

# Le funzioni

# Definizione di funzione

Siano  $A$  e  $B$  due insiemi non vuoti. Una **funzione** (o **mappa** o **applicazione**)  $f$  di  $A$  in  $B$  è una *legge* che ad ogni elemento di  $A$  fa corrispondere un unico elemento di  $B$ :

$$\forall x \in A \exists! y \in B : y = f(x)$$

**Notazione:**  $f : A \rightarrow B$   
 $x \mapsto f(x)$

$A$  **dominio**

$B$  **codominio**

$x$  **variabile**

$y$  **valore** di  $f$  in  $x$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

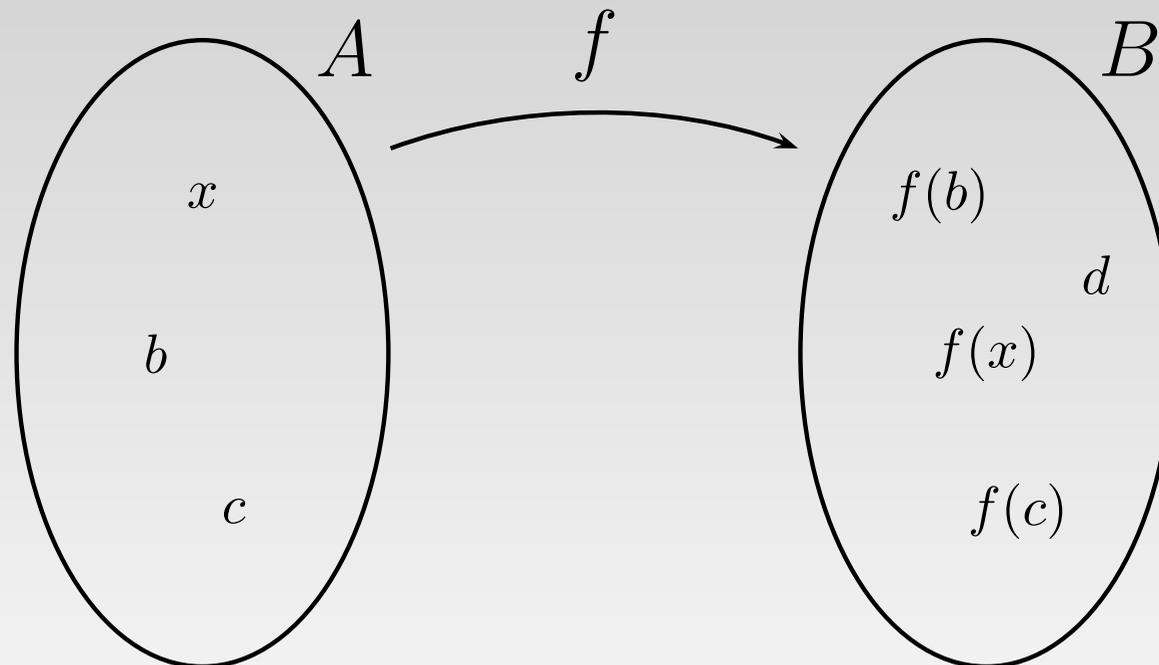
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

# Rappresentazione

## Utilizzando i diagrammi di Venn



Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

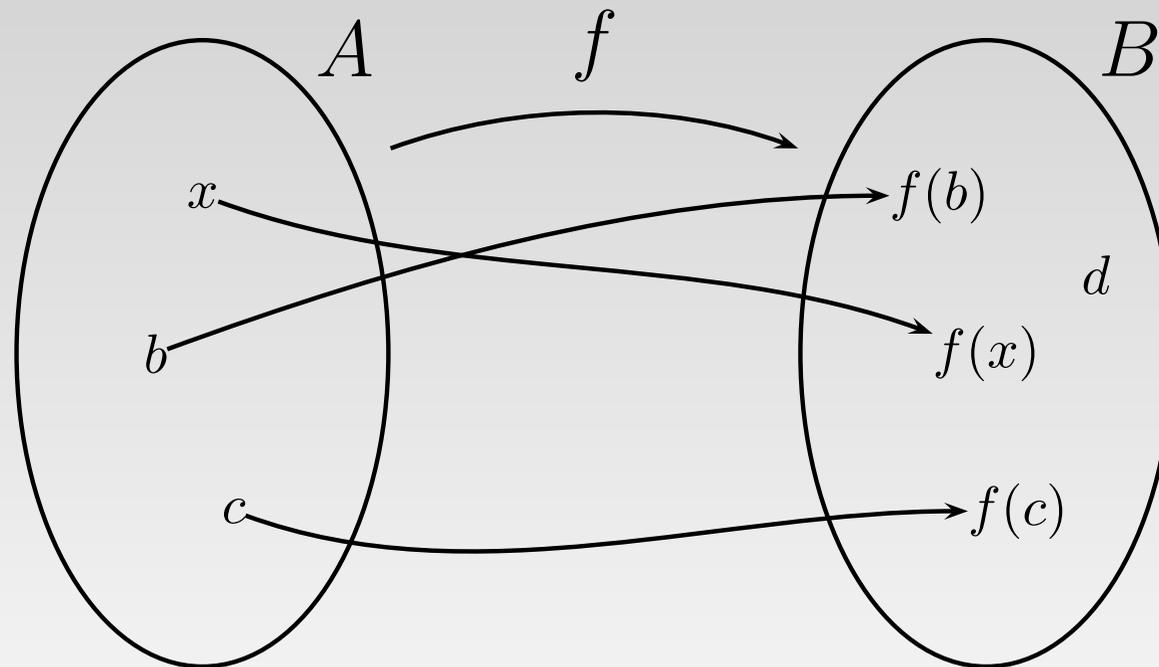
Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



# Rappresentazione

## Utilizzando i diagrammi di Venn



Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



# Grafico di una funzione

Sia  $f : A \rightarrow B$  una funzione

L'insieme

$$\begin{aligned} G &= \{(x, y) \in A \times B : y = f(x)\} \\ &= \{(x, f(x)) : x \in A\} \end{aligned}$$

si chiama **grafico** di  $f$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



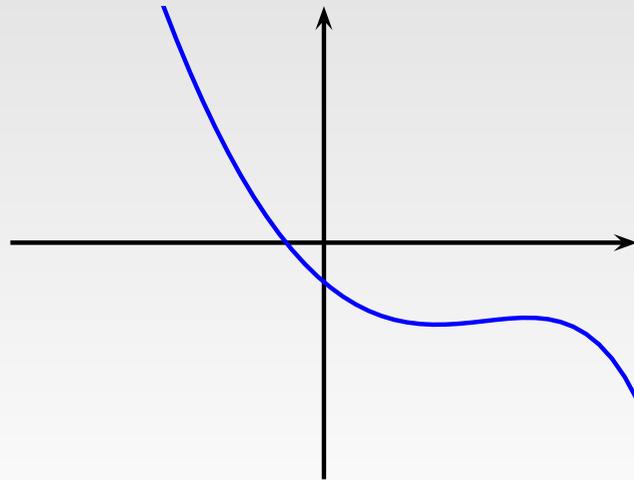
# Grafico di una funzione

Sia  $f : A \rightarrow B$  una funzione

L'insieme

$$\begin{aligned} G &= \{(x, y) \in A \times B : y = f(x)\} \\ &= \{(x, f(x)) : x \in A\} \end{aligned}$$

si chiama **grafico** di  $f$



Esempio di grafico

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



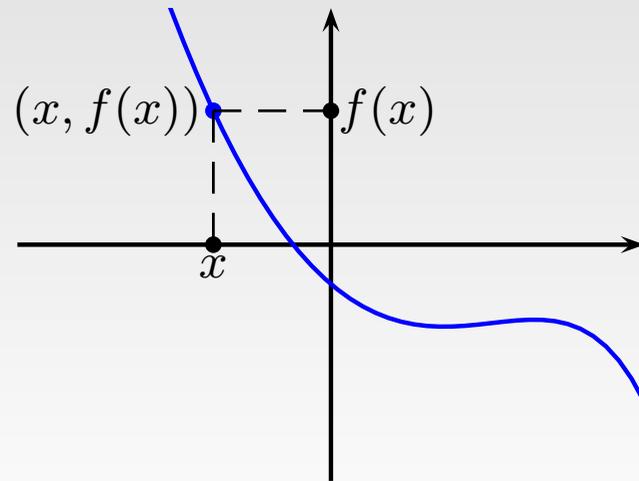
# Grafico di una funzione

Sia  $f : A \rightarrow B$  una funzione

L'insieme

$$\begin{aligned} G &= \{(x, y) \in A \times B : y = f(x)\} \\ &= \{(x, f(x)) : x \in A\} \end{aligned}$$

si chiama **grafico** di  $f$



Esempio di grafico

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



# Esempio

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

**Esempio**

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Grafico di  $f(x) = x^2$

Definizioni

---

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

**Esempio**

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

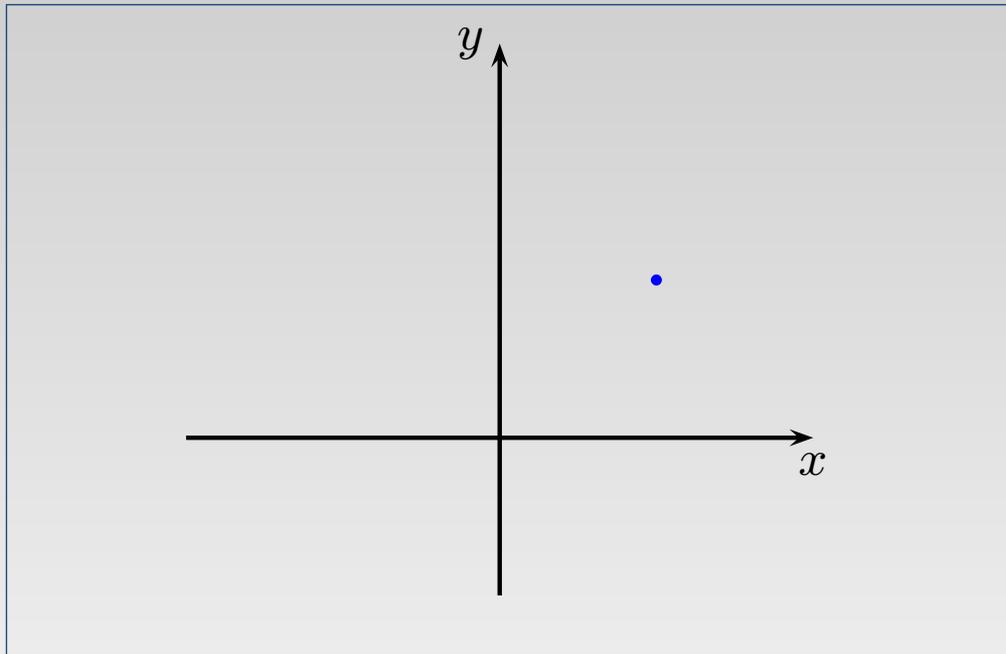
---

Funzione composta e inversa

---



Grafico di  $f(x) = x^2$



$x$	$y = x^2$
1	$1^2$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

**Esempio**

Immagine

Controimmagine

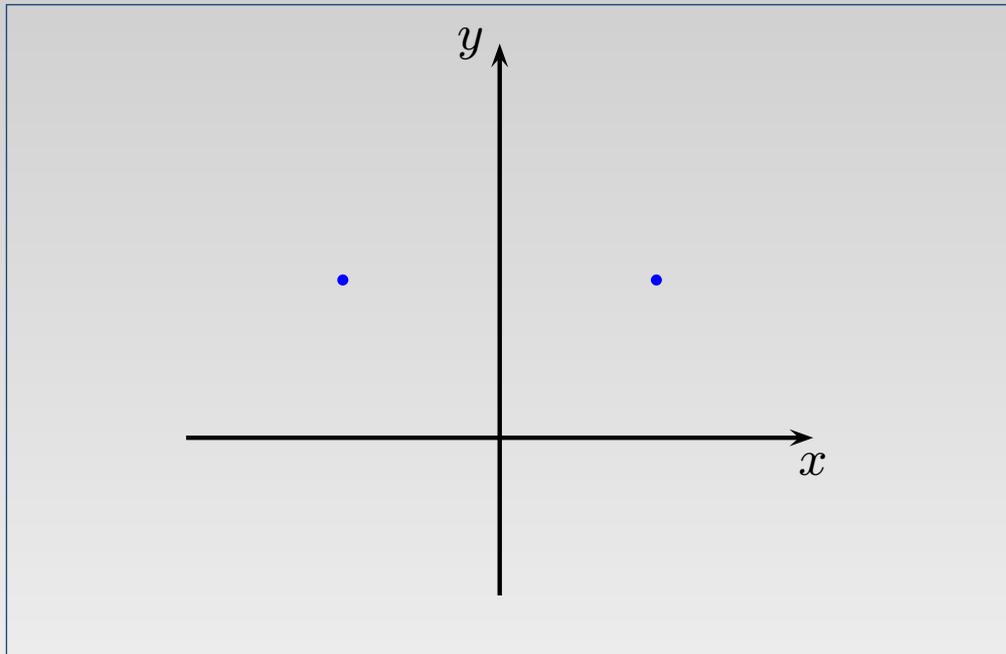
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Grafico di  $f(x) = x^2$



$x$	$y = x^2$
1	$1^2$
-1	1

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

**Esempio**

Immagine

Controimmagine

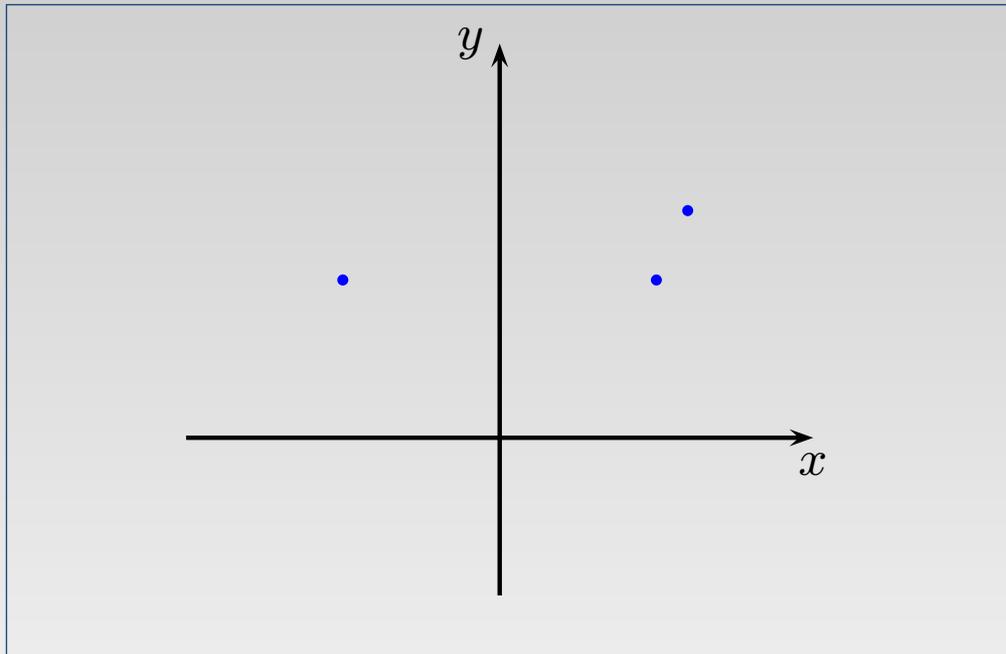
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Grafico di  $f(x) = x^2$



$x$	$y = x^2$
1	$1^2$
-1	1
1.2	1.44

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

**Esempio**

Immagine

Controimmagine

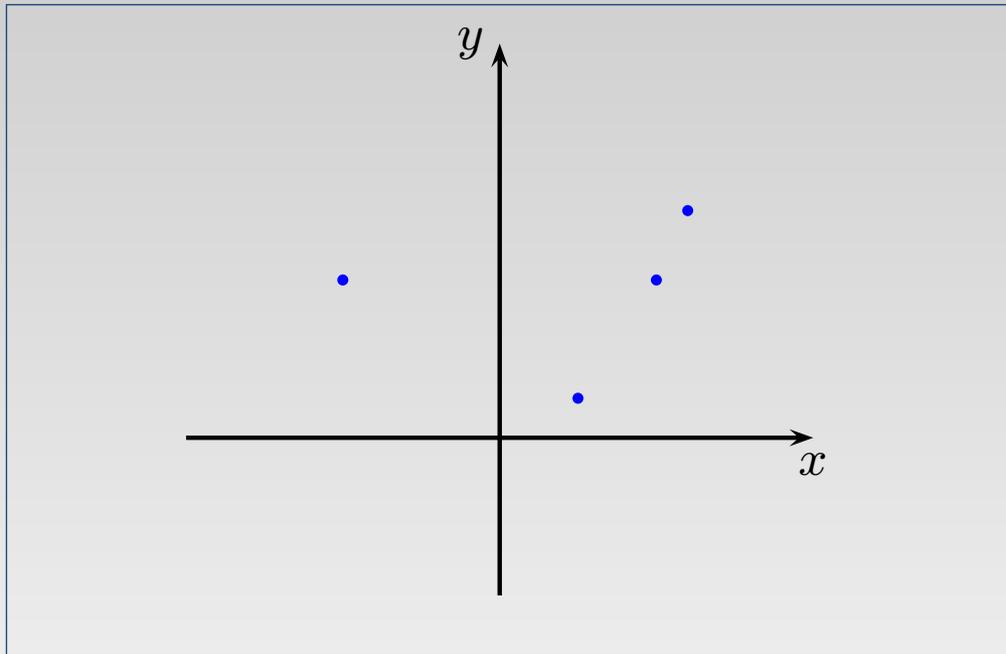
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Grafico di  $f(x) = x^2$



$x$	$y = x^2$
1	$1^2$
-1	1
1.2	1.44
0.5	0.25

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

**Esempio**

Immagine

Controimmagine

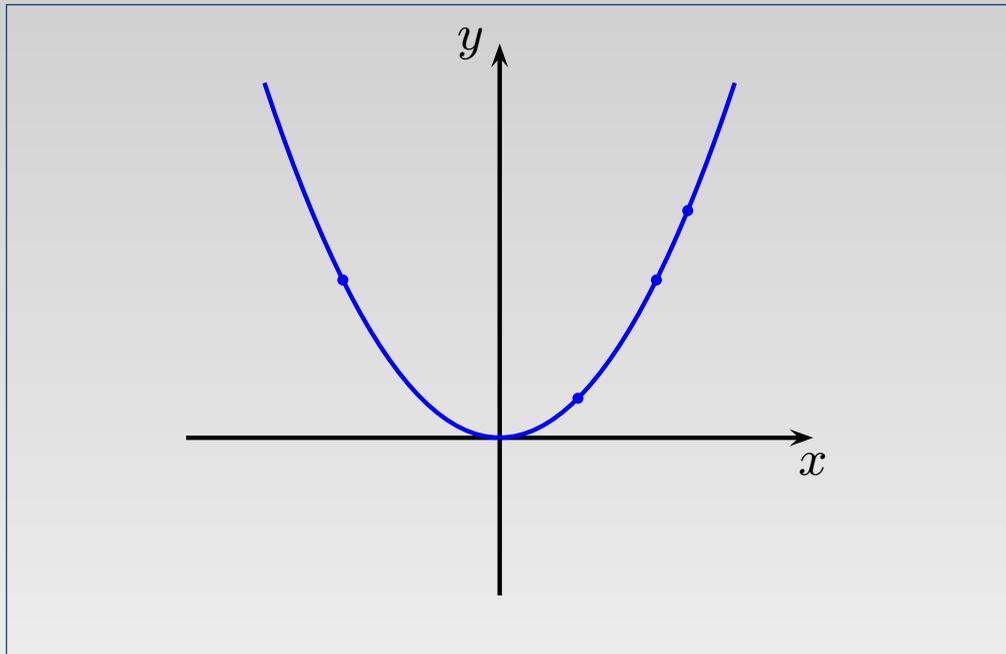
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Grafico di  $f(x) = x^2$



$x$	$y = x^2$
1	$1^2$
-1	1
1.2	1.44
0.5	0.25

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

**Esempio**

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $C \subseteq A$ . L'insieme

$$f(C) := \{f(x) : x \in C\}$$

si dice **immagine** di  $C$  mediante  $f$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

