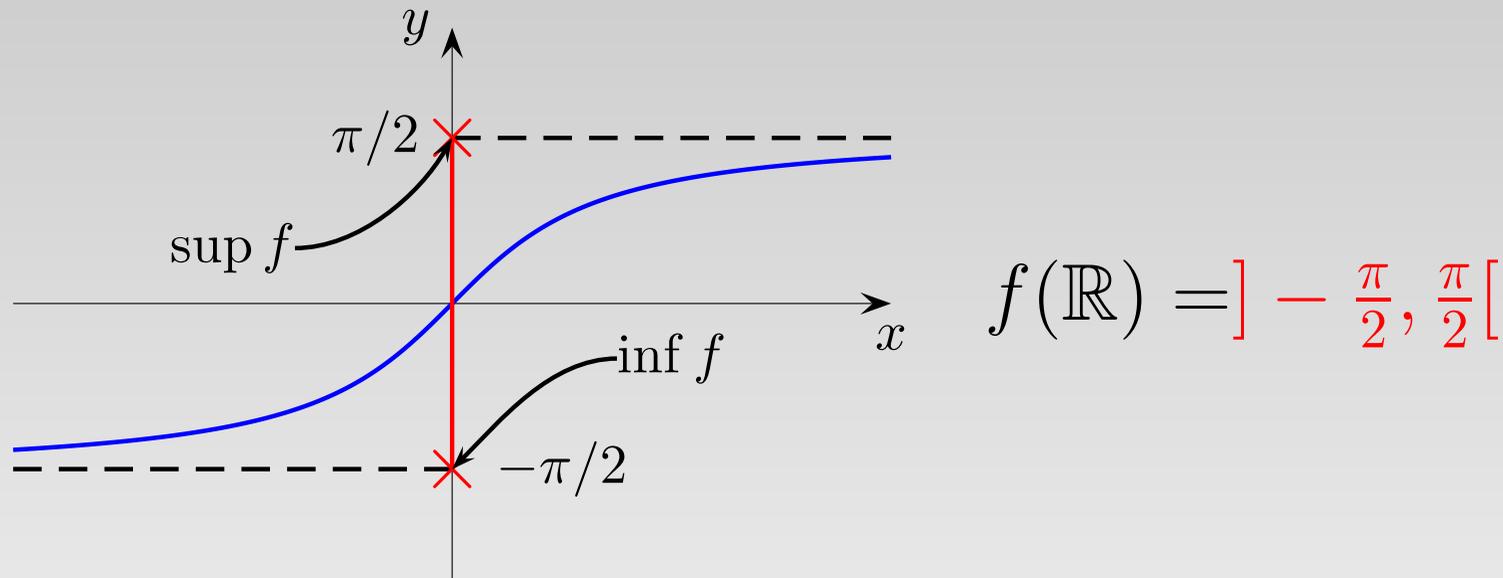
Esempi

Un'applicazione



Esempio 1

Sia $f(x) = \operatorname{arctg} x$



Poiché l'immagine è limitata $\implies f$ è limitata

$$\inf_{x \in \mathbb{R}} f(x) = -\pi/2$$

$$\sup_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \pi/2$$

$$\nexists \min_{x \in \mathbb{R}} f(x)$$

$$\nexists \max_{x \in \mathbb{R}} f(x)$$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