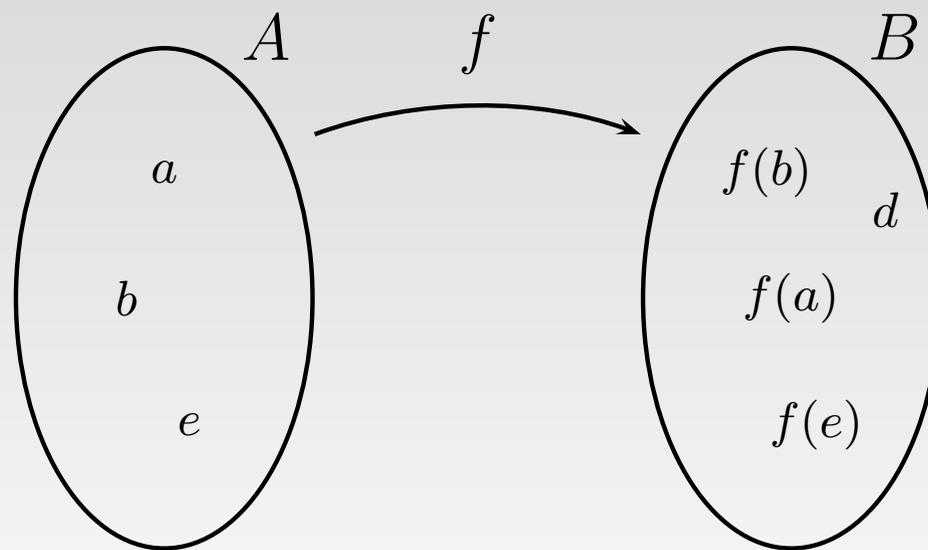
Funzione composta e inversa



Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $C \subseteq A$ . L'insieme

$$f(C) := \{f(x) : x \in C\}$$

si dice **immagine** di  $C$  mediante  $f$



Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

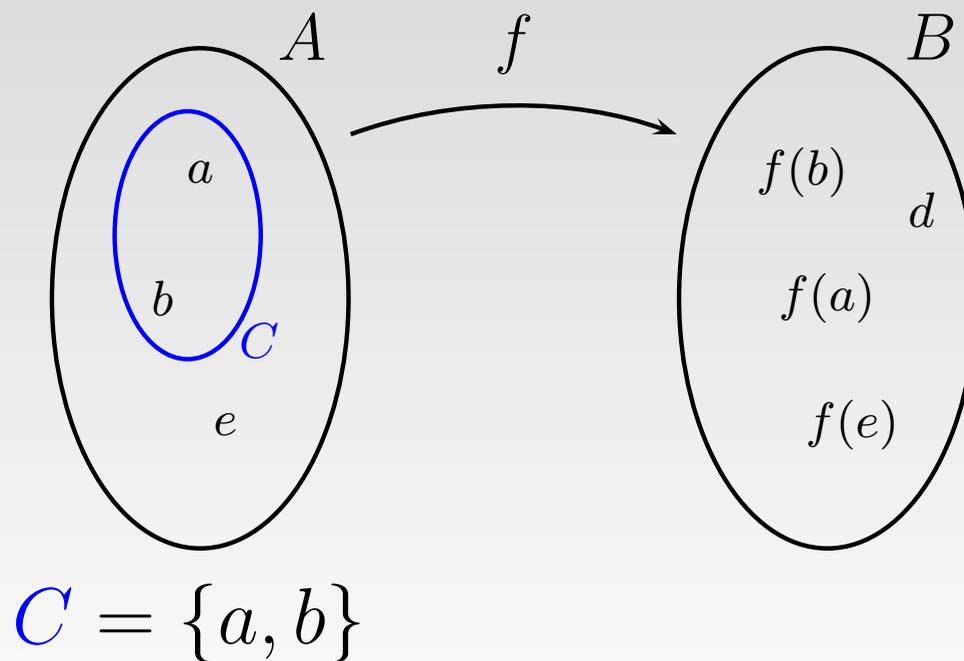
Funzione composta e inversa



Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $C \subseteq A$ . L'insieme

$$f(C) := \{f(x) : x \in C\}$$

si dice **immagine** di  $C$  mediante  $f$



Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

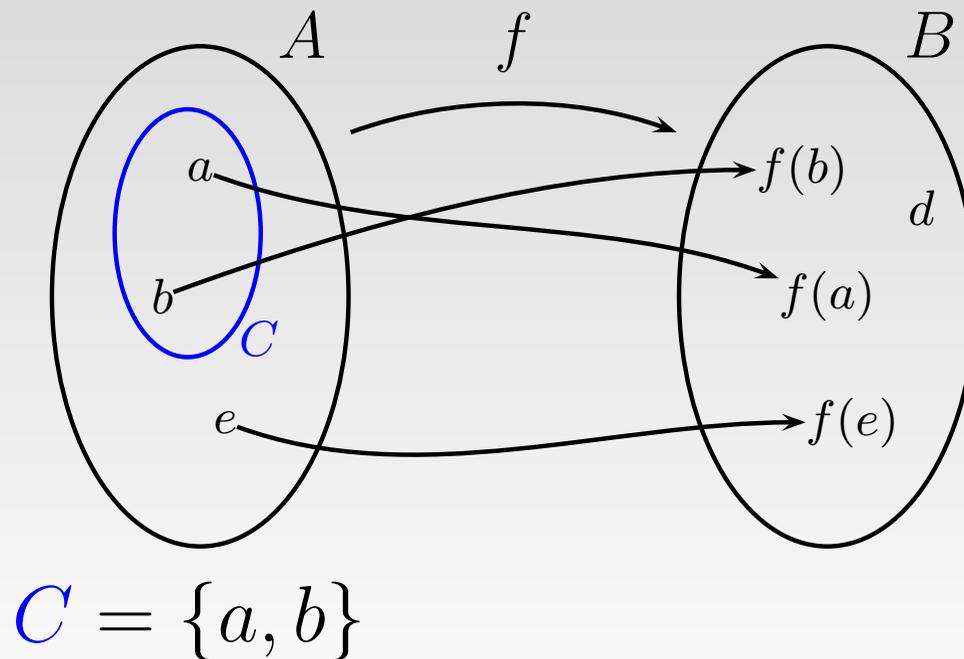
Funzione composta e inversa



Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $C \subseteq A$ . L'insieme

$$f(C) := \{f(x) : x \in C\}$$

si dice **immagine** di  $C$  mediante  $f$



Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

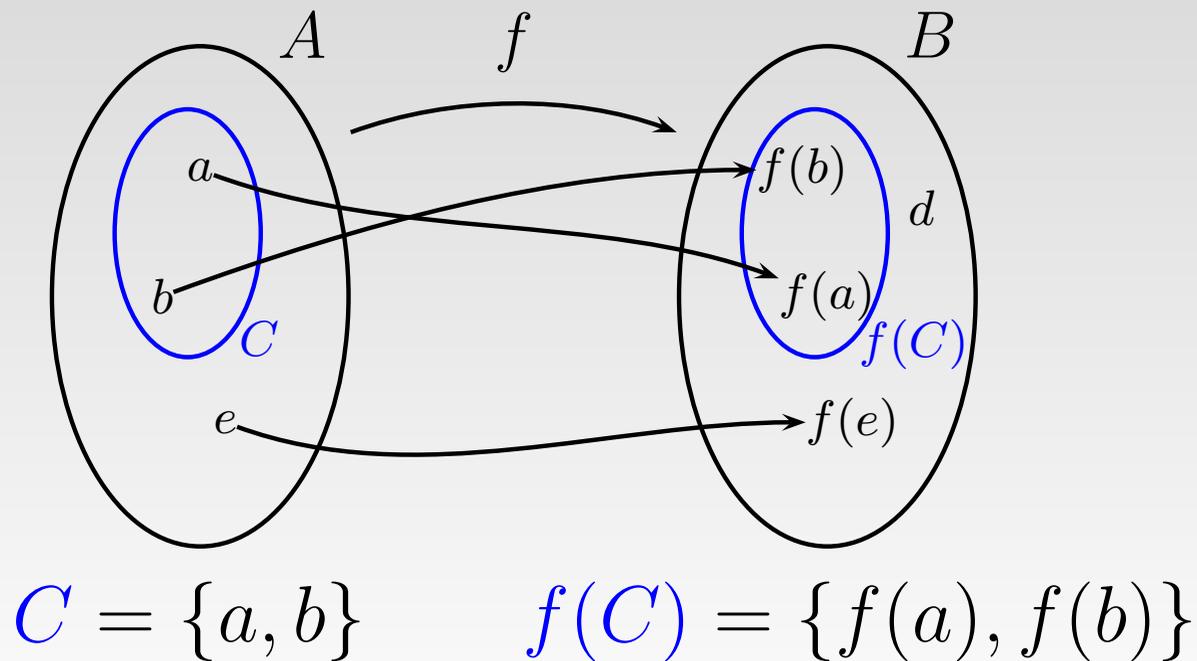
Funzione composta e inversa



Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $C \subseteq A$ . L'insieme

$$f(C) := \{f(x) : x \in C\}$$

si dice **immagine** di  $C$  mediante  $f$



Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

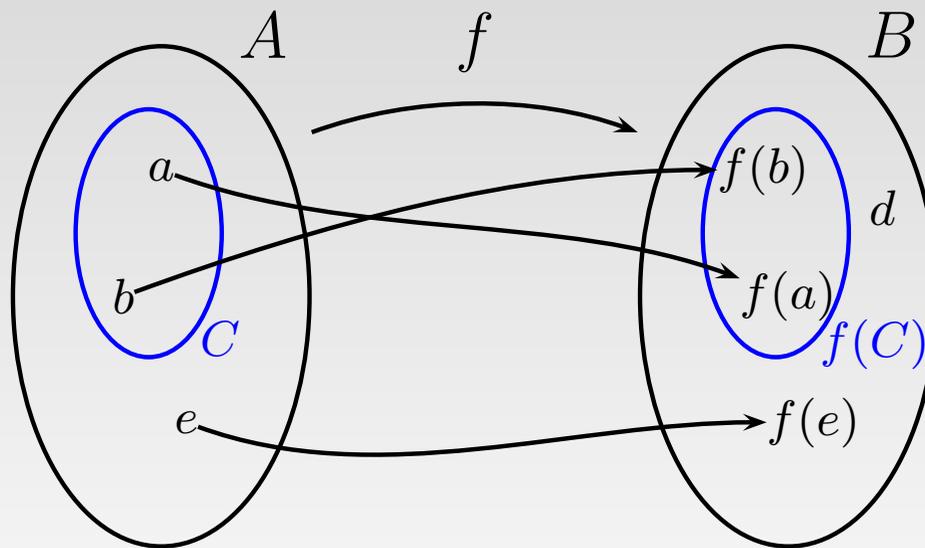
Funzione composta e inversa



Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $C \subseteq A$ . L'insieme

$$f(C) := \{f(x) : x \in C\}$$

si dice **immagine** di  $C$  mediante  $f$



$$C = \{a, b\} \quad f(C) = \{f(a), f(b)\}$$

L'**immagine** di  $f$  è  $f(A)$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



# Come si trova l'immagine di una funzione $f : A \mapsto \mathbb{R}$ conoscendone il grafico?

Definizioni

---

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

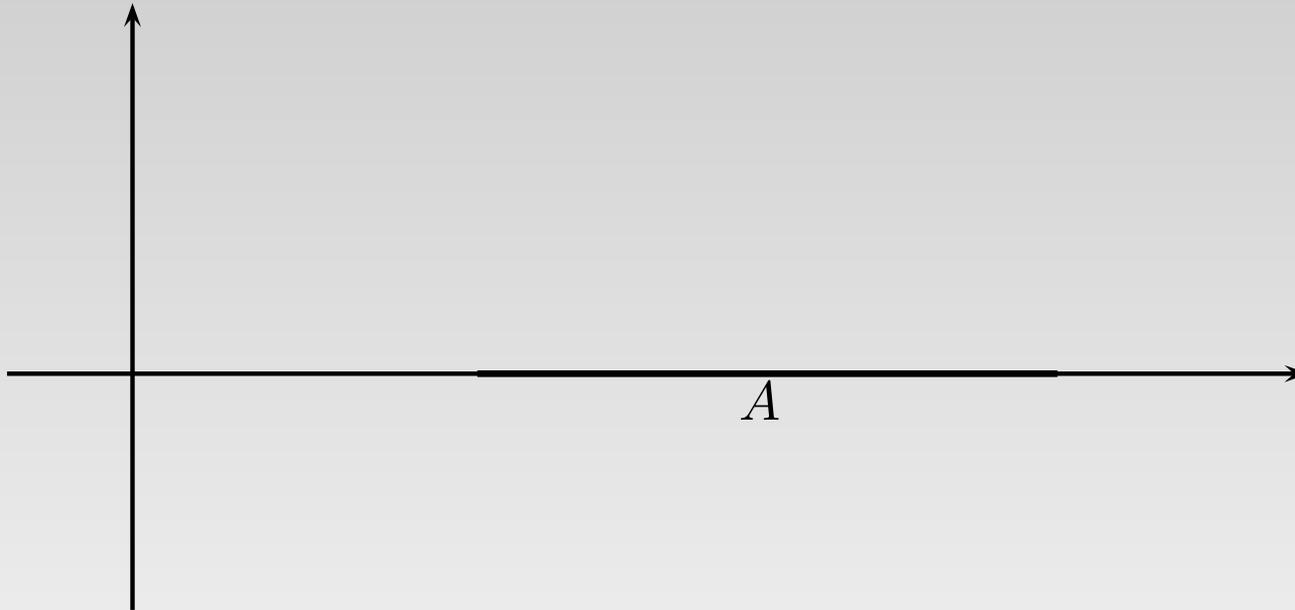
---

Funzione composta e inversa

---



Come si trova l'immagine di una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  conoscendone il grafico?



- si considera il dominio  $A$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

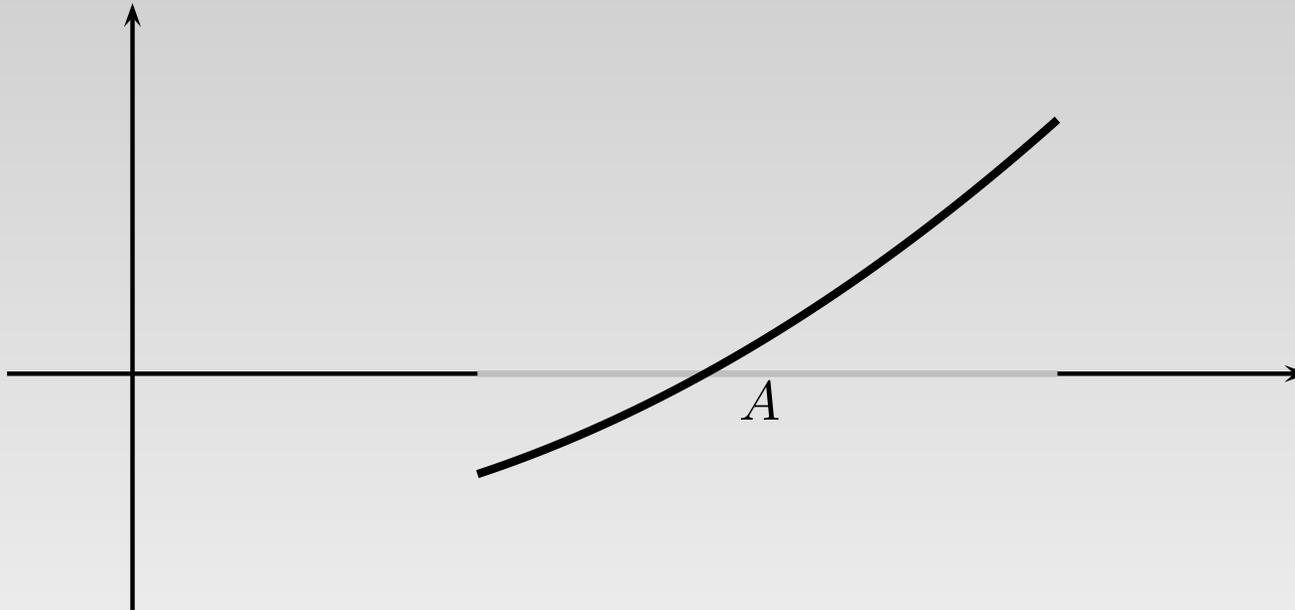
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova l'immagine di una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  conoscendone il grafico?



- si considera il dominio  $A$
- si traccia il grafico di  $f$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

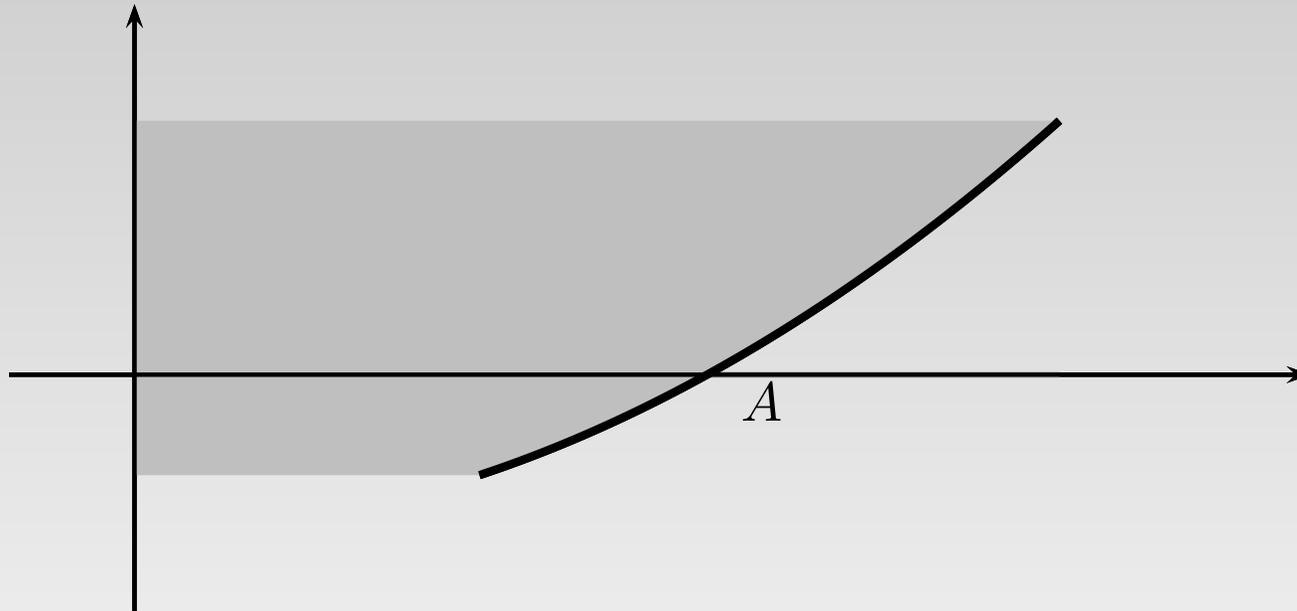
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova l'immagine di una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  conoscendone il grafico?



- si considera il dominio  $A$
- si traccia il grafico di  $f$
- si proietta il grafico sull'asse delle ordinate

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

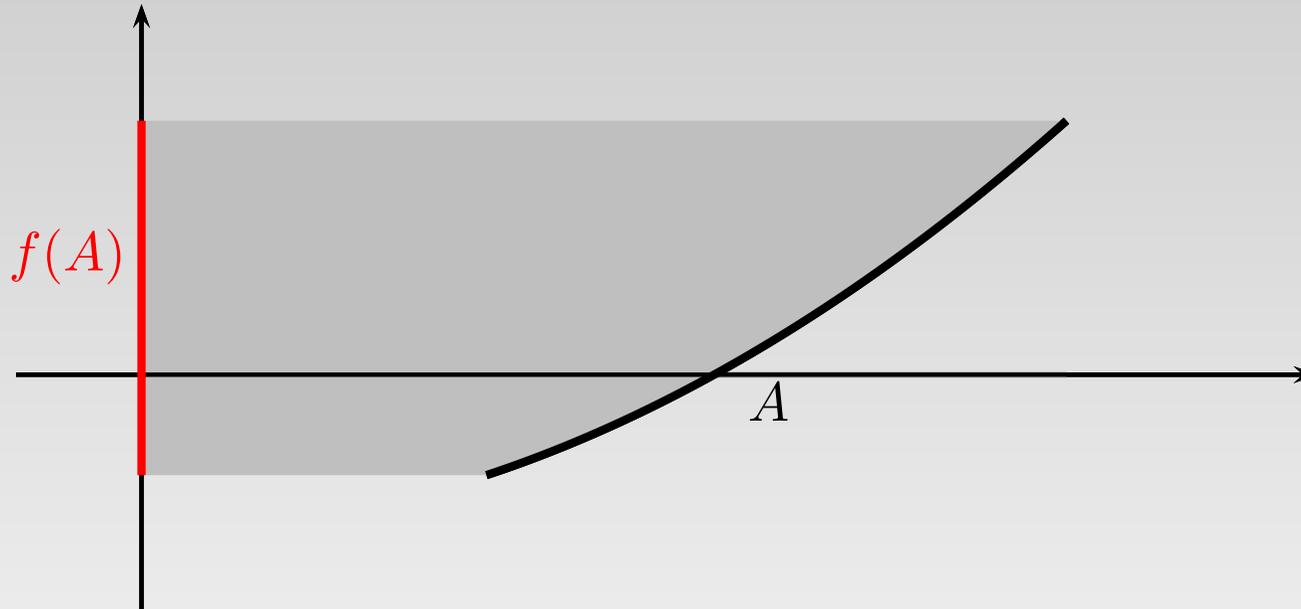
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova l'immagine di una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  conoscendone il grafico?



- si considera il dominio  $A$
- si traccia il grafico di  $f$
- si proietta il grafico sull'asse delle ordinate
- l'insieme ottenuto è  $f(A)$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

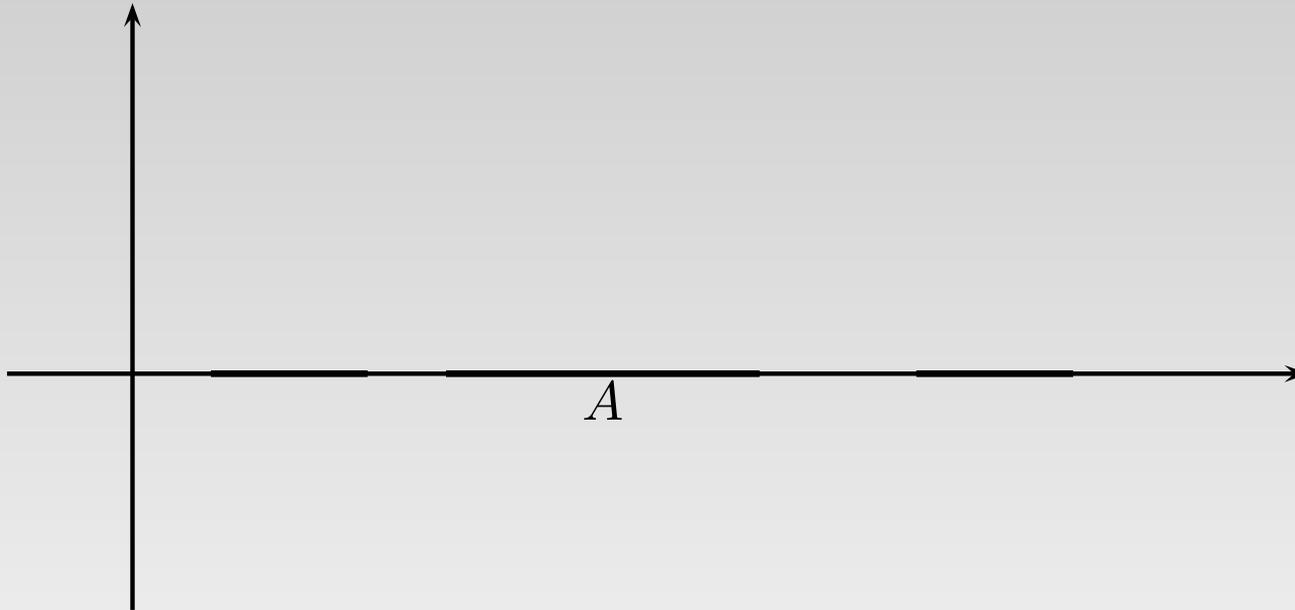
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova l'immagine di una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  conoscendone il grafico?



Altro esempio

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

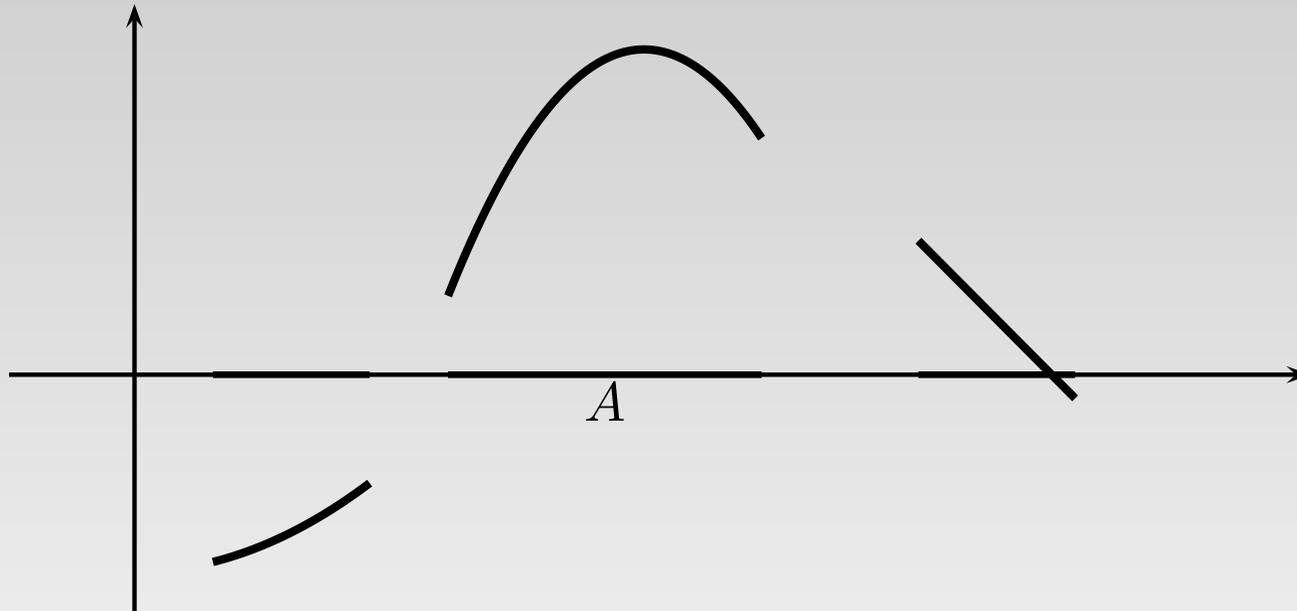
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova l'immagine di una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  conoscendone il grafico?



Altro esempio

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

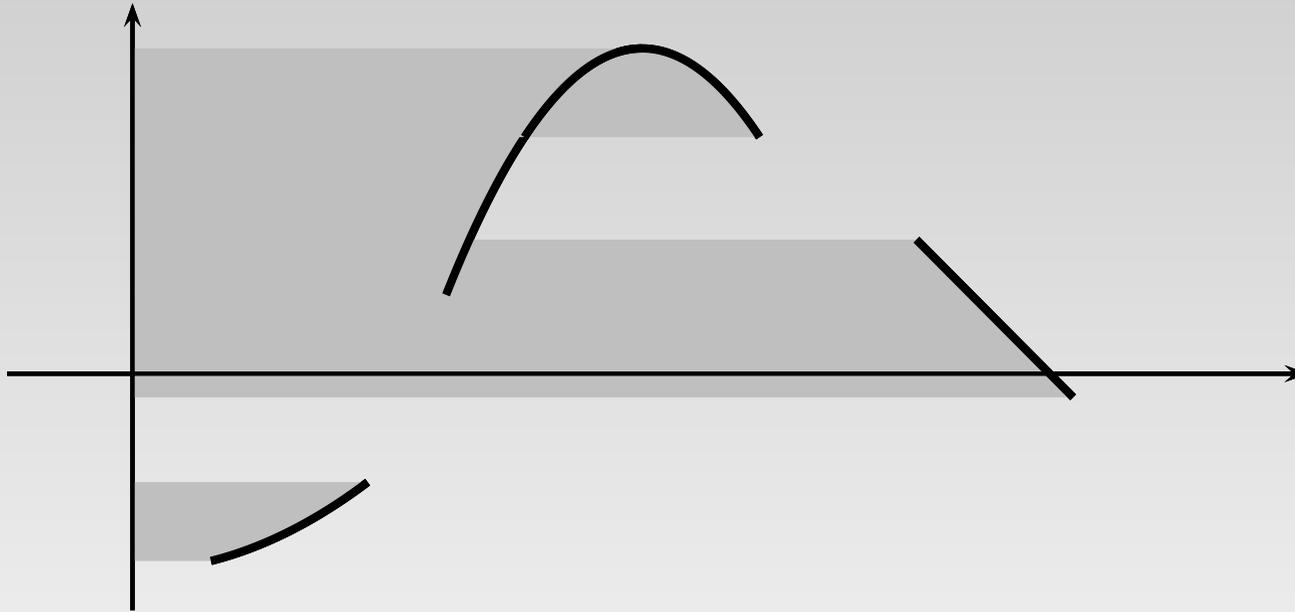
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova l'immagine di una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  conoscendone il grafico?



Altro esempio

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

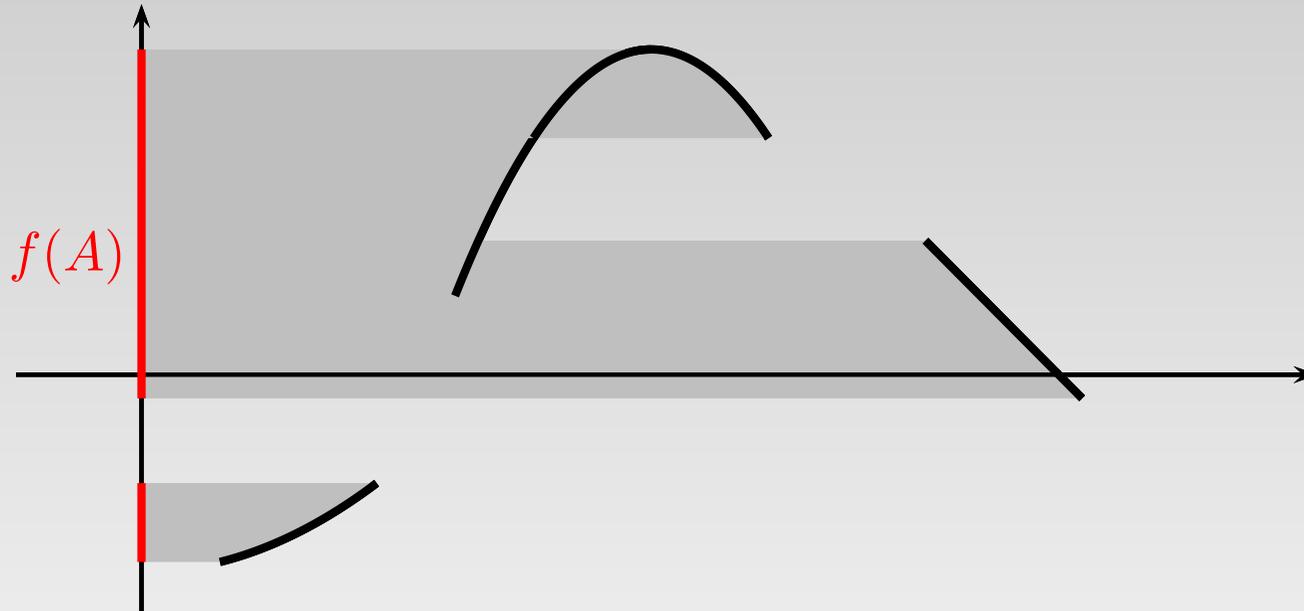
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova l'immagine di una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  conoscendone il grafico?



Altro esempio

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

**Immagine**

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



# Controimmagine

Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $D \subseteq B$ . Si chiama **controimmagine** o **immagine inversa** di  $D$  mediante  $f$  il sottoinsieme di  $A$

$$f^{-1}(D) = \{x \in A : f(x) \in D\}$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

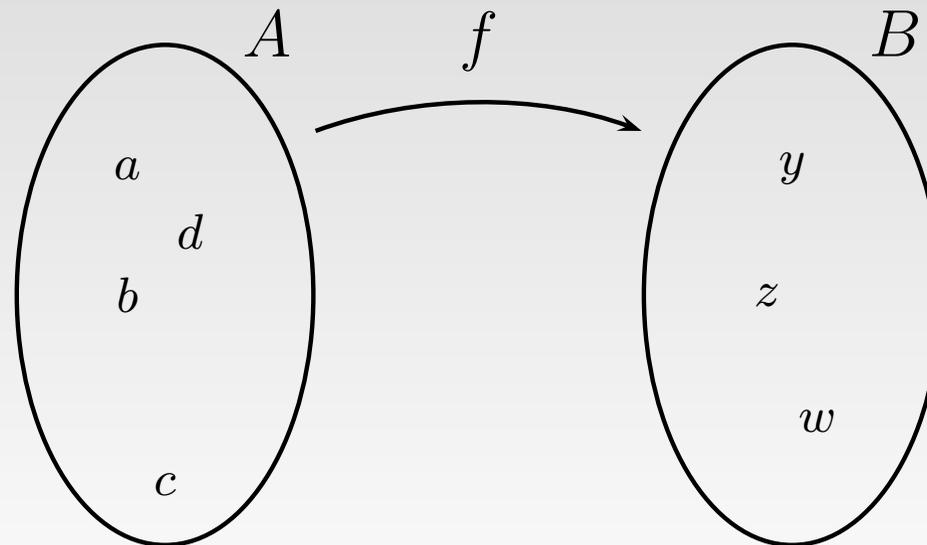
Funzione composta e inversa



# Controimmagine

Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $D \subseteq B$ . Si chiama **controimmagine** o **immagine inversa** di  $D$  mediante  $f$  il sottoinsieme di  $A$

$$f^{-1}(D) = \{x \in A : f(x) \in D\}$$



Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

**Controimmagine**

Esempi

Proprietà delle funzioni

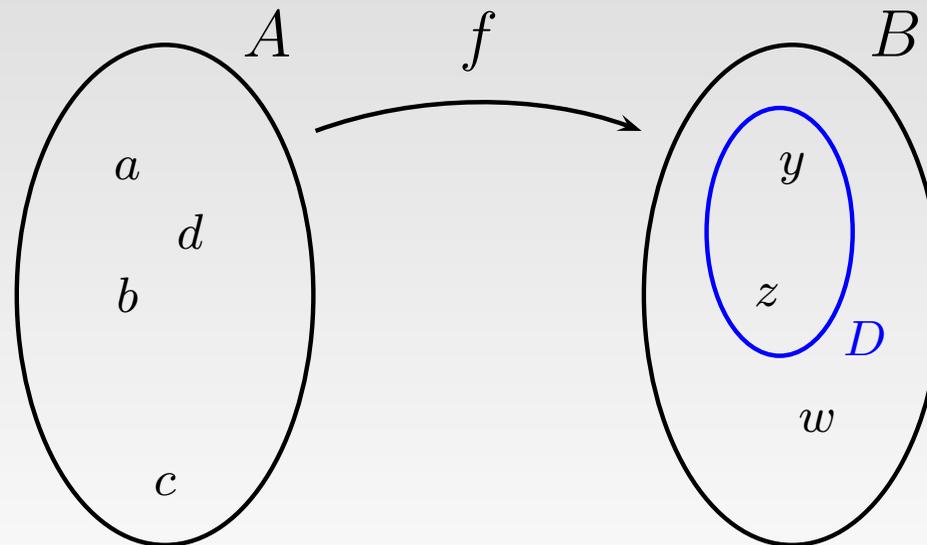
Funzione composta e inversa



# Controimmagine

Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $D \subseteq B$ . Si chiama **controimmagine** o **immagine inversa** di  $D$  mediante  $f$  il sottoinsieme di  $A$

$$f^{-1}(D) = \{x \in A : f(x) \in D\}$$



$$D = \{y, z\}$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

**Controimmagine**

Esempi

Proprietà delle funzioni

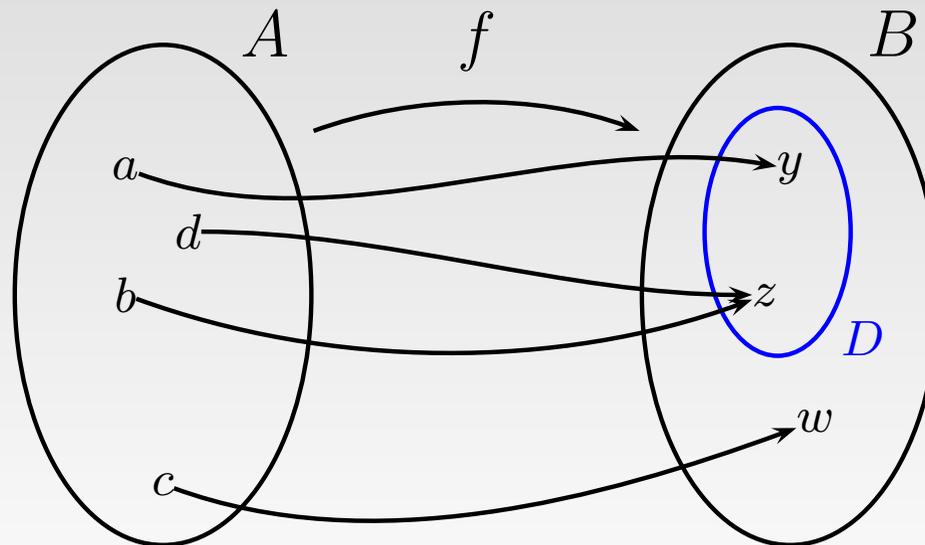
Funzione composta e inversa



# Controimmagine

Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $D \subseteq B$ . Si chiama **controimmagine** o **immagine inversa** di  $D$  mediante  $f$  il sottoinsieme di  $A$

$$f^{-1}(D) = \{x \in A : f(x) \in D\}$$



$$D = \{y, z\}$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

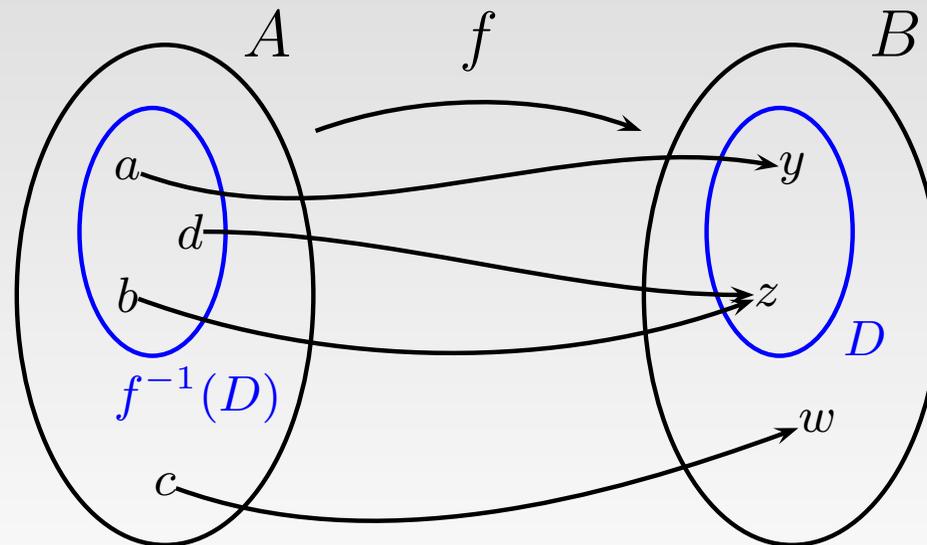
Funzione composta e inversa



# Controimmagine

Sia  $f : A \rightarrow B$  e sia  $D \subseteq B$ . Si chiama **controimmagine** o **immagine inversa** di  $D$  mediante  $f$  il sottoinsieme di  $A$

$$f^{-1}(D) = \{x \in A : f(x) \in D\}$$



$$f^{-1}(D) = \{a, b, d\}$$

$$D = \{y, z\}$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

**Controimmagine**

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

□ □ □ □

Come si trova la controimmagine di  $D$   
conoscendo il grafico di  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  ?



Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

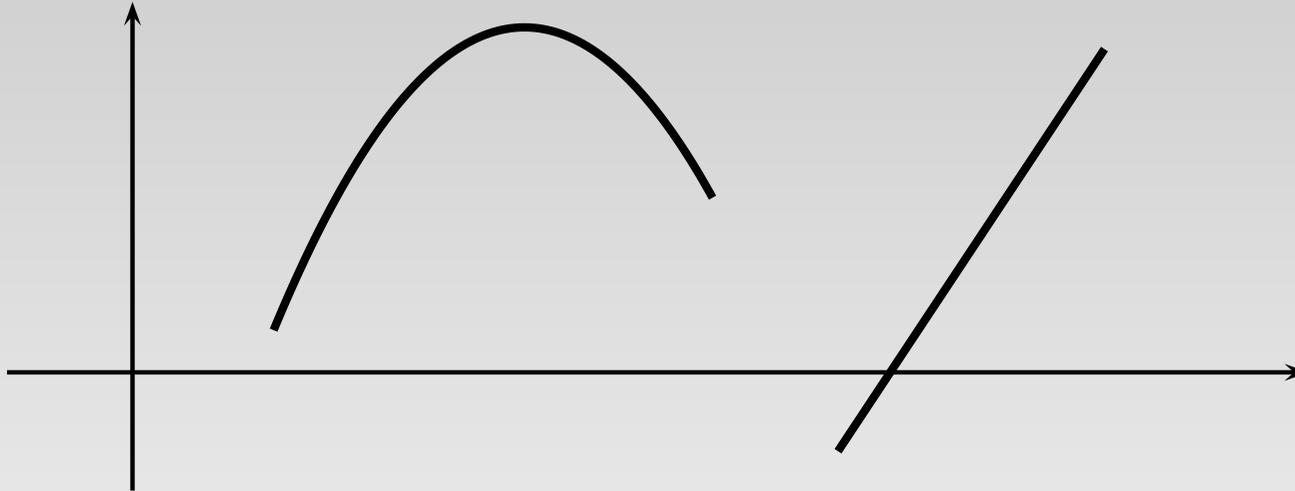
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova la controimmagine di  $D$   
conoscendo il grafico di  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  ?



Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

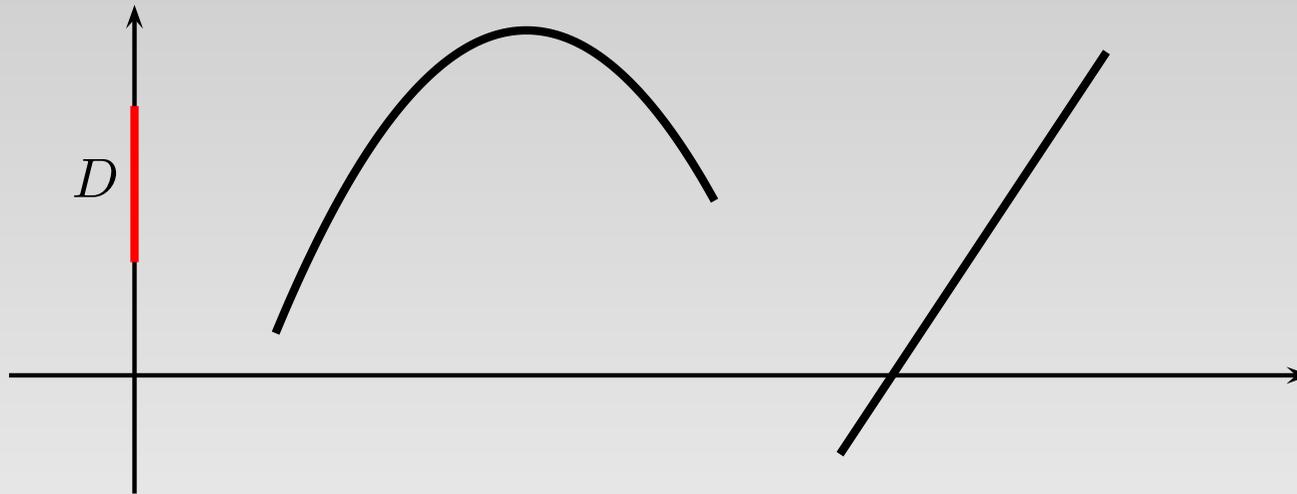
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova la controimmagine di  $D$  conoscendo il grafico di  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  ?