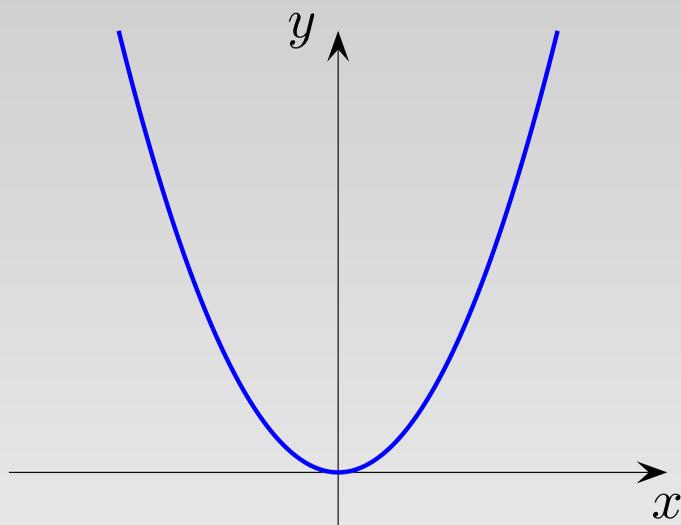
Esempi

Un'applicazione



Esempio 2

Sia $f(x) = x^2$



Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

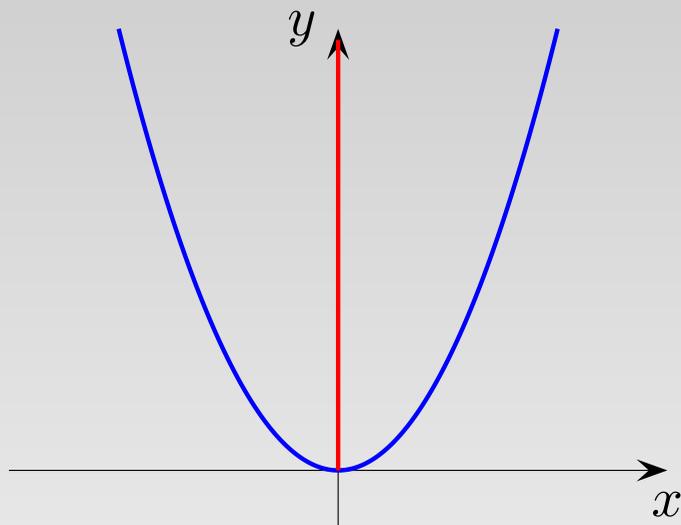
Esempi

Un'applicazione



Esempio 2

Sia $f(x) = x^2$



$$f(\mathbb{R}) = [0, +\infty[$$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

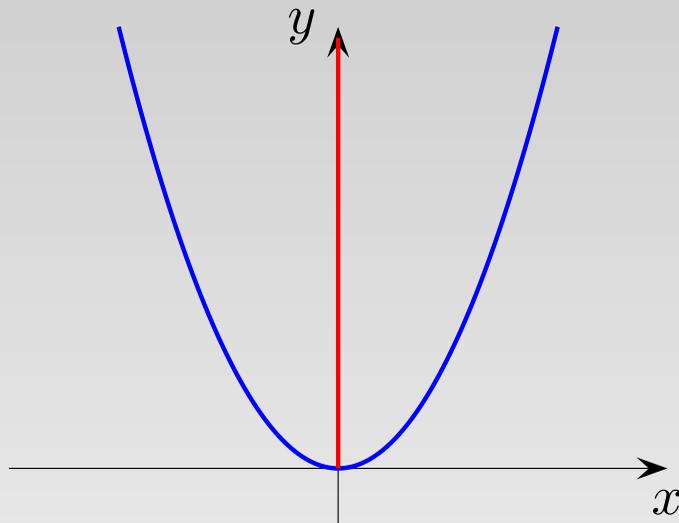
Esempi

Un'applicazione



Esempio 2

Sia $f(x) = x^2$



$$f(\mathbb{R}) = [0, +\infty[$$

Poiché l'immagine è inferiormente limitata
 $\implies f$ è inferiormente limitata

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

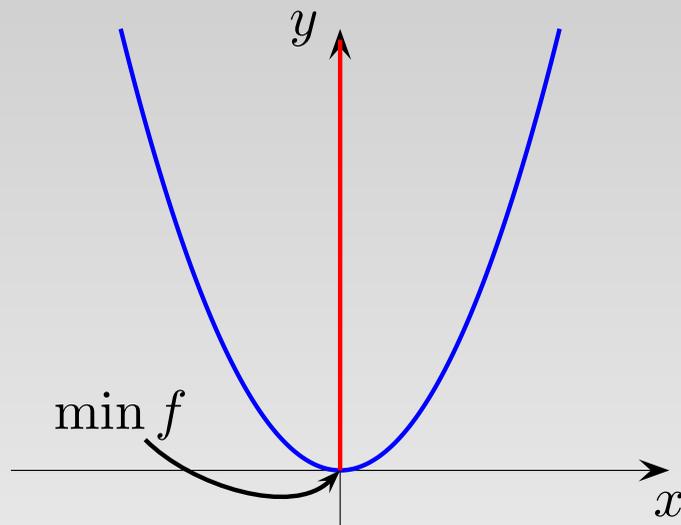
Esempi

Un'applicazione



Esempio 2

Sia $f(x) = x^2$



$$f(\mathbb{R}) = [0, +\infty[$$

Poiché l'immagine è inferiormente limitata
 $\implies f$ è inferiormente limitata

$$\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 0 \qquad \sup_{x \in \mathbb{R}} f(x) = +\infty$$

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Definizione

Esempi

Un'applicazione



Un'applicazione

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione

Potenza ad esponente reale

Potenza ad esponente reale

Possiamo definire rigorosamente la potenza ad esponente reale a partire da quella ad esponente razionale

Siano $x, a \in \mathbb{R}$ con $x > 0$. Definiamo

$$x^a = \begin{cases} \sup\{x^r : r \in \mathbb{Q}, r \leq a\} & \text{se } x \geq 1 \\ \inf\{x^r : r \in \mathbb{Q}, r \leq a\} & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

Con questa definizione continuano a valere tutte le proprietà delle potenze

Insiemi limitati

Estremo superiore e inferiore

Funzioni limitate

Un'applicazione

Potenza ad esponente reale