- si considera l'insieme  $D$  nel codominio

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

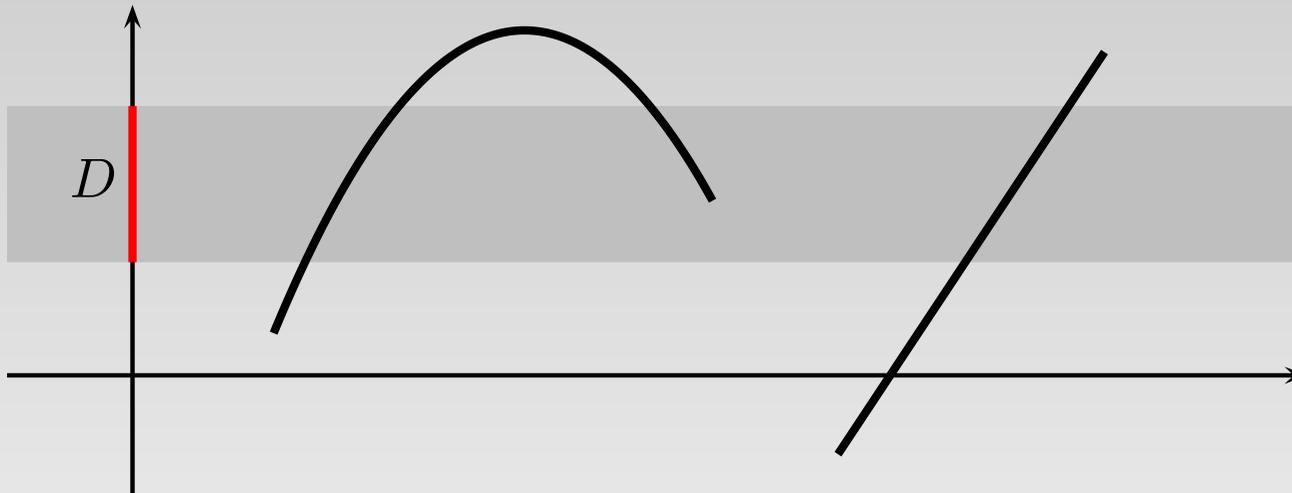
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova la controimmagine di  $D$  conoscendo il grafico di  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  ?



- si considera l'insieme  $D$  nel codominio
- si proietta  $D$  orizzontalmente

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

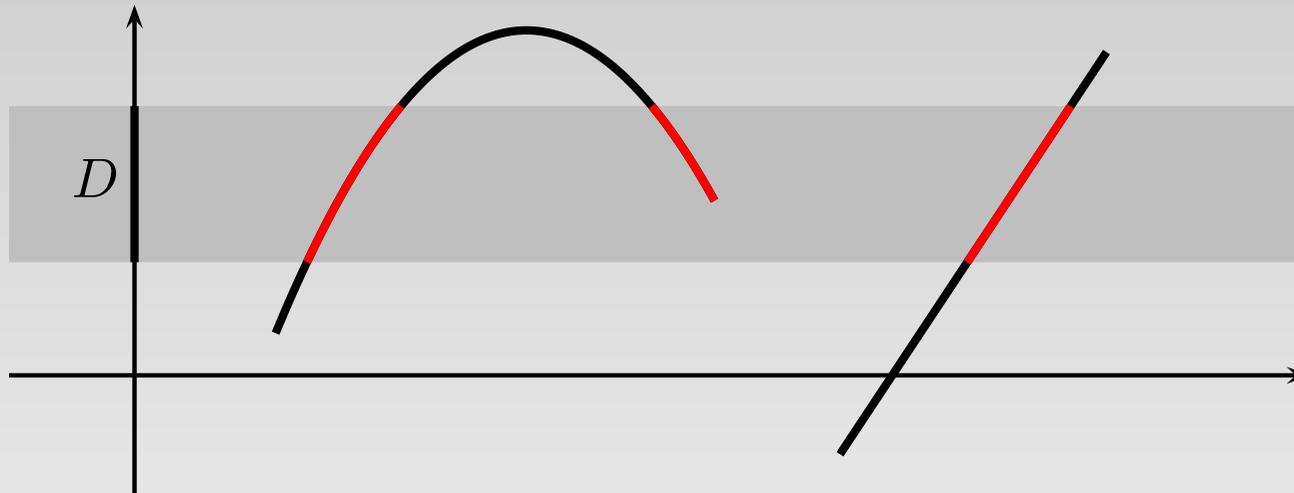
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova la controimmagine di  $D$  conoscendo il grafico di  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  ?



- si considera l'insieme  $D$  nel codominio
- si proietta  $D$  orizzontalmente
- si prende la parte di grafico di  $f$  nella striscia

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

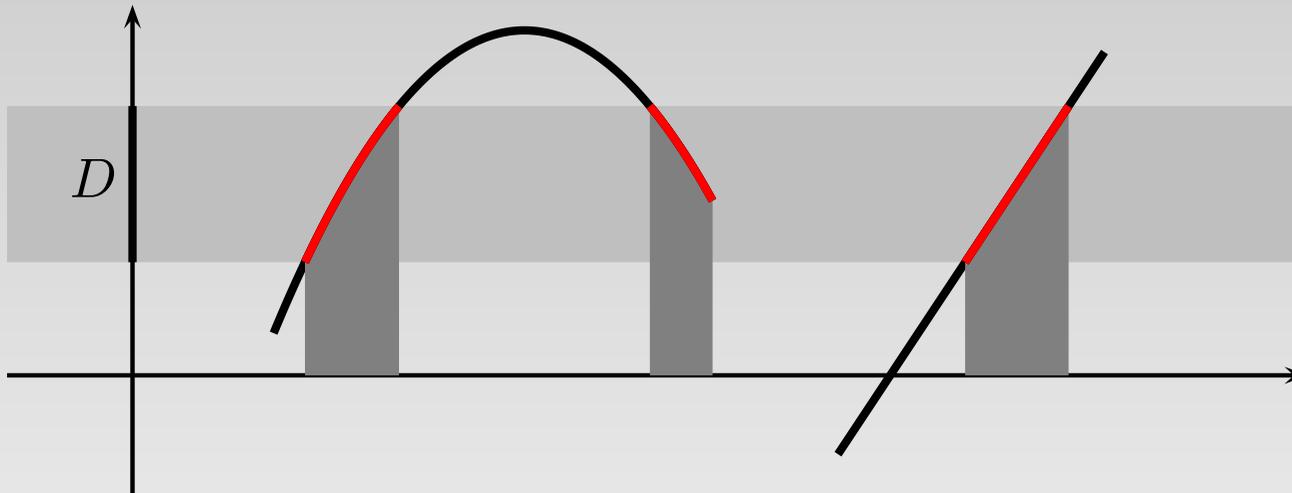
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova la controimmagine di  $D$  conoscendo il grafico di  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  ?



- si considera l'insieme  $D$  nel codominio
- si proietta  $D$  orizzontalmente
- si prende la parte di grafico di  $f$  nella striscia
- la si proietta sull'asse delle ascisse

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

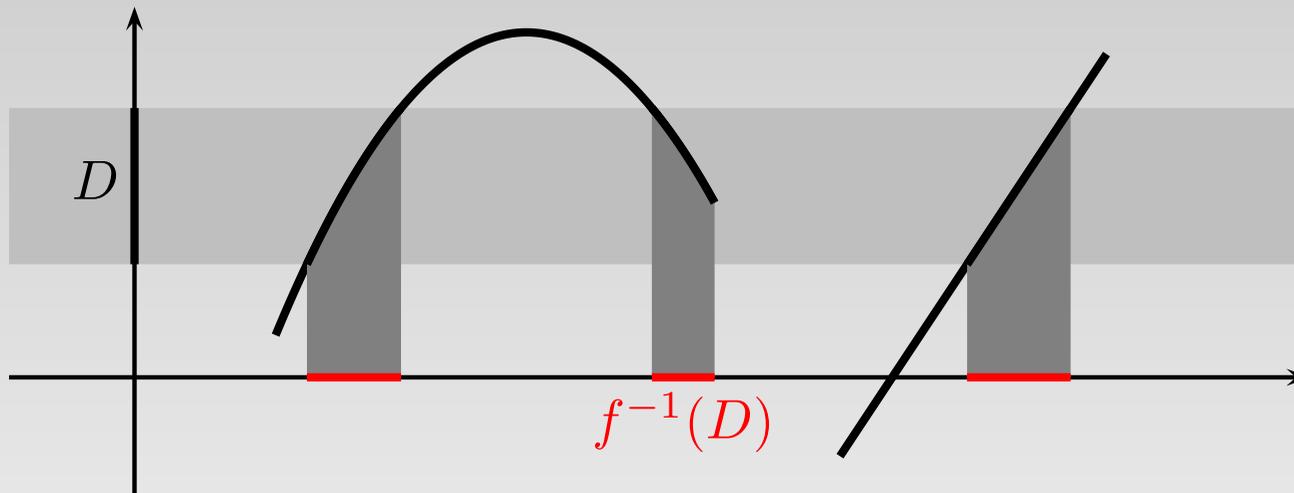
Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



Come si trova la controimmagine di  $D$  conoscendo il grafico di  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  ?



- si considera l'insieme  $D$  nel codominio
- si proietta  $D$  orizzontalmente
- si prende la parte di grafico di  $f$  nella striscia
- la si proietta sull'asse delle ascisse
- l'insieme ottenuto è  $f^{-1}(D)$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

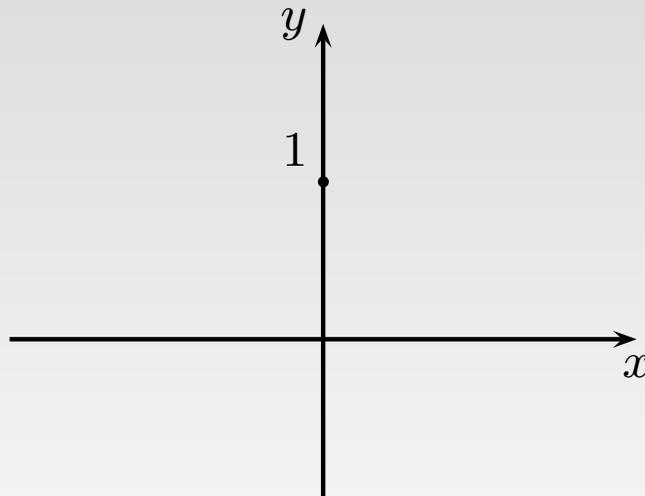
Funzione composta e inversa



**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di  $f(x) = 1$



$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = 1$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

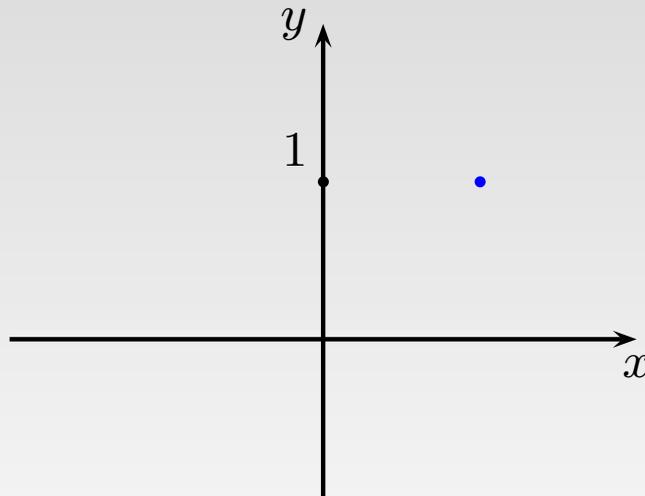
Funzione composta e inversa



**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di  $f(x) = 1$



$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = 1$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

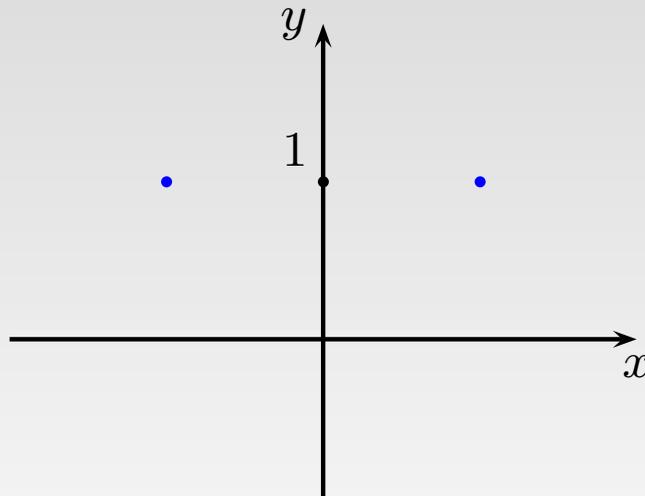
Funzione composta e inversa



**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di  $f(x) = 1$



$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = 1$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

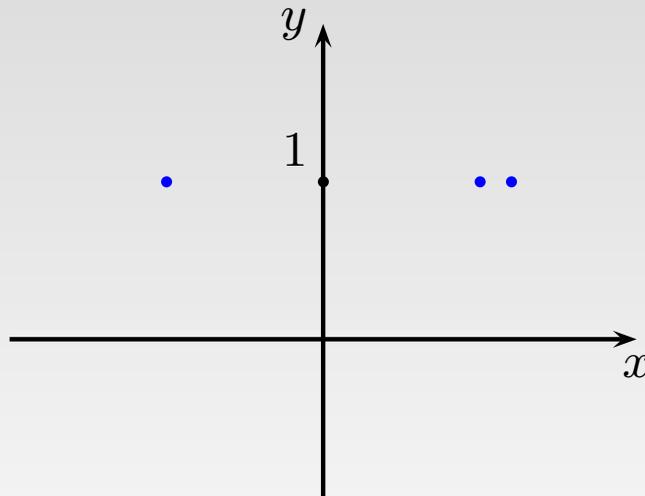
Funzione composta e inversa



**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di  $f(x) = 1$



$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = 1$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

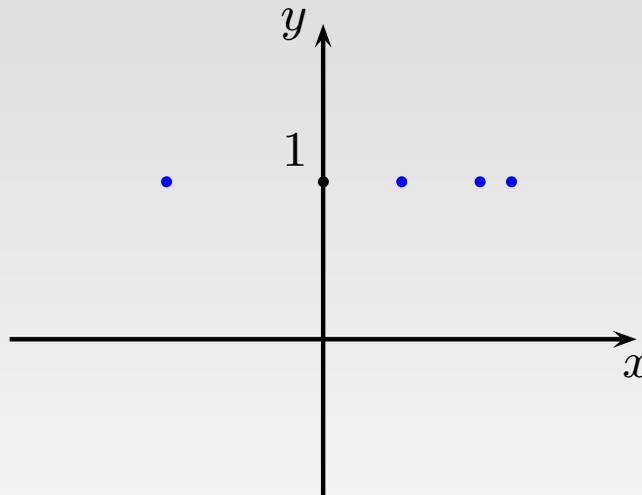
Funzione composta e inversa



**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di  $f(x) = 1$



$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = 1$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

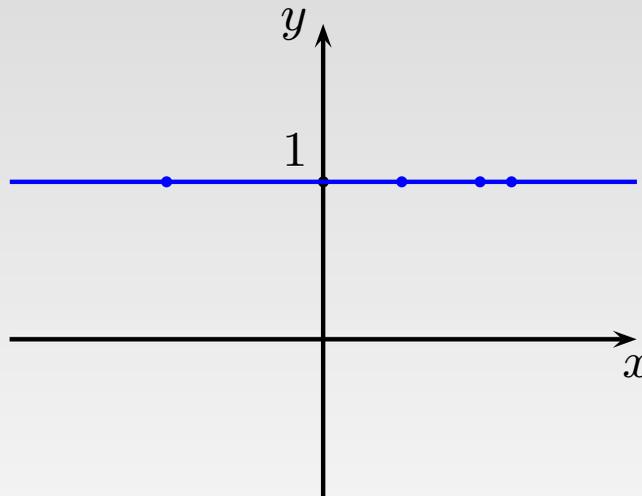
Funzione composta e inversa



**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di  $f(x) = 1$



$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = 1$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

**identità:**  $\text{id}_A : A \rightarrow A$  definita da  $\text{id}_A(x) = x$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

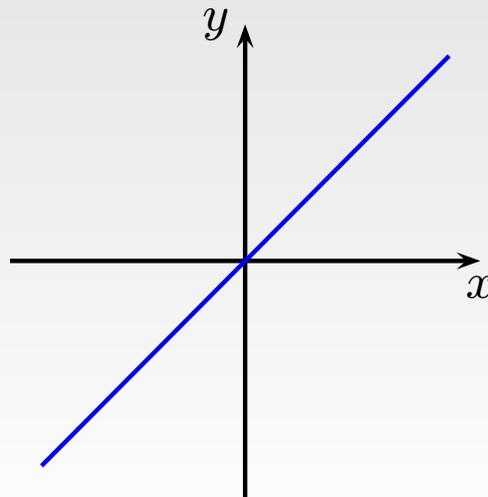


**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

**identità:**  $\text{id}_A : A \rightarrow A$  definita da  $\text{id}_A(x) = x$

Esempio: grafico di  $\text{id}_{\mathbb{R}}$



$$\text{id}_{\mathbb{R}} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto x$$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

**identità:**  $\text{id}_A : A \rightarrow A$  definita da  $\text{id}_A(x) = x$

**successioni in  $A$ :** sono le funzioni

$$a : \mathbb{N} \rightarrow A$$

Si indicano con  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$   
anziché  $a(1), a(2), \dots, a(n), \dots$

Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



**applicazione costante:** ogni funzione definita in  $A$  con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A$$

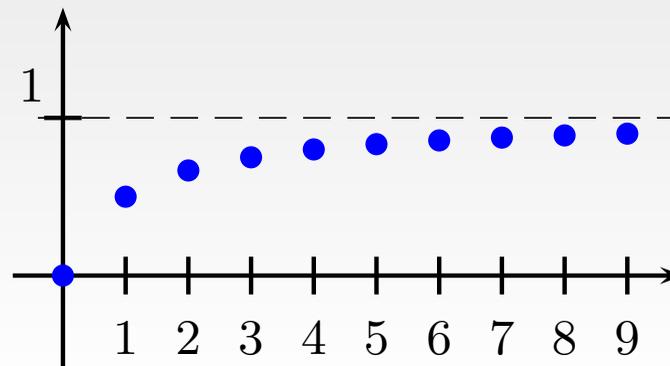
**identità:**  $\text{id}_A : A \rightarrow A$  definita da  $\text{id}_A(x) = x$

**successioni in  $A$ :** sono le funzioni

$$a : \mathbb{N} \rightarrow A$$

**Grafico:** ad esempio

$$a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$a(n) = \frac{n}{n+1}$$



Definizioni

Definizione di funzione

Rappresentazione e osservazioni

Grafico di una funzione

Esempio

Immagine

Controimmagine

Esempi

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa



# Proprietà delle funzioni

Definizioni

---

**Proprietà delle funzioni**

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa

---

# Funzioni iniettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **iniettiva** se ad elementi distinti corrispondono valori distinti, cioè per ogni  $x_1, x_2 \in A$

$$x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Funzioni iniettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **iniettiva** se ad elementi distinti corrispondono valori distinti, cioè per ogni  $x_1, x_2 \in A$

$$x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$$

oppure equivalentemente

$$f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



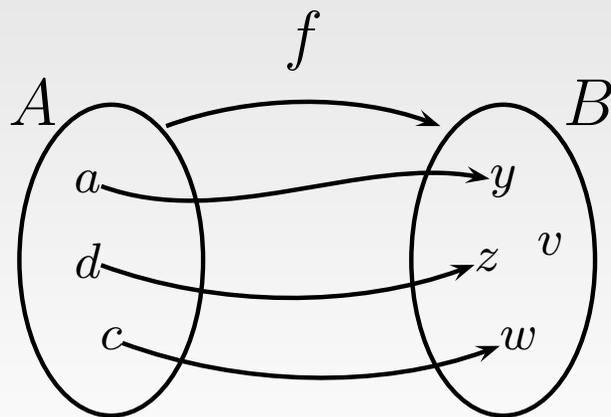
# Funzioni iniettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **iniettiva** se ad elementi distinti corrispondono valori distinti, cioè per ogni  $x_1, x_2 \in A$

$$x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$$

oppure equivalentemente

$$f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$$



Funzione iniettiva

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



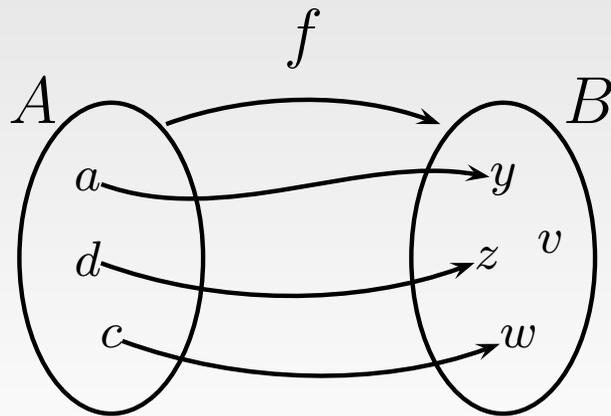
# Funzioni iniettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **iniettiva** se ad elementi distinti corrispondono valori distinti, cioè per ogni  $x_1, x_2 \in A$

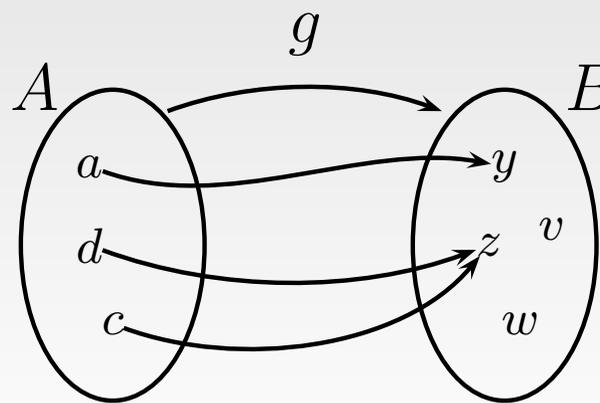
$$x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$$

oppure equivalentemente

$$f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$$



Funzione iniettiva



Funzione non iniettiva

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Grafico di un funzione iniettiva

Come riconoscere dal grafico se una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  è iniettiva?

Definizioni

---

Proprietà delle funzioni

---

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa

---



# Grafico di un funzione iniettiva

Come riconoscere dal grafico se una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  è iniettiva?

Per definizione, se ogni elemento  $b$  di  $\mathbb{R}$  è il corrispondente di al più un elemento  $a$  di  $A$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Grafico di un funzione iniettiva

Come riconoscere dal grafico se una funzione  $f : A \mapsto \mathbb{R}$  è iniettiva?

Per definizione, se ogni elemento  $b$  di  $\mathbb{R}$  è il corrispondente di al più un elemento  $a$  di  $A$

Ciò accade se ogni retta orizzontale interseca il grafico in al massimo un punto

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Ad esempio

Definizioni

---

Proprietà delle funzioni

---

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

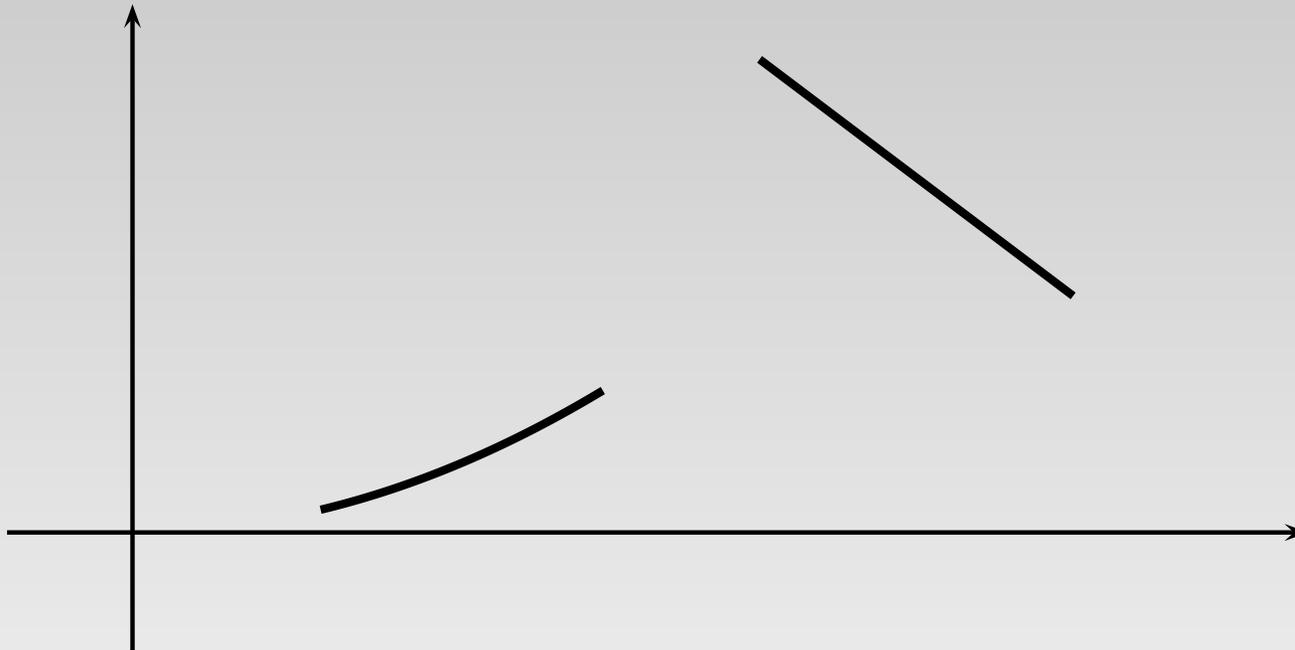
Osservazioni

Funzione composta e inversa

---



# Ad esempio



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

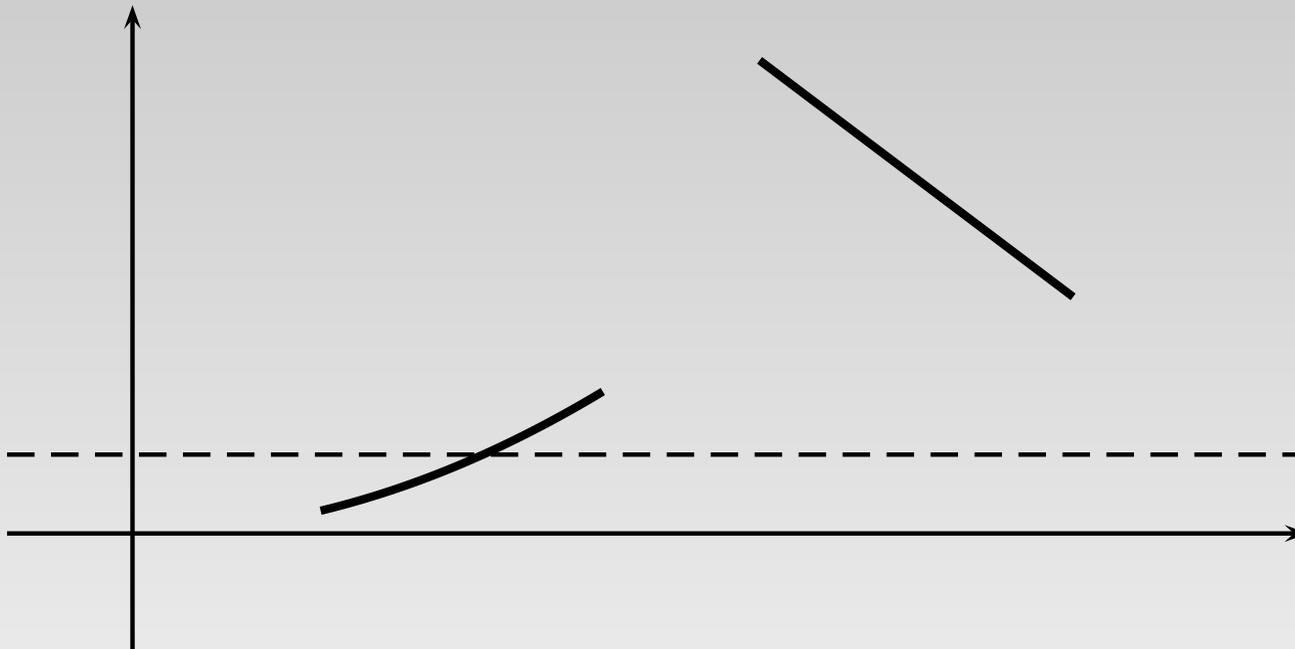
Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



## Ad esempio



- questa retta interseca il grafico in un punto

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

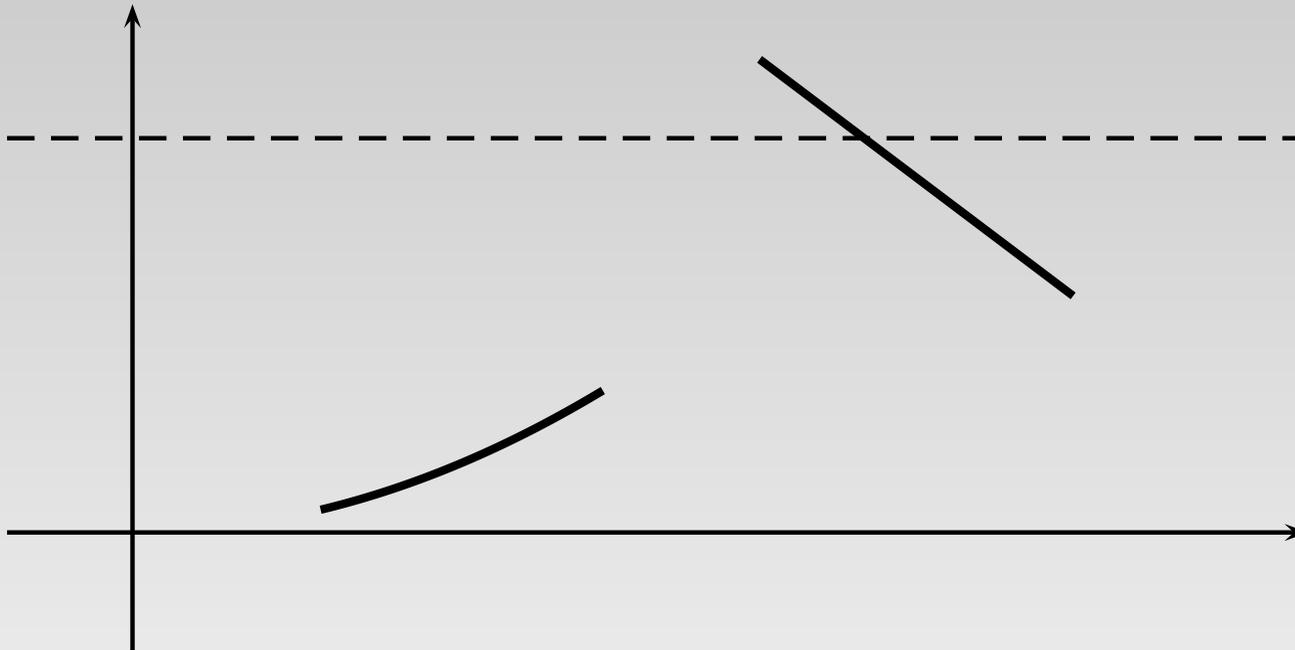
Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



## Ad esempio



- questa retta interseca il grafico in un punto
- questa retta interseca il grafico in un punto

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

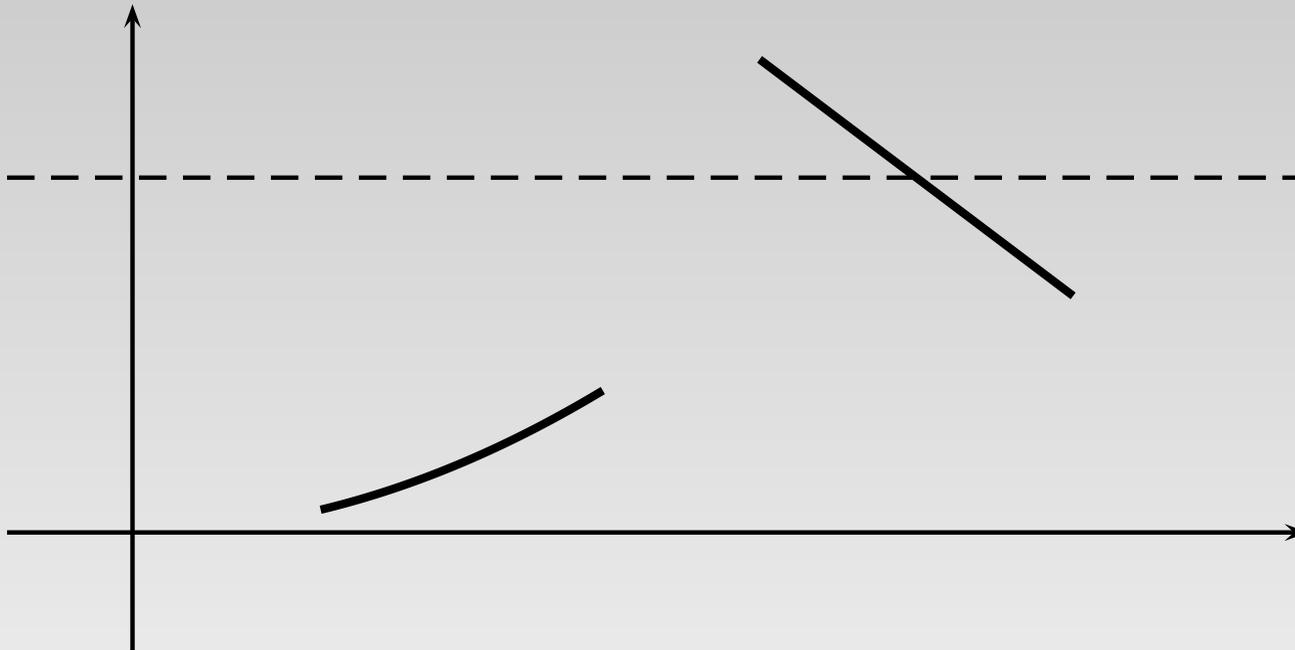
Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



## Ad esempio



- questa retta interseca il grafico in un punto
- questa retta interseca il grafico in un punto
- questa retta interseca il grafico in un punto

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

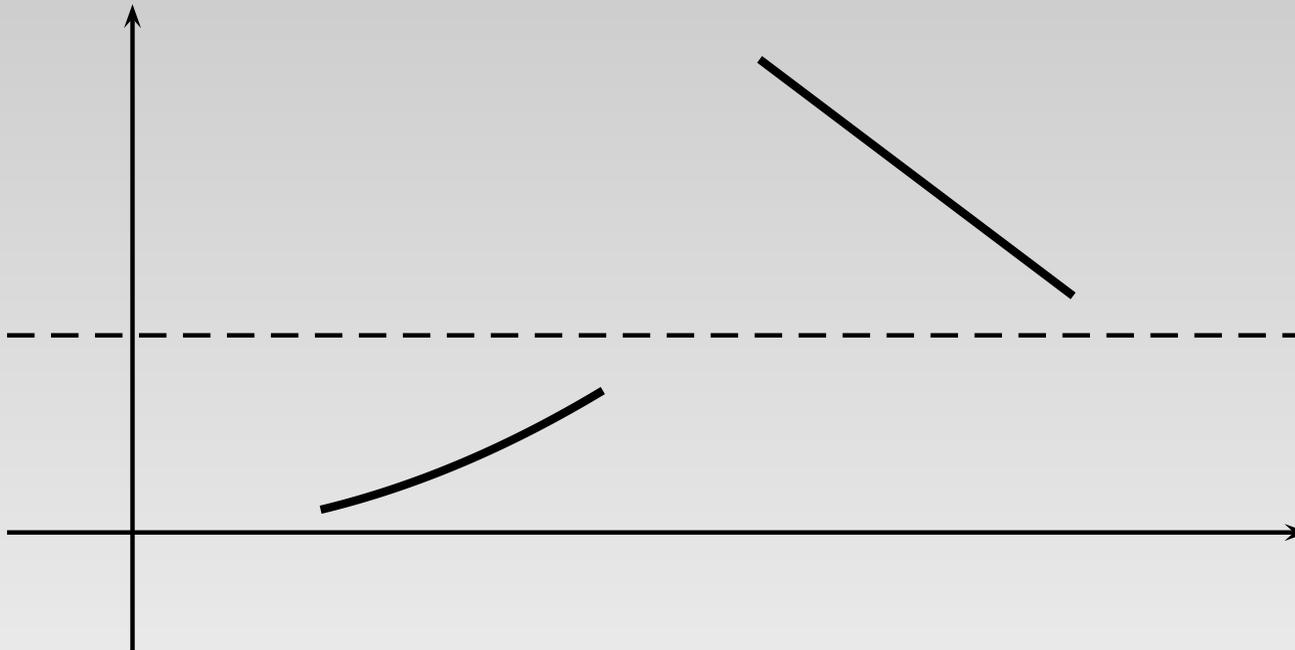
Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



## Ad esempio



- questa retta interseca il grafico in un punto
- questa retta interseca il grafico in un punto
- questa retta interseca il grafico in un punto
- questa retta non interseca il grafico... ma non è un problema per l'iniettività!

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

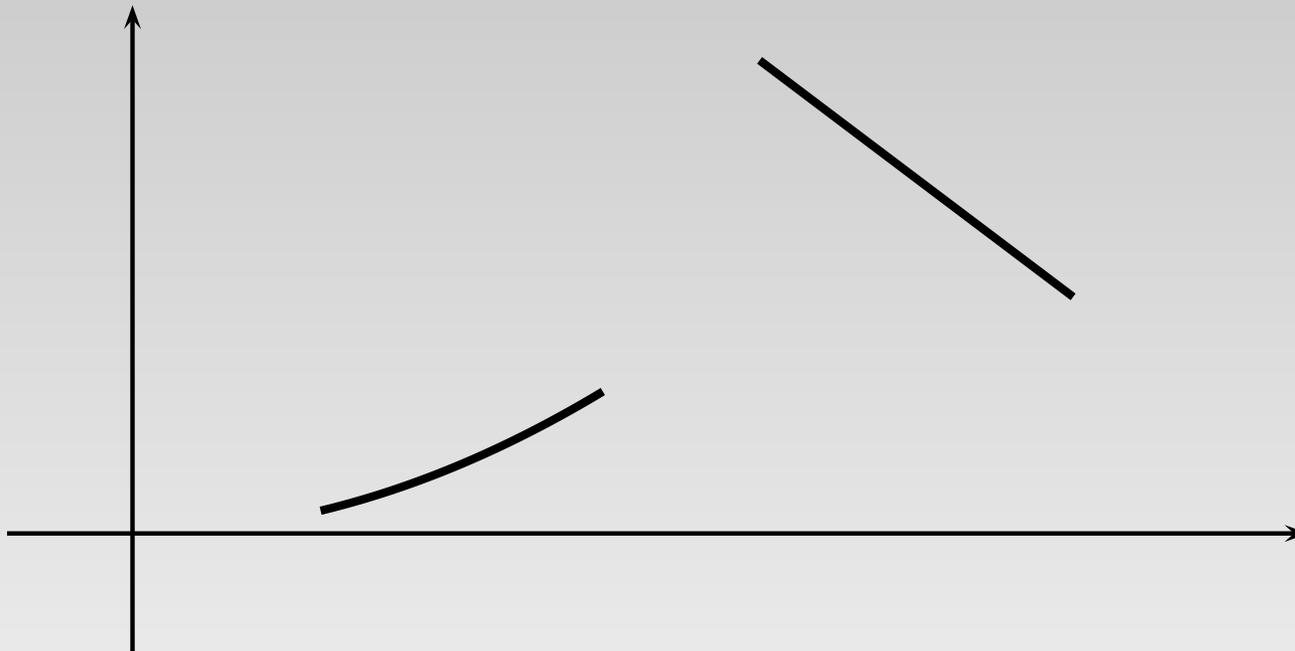
Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



Ad esempio



Ciò accade per ogni retta orizzontale

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

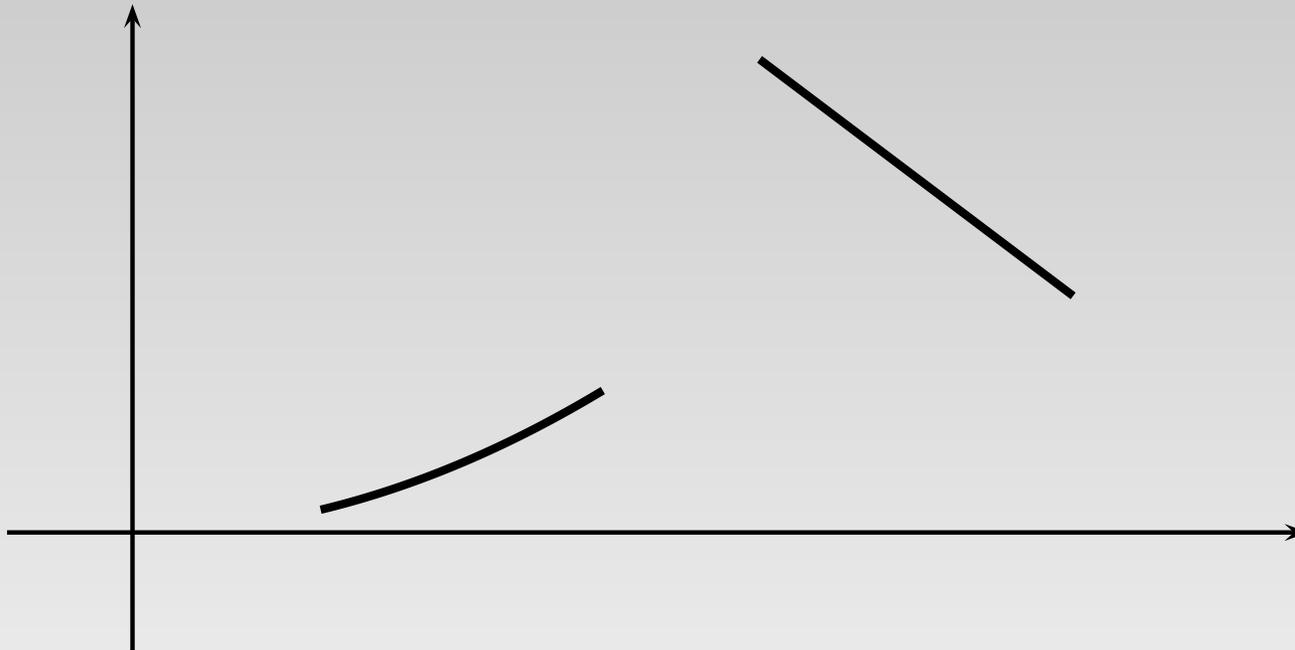
Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



Ad esempio



Ciò accade per ogni retta orizzontale

Questo è quindi il grafico di una funzione  
iniettiva

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Altro esempio

Definizioni

---

Proprietà delle funzioni

---

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

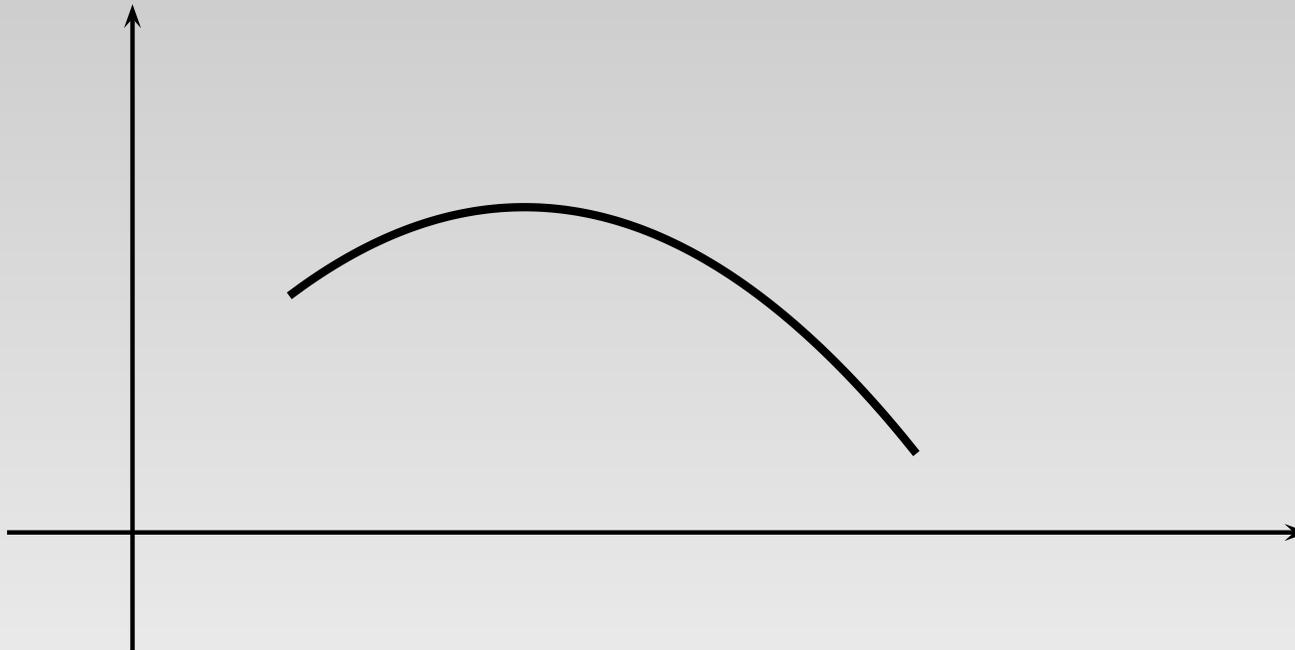
Osservazioni

Funzione composta e inversa

---



## Altro esempio



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

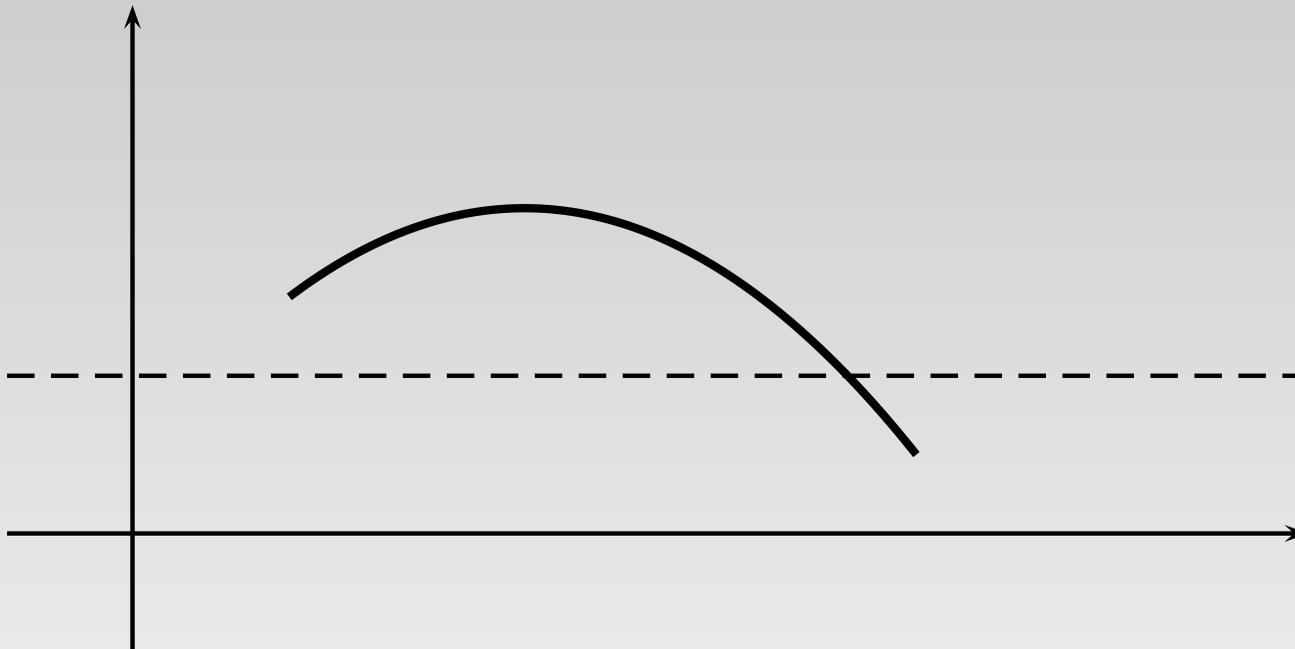
Funzioni biettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



## Altro esempio



- questa retta interseca il grafico in un punto

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

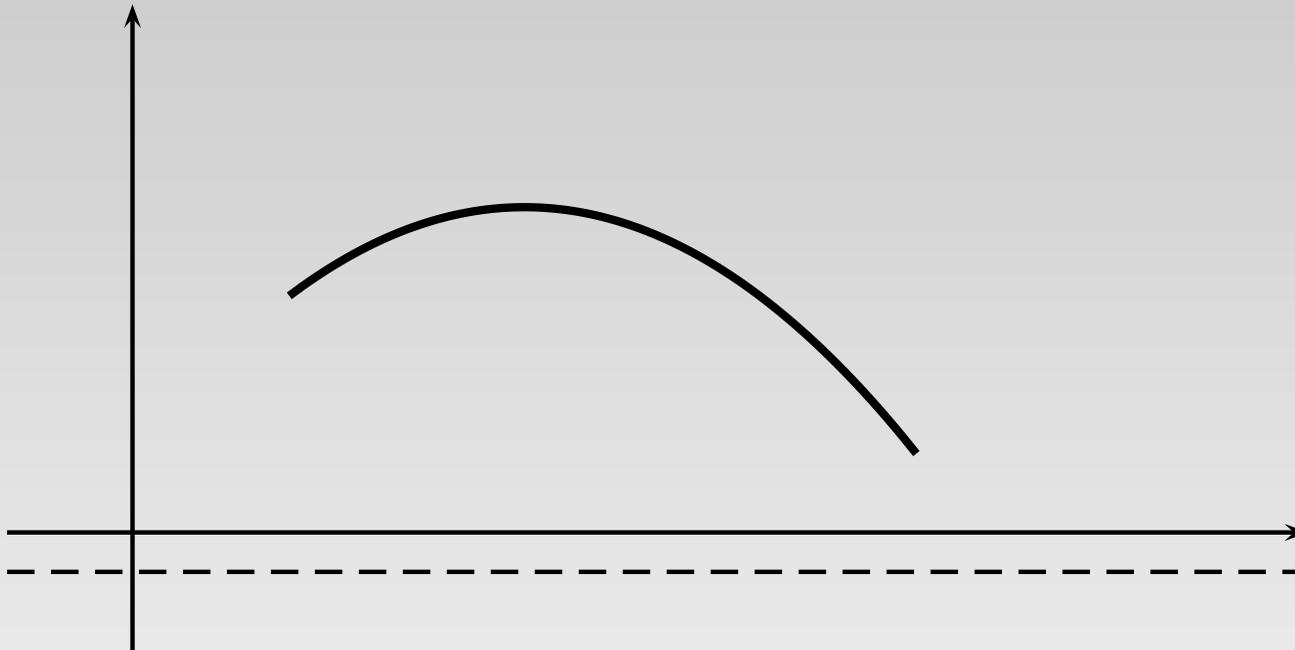
Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



## Altro esempio



- questa retta interseca il grafico in un punto
- questa retta non interseca il grafico

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

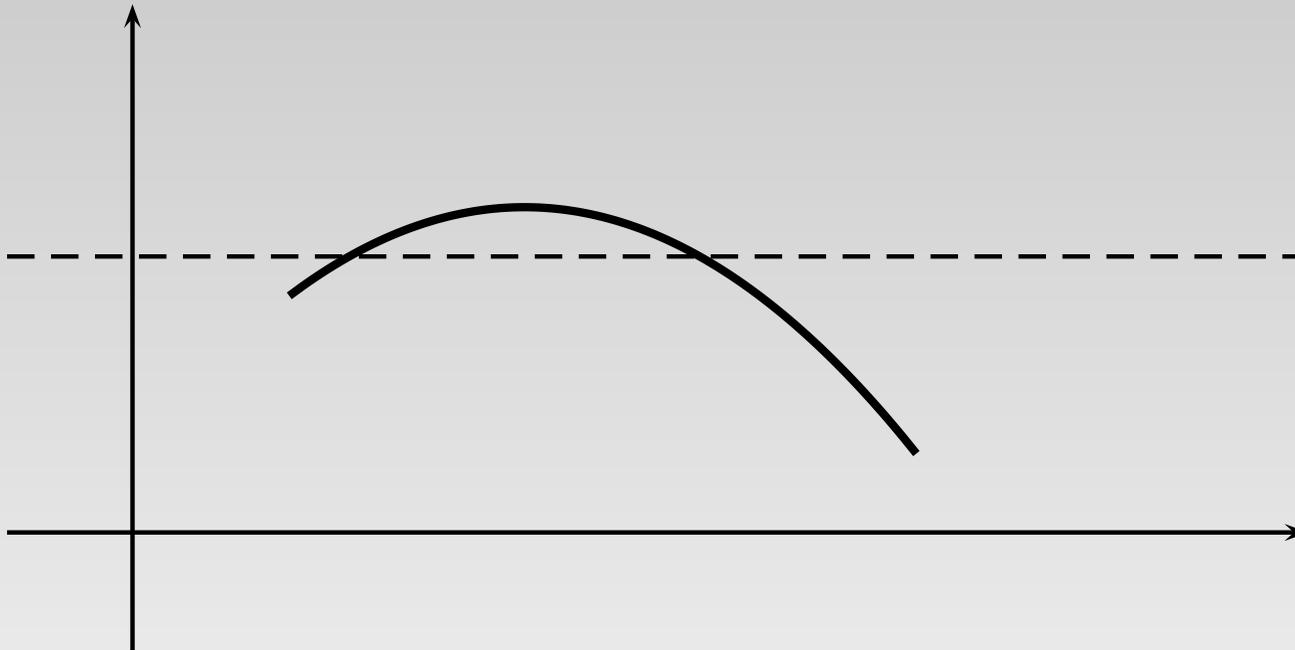
Funzioni biettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



## Altro esempio



- questa retta interseca il grafico in un punto
- questa retta non interseca il grafico
- questa retta interseca il grafico in due punti

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

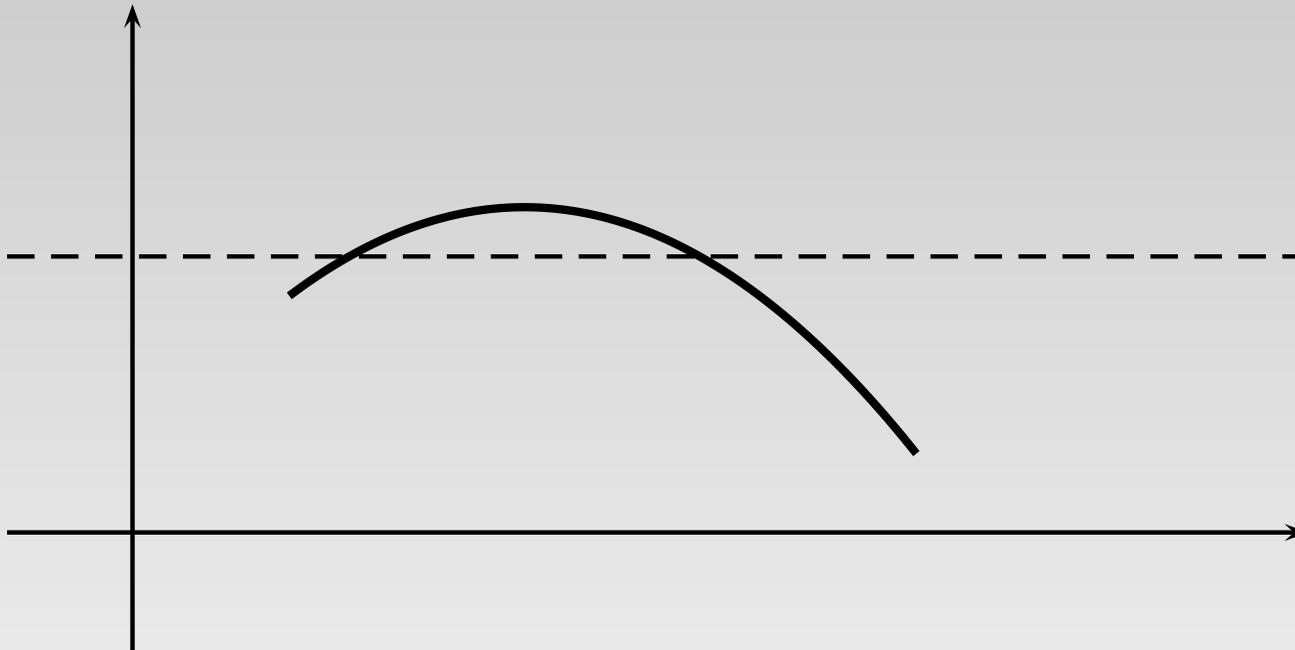
Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



## Altro esempio



- questa retta interseca il grafico in un punto
- questa retta non interseca il grafico
- questa retta interseca il grafico in due punti

Quindi non è il grafico di una funzione  
iniettiva

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Funzioni suriettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **suriettiva** se il codominio  $B$  coincide con l'immagine  $f(A)$ , cioè

$$\forall y \in B \exists x \in A : y = f(x)$$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Funzioni suriettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **suriettiva** se il codominio  $B$  coincide con l'immagine  $f(A)$ , cioè

$$\forall y \in B \exists x \in A : y = f(x)$$

cioè ogni elemento di  $B$  è il corrispondente di almeno un elemento di  $A$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa

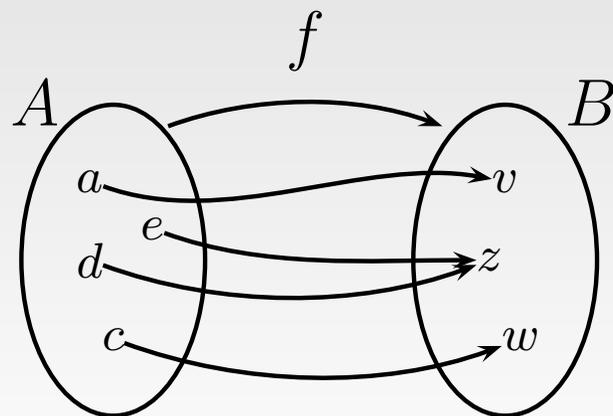


# Funzioni suriettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **suriettiva** se il codominio  $B$  coincide con l'immagine  $f(A)$ , cioè

$$\forall y \in B \exists x \in A : y = f(x)$$

cioè ogni elemento di  $B$  è il corrispondente di almeno un elemento di  $A$



Funzione suriettiva

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa

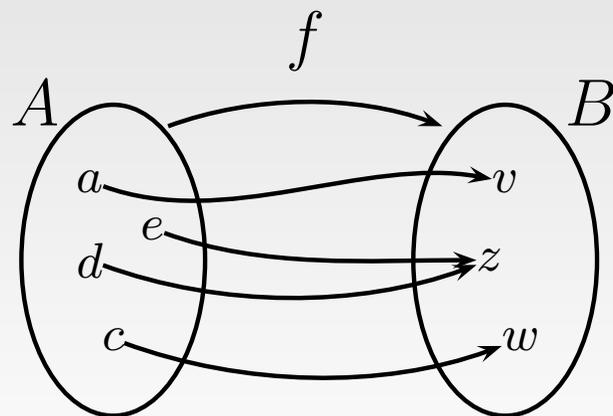


# Funzioni suriettive

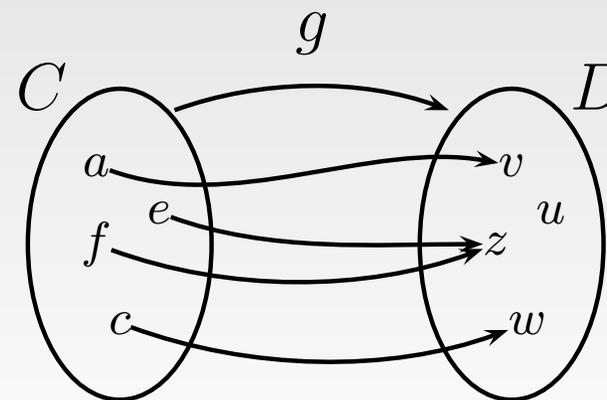
Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **suriettiva** se il codominio  $B$  coincide con l'immagine  $f(A)$ , cioè

$$\forall y \in B \exists x \in A : y = f(x)$$

cioè ogni elemento di  $B$  è il corrispondente di almeno un elemento di  $A$



Funzione suriettiva



Funzione non suriettiva

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Funzioni biiettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **biiettiva** se è sia iniettiva che suriettiva

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Funzioni biiettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **biiettiva** se è sia iniettiva che suriettiva, equivalentemente se

$$\forall b \in B \exists ! a \in A : f(a) = b$$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Funzioni biiettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **biiettiva** se è sia iniettiva che suriettiva, equivalentemente se

$$\forall b \in B \exists ! a \in A : f(a) = b$$

cioè se ogni elemento di  $B$  è il corrispondente di esattamente un elemento di  $A$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa

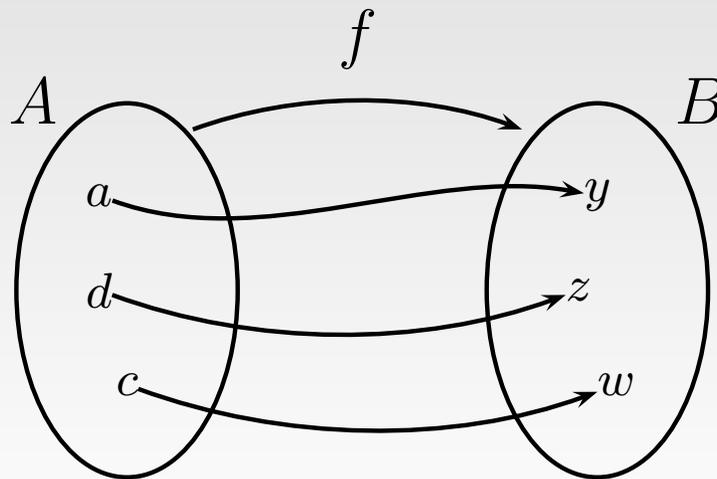


# Funzioni biiettive

Una funzione  $f : A \rightarrow B$  si dice **biiettiva** se è sia iniettiva che suriettiva, equivalentemente se

$$\forall b \in B \exists ! a \in A : f(a) = b$$

cioè se ogni elemento di  $B$  è il corrispondente di esattamente un elemento di  $A$



Funzione biiettiva

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa

□ □ □ □

Dominio e codominio sono parte integrante della funzione

Definizioni

---

Proprietà delle funzioni

---

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa

---



Dominio e codominio sono parte integrante della funzione

Ad esempio

$$\begin{array}{lll} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} & g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} & h : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ x \mapsto x^2 & x \mapsto x^2 & x \mapsto x^2 \end{array}$$

definiscono funzioni diverse con diverse proprietà:

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



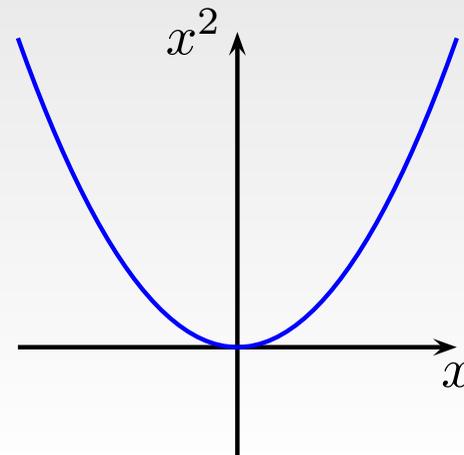
Dominio e codominio sono parte integrante della funzione

Ad esempio

$$\begin{array}{lll} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} & g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} & h : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ x \mapsto x^2 & x \mapsto x^2 & x \mapsto x^2 \end{array}$$

definiscono funzioni diverse con diverse proprietà:

- $f$  non è iniettiva né suriettiva



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



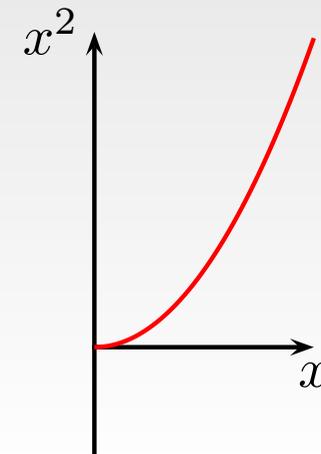
Dominio e codominio sono parte integrante della funzione

Ad esempio

$$\begin{array}{lll} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} & g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} & h : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ x \mapsto x^2 & x \mapsto x^2 & x \mapsto x^2 \end{array}$$

definiscono funzioni diverse con diverse proprietà:

- $f$  non è iniettiva né suriettiva
- $g$  è iniettiva ma non suriettiva



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



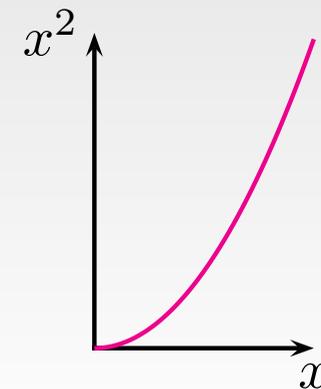
Dominio e codominio sono parte integrante della funzione

Ad esempio

$$\begin{array}{lll} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} & g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} & h : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ x \mapsto x^2 & x \mapsto x^2 & x \mapsto x^2 \end{array}$$

definiscono funzioni diverse con diverse proprietà:

- $f$  non è iniettiva né suriettiva
- $g$  è iniettiva ma non suriettiva
- $h$  è biiettiva



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzioni iniettive

Grafico di un funzione iniettiva

Funzioni suriettive

Funzioni biiettive

Osservazioni

Funzione composta e inversa



# Funzione composta

Siano  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$

Diremo **funzione composta** di  $f$  e  $g$  la funzione

$$g \circ f : A \rightarrow C$$

$$x \mapsto g \circ f(x) := g(f(x))$$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



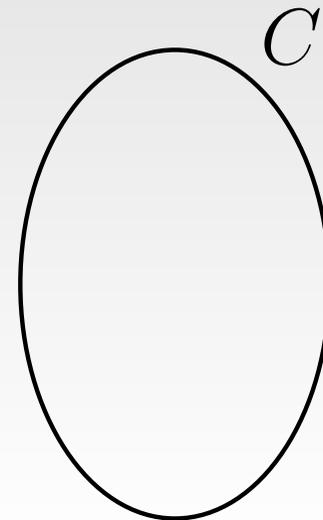
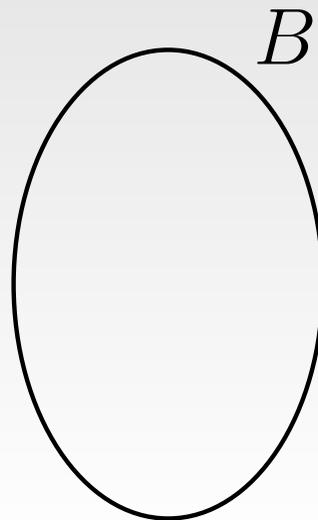
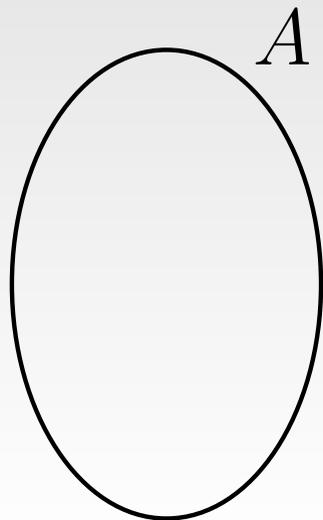
# Funzione composta

Siano  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$

Diremo **funzione composta** di  $f$  e  $g$  la funzione

$$g \circ f : A \rightarrow C$$

$$x \mapsto g \circ f(x) := g(f(x))$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



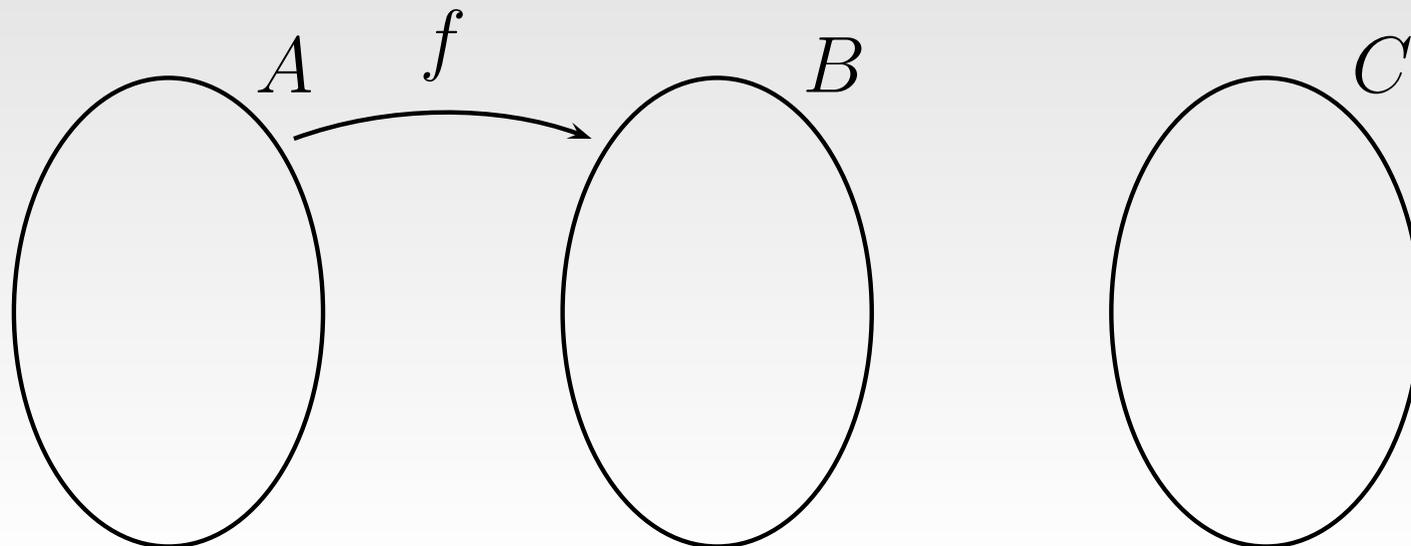
# Funzione composta

Siano  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$

Diremo **funzione composta** di  $f$  e  $g$  la funzione

$$g \circ f : A \rightarrow C$$

$$x \mapsto g \circ f(x) := g(f(x))$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



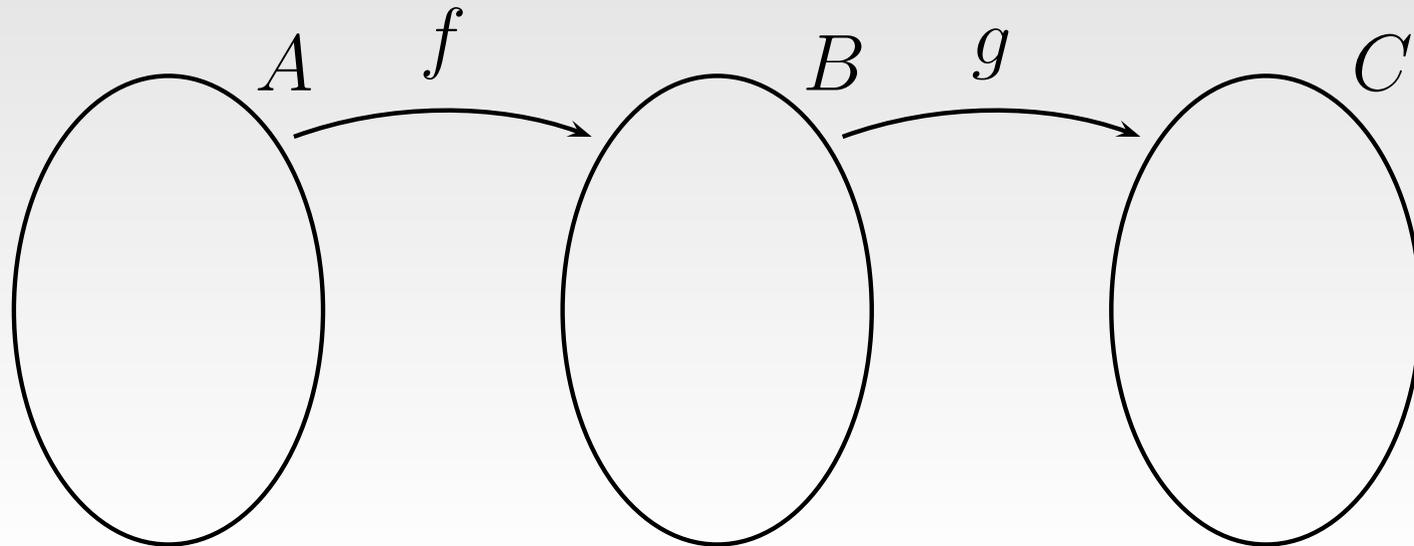
# Funzione composta

Siano  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$

Diremo **funzione composta** di  $f$  e  $g$  la funzione

$$g \circ f : A \rightarrow C$$

$$x \mapsto g \circ f(x) := g(f(x))$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



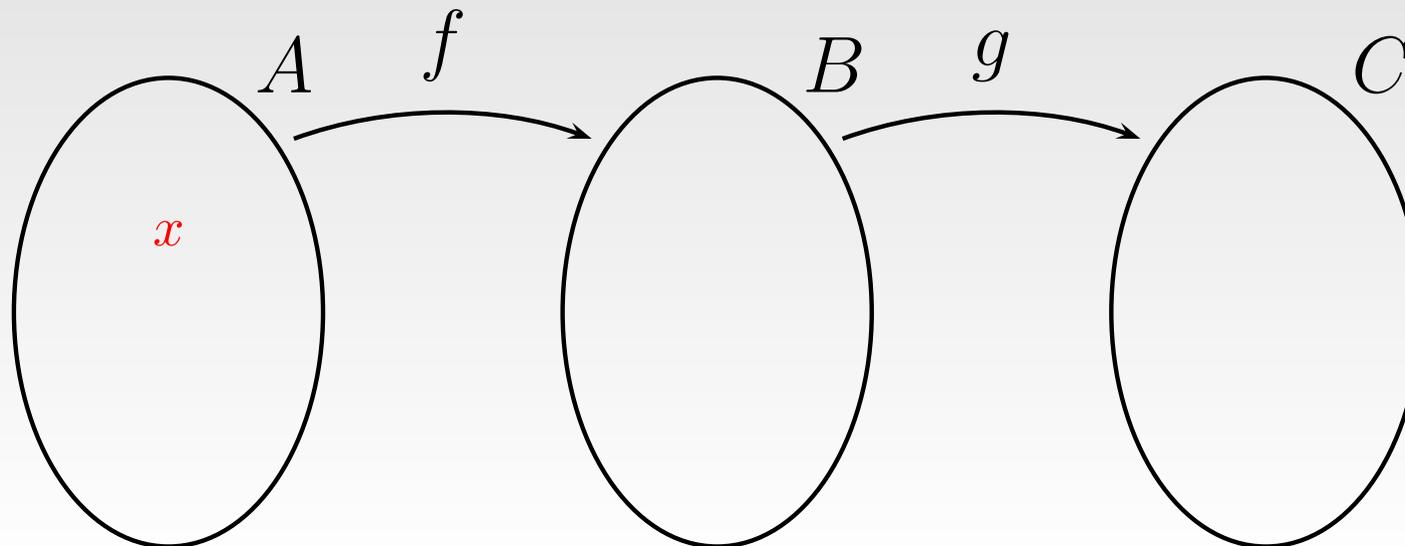
# Funzione composta

Siano  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$

Diremo **funzione composta** di  $f$  e  $g$  la funzione

$$g \circ f : A \rightarrow C$$

$$x \mapsto g \circ f(x) := g(f(x))$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



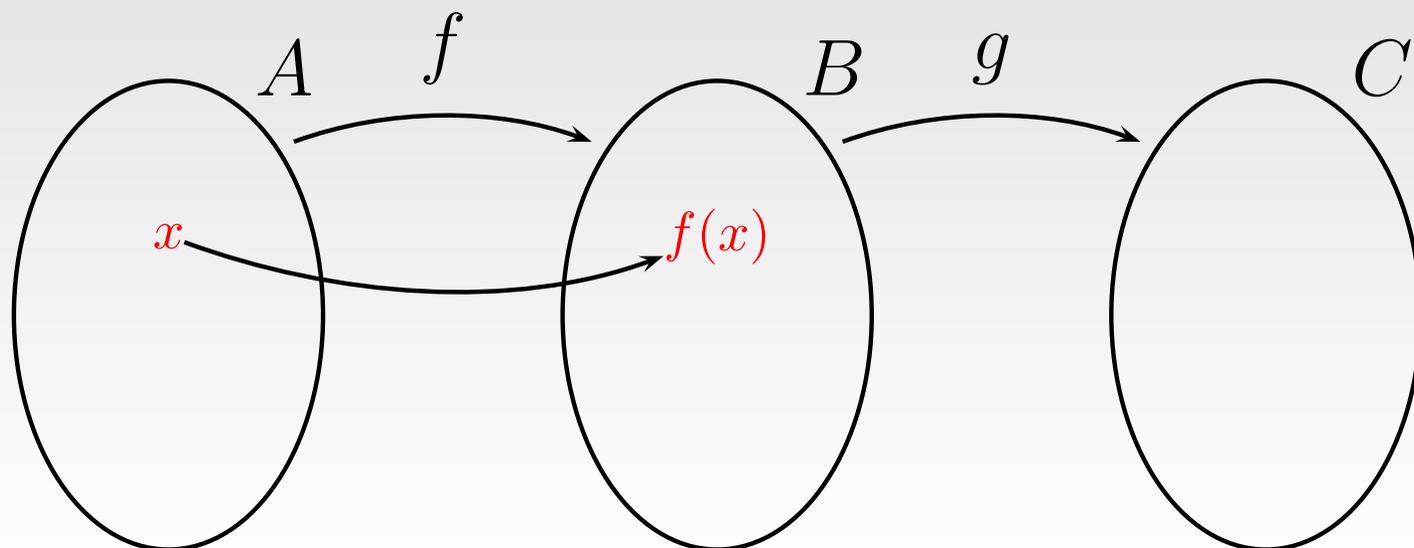
# Funzione composta

Siano  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$

Diremo **funzione composta** di  $f$  e  $g$  la funzione

$$g \circ f : A \rightarrow C$$

$$x \mapsto g \circ f(x) := g(f(x))$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



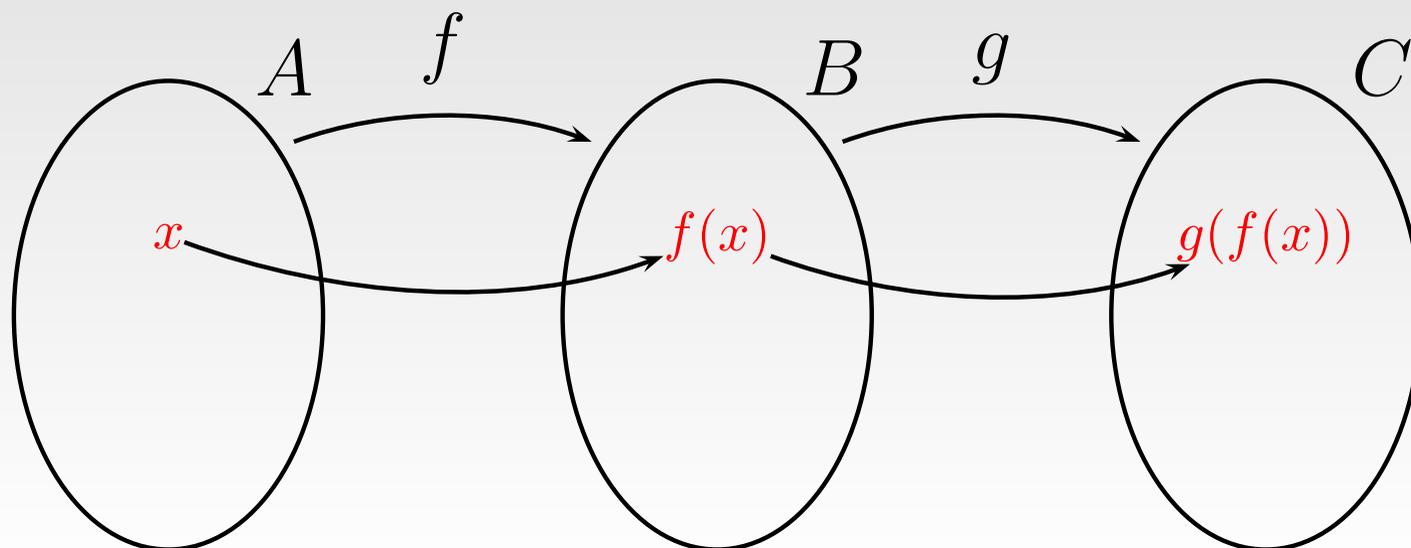
# Funzione composta

Siano  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$

Diremo **funzione composta** di  $f$  e  $g$  la funzione

$$g \circ f : A \rightarrow C$$

$$x \mapsto g \circ f(x) := g(f(x))$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



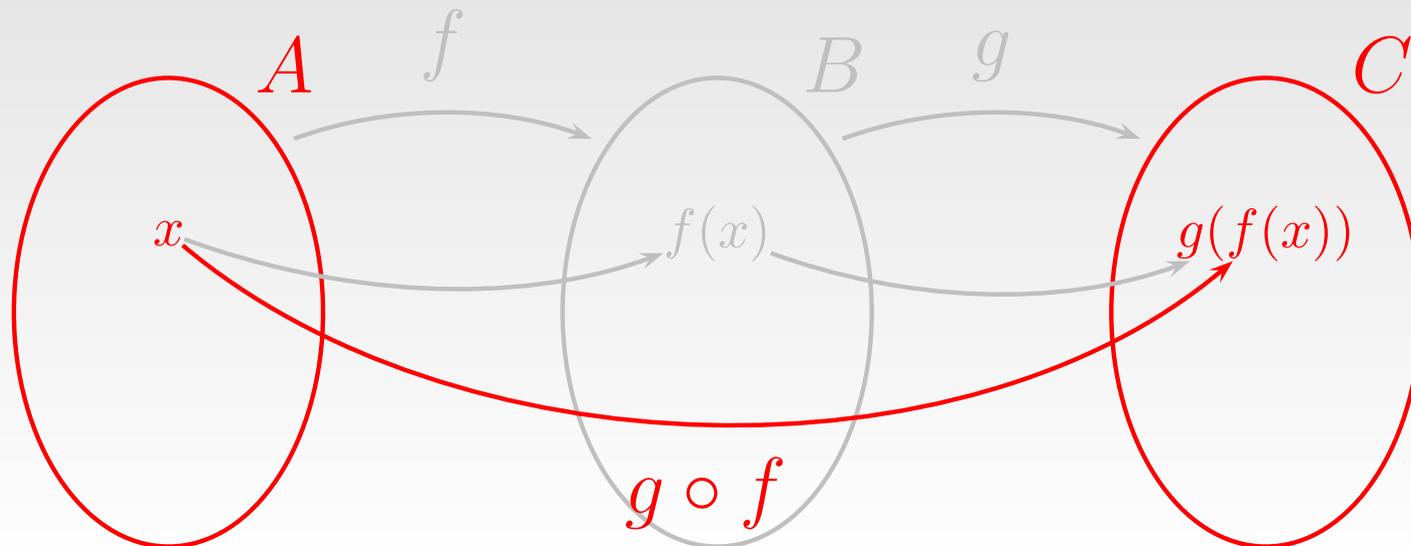
# Funzione composta

Siano  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$

Diremo **funzione composta** di  $f$  e  $g$  la funzione

$$g \circ f : A \rightarrow C$$

$$x \mapsto g \circ f(x) := g(f(x))$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

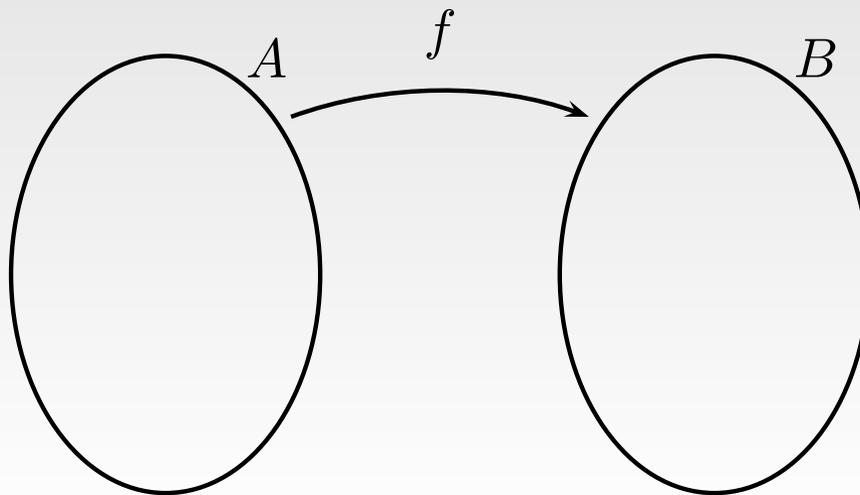
Grafico della funzione inversa



# Funzione inversa

Poiché una funzione  $f : A \rightarrow B$  è biiettiva se

$$\forall b \in B \exists! a \in A : f(a) = b$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

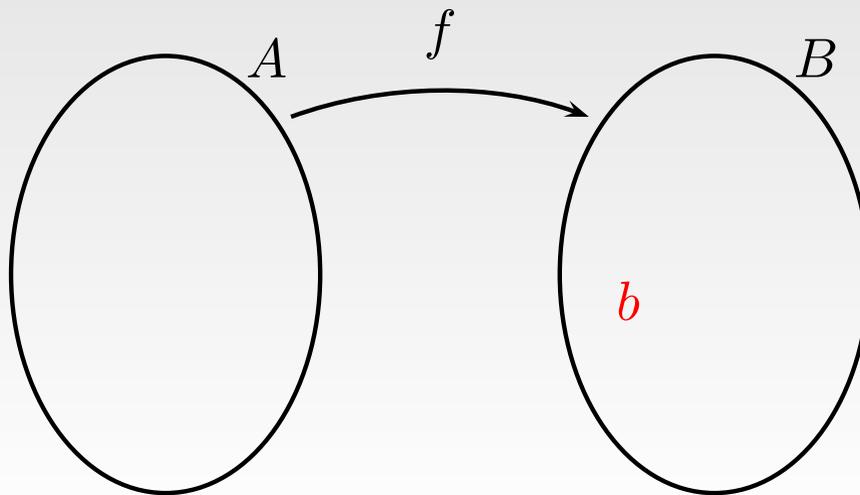
Grafico della funzione inversa



# Funzione inversa

Poiché una funzione  $f : A \rightarrow B$  è biiettiva se

$$\forall b \in B \exists ! a \in A : f(a) = b$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

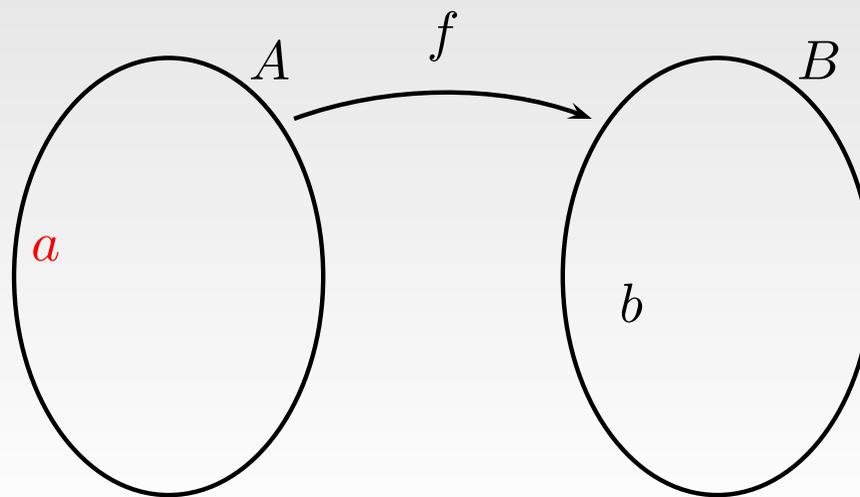
Grafico della funzione inversa



# Funzione inversa

Poiché una funzione  $f : A \rightarrow B$  è biiettiva se

$$\forall b \in B \exists! a \in A : f(a) = b$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

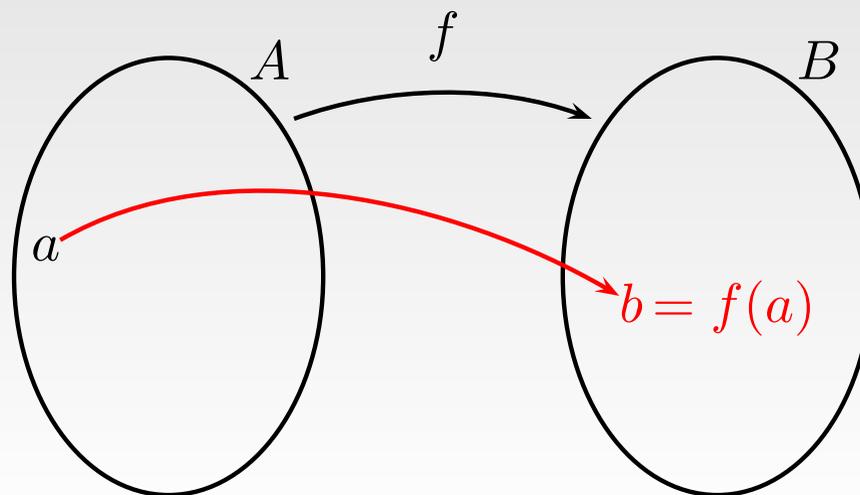
Grafico della funzione inversa



# Funzione inversa

Poiché una funzione  $f : A \rightarrow B$  è biiettiva se

$$\forall b \in B \exists ! a \in A : f(a) = b$$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



# Funzione inversa

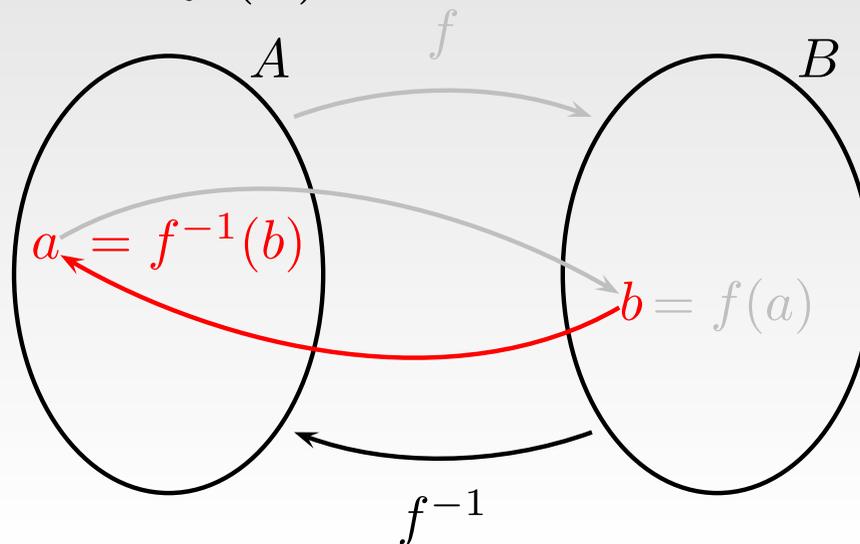
Poiché una funzione  $f : A \rightarrow B$  è biiettiva se

$$\forall b \in B \exists! a \in A : f(a) = b$$

si può considerare la **funzione inversa di  $f$**

$$f^{-1} : B \mapsto A$$

che associa ad ogni  $b$  quell'unico elemento  $a \in A$  tale che  $f(a) = b$



Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



# Proprietà della funzione inversa

È immediato verificare che

- per definizione

$$x = f^{-1}(y) \iff f(x) = y$$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



# Proprietà della funzione inversa

È immediato verificare che

- per definizione

$$x = f^{-1}(y) \iff f(x) = y$$

- dalla definizione segue che

$$f^{-1} \circ f(a) = a \quad \forall a \in A$$

$$f \circ f^{-1}(b) = b \quad \forall b \in B$$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



# Proprietà della funzione inversa

È immediato verificare che

- per definizione

$$x = f^{-1}(y) \iff f(x) = y$$

- dalla definizione segue che

$$f^{-1} \circ f(a) = a \quad \forall a \in A$$

$$f \circ f^{-1}(b) = b \quad \forall b \in B$$

- anche  $f^{-1}$  è biiettiva

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



# Proprietà della funzione inversa

È immediato verificare che

- per definizione

$$x = f^{-1}(y) \iff f(x) = y$$

- dalla definizione segue che

$$f^{-1} \circ f(a) = a \quad \forall a \in A$$

$$f \circ f^{-1}(b) = b \quad \forall b \in B$$

- anche  $f^{-1}$  è biettiva
- la sua inversa è  $(f^{-1})^{-1} = f$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

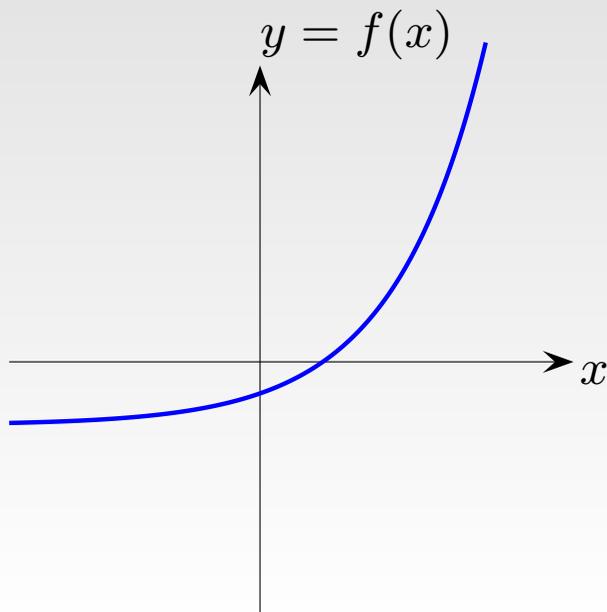


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Consideriamo ad esempio il grafico della seguente funzione invertibile

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

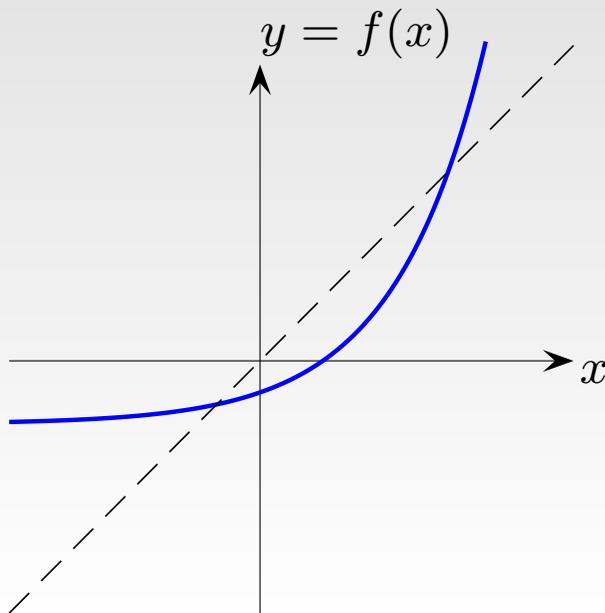


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Consideriamo ad esempio il grafico della seguente funzione invertibile e operiamo la simmetria rispetto alla bisettrice

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

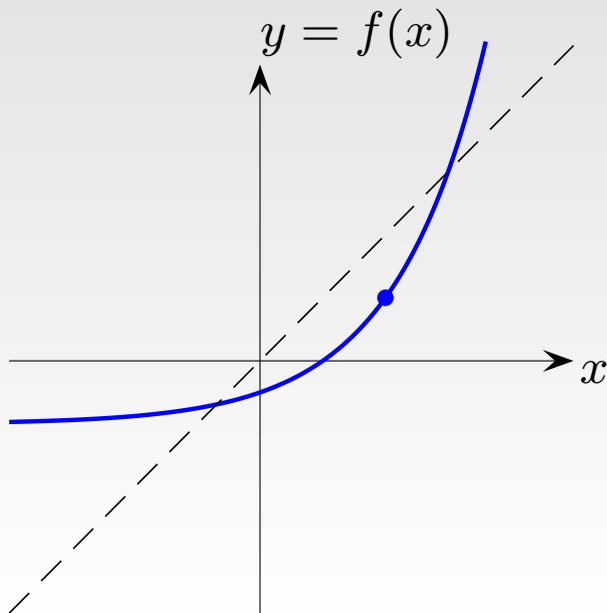


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Preso un punto del grafico di  $f$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

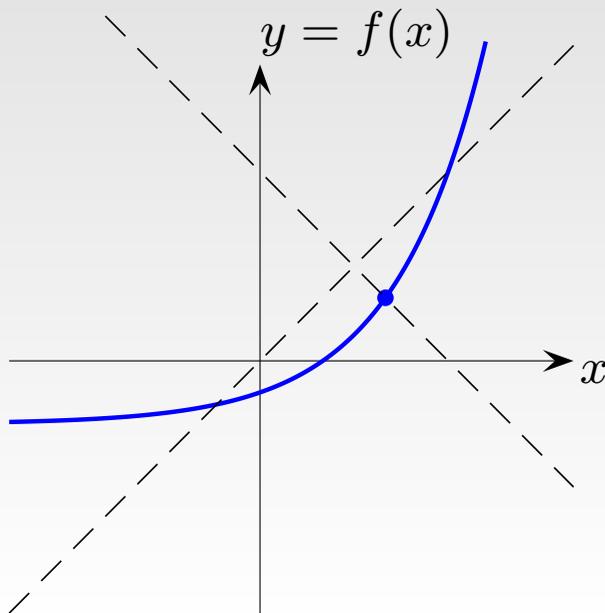


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Preso un punto del grafico di  $f$  individuiamo il suo simmetrico rispetto all'asse di simmetria

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

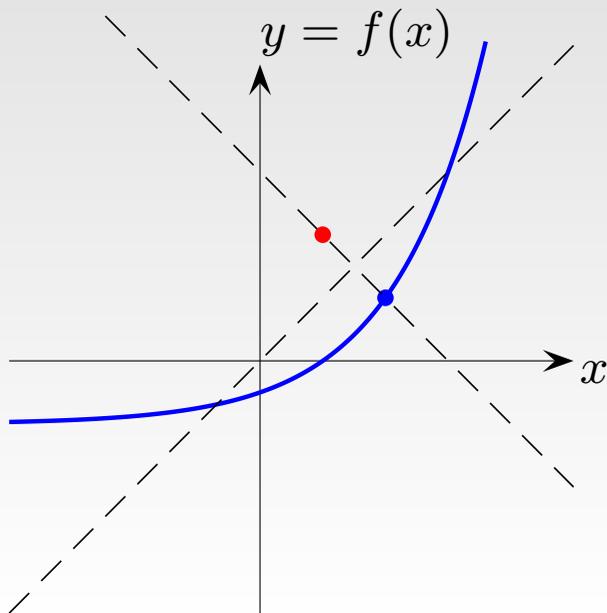


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Preso un punto del grafico di  $f$  individuiamo il suo simmetrico rispetto all'asse di simmetria

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

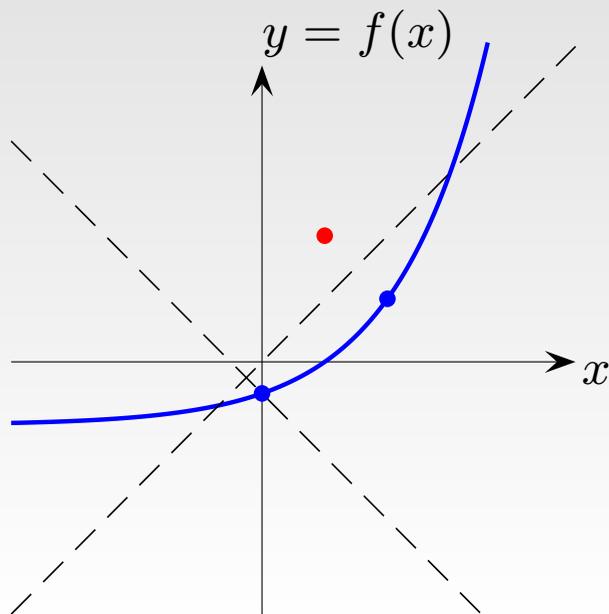


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di  $f$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

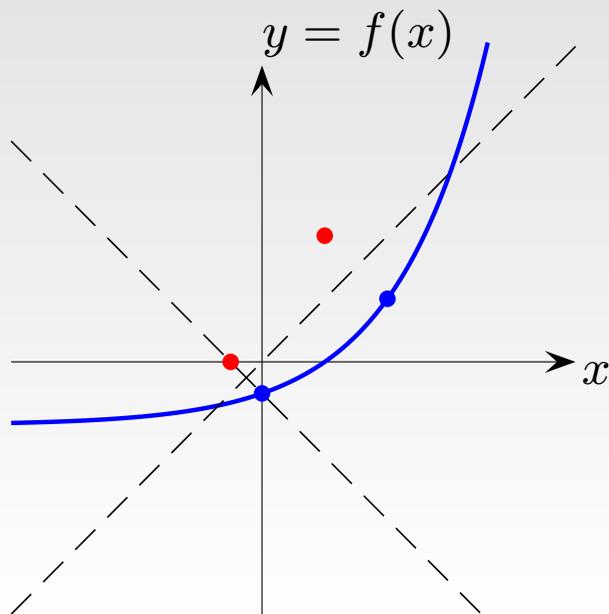


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di  $f$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

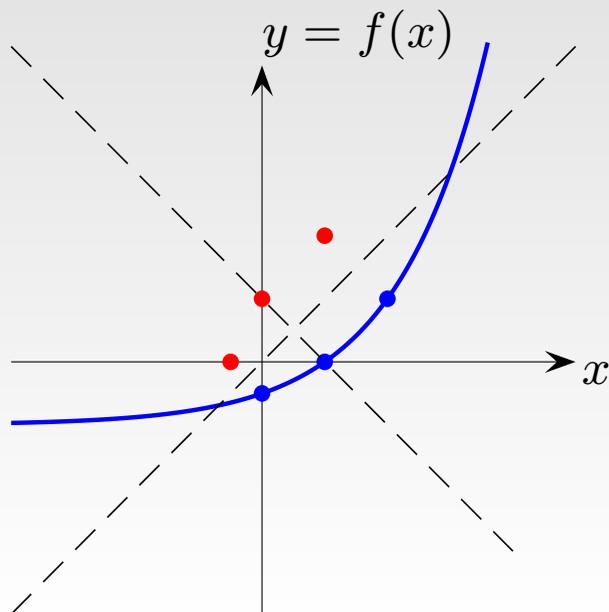


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di  $f$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

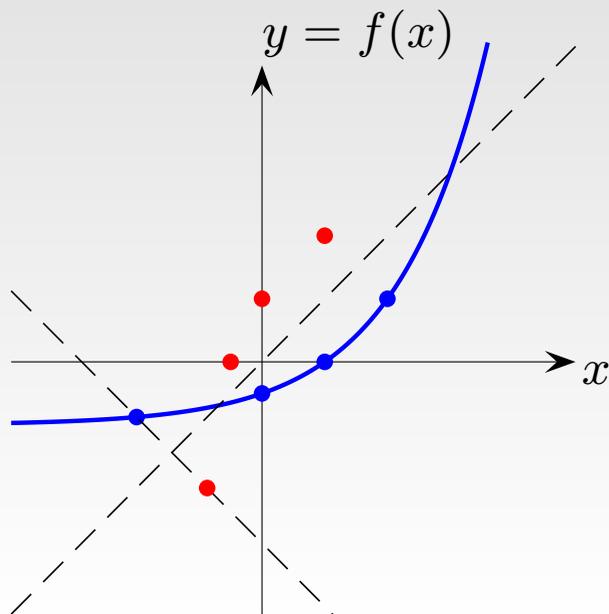


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di  $f$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

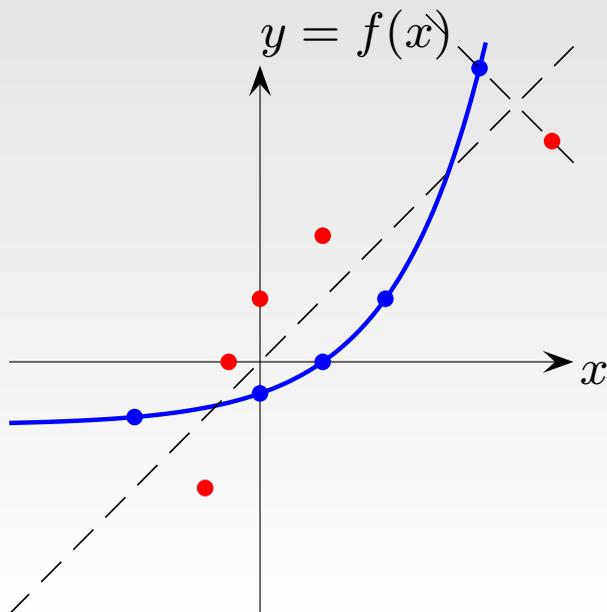


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di  $f$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

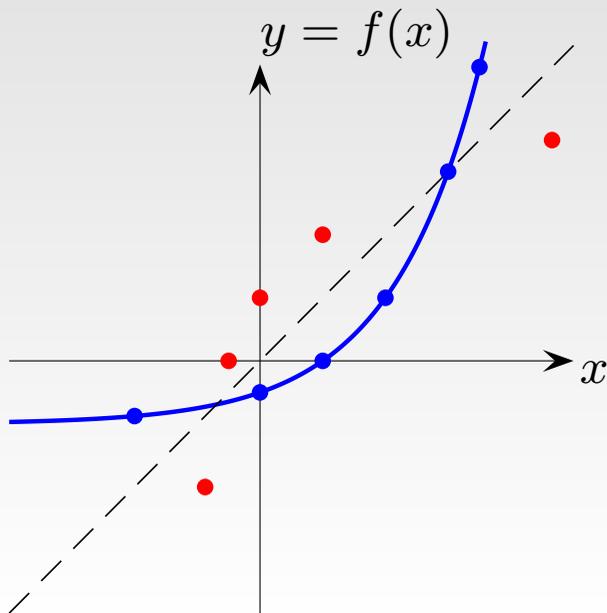


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di  $f$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

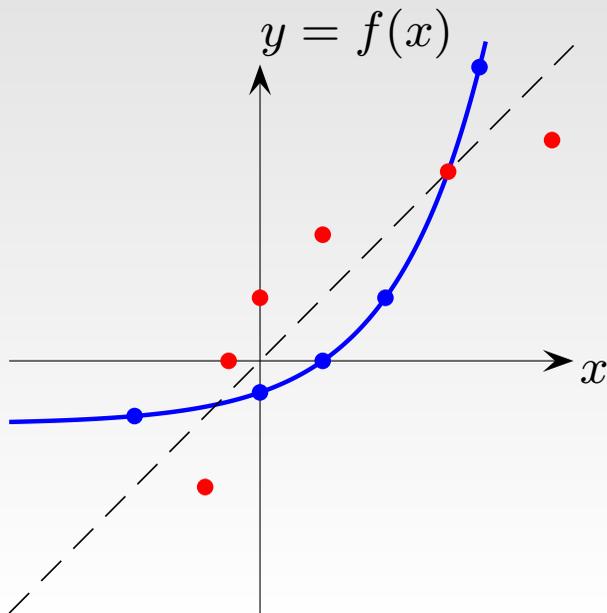


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di  $f$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

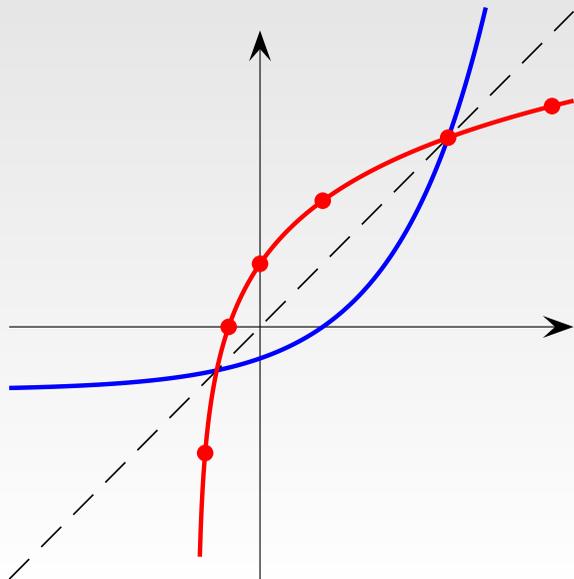


# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Se facciamo questo per ogni punto del grafico di  $f$  otteniamo il grafico della funzione inversa

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa



# Grafico della funzione inversa

Se  $f$  è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di  $f^{-1}$  si può ottenere da quello di  $f$  scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di  $f$  rispetto alla bisettrice del I e III quadrante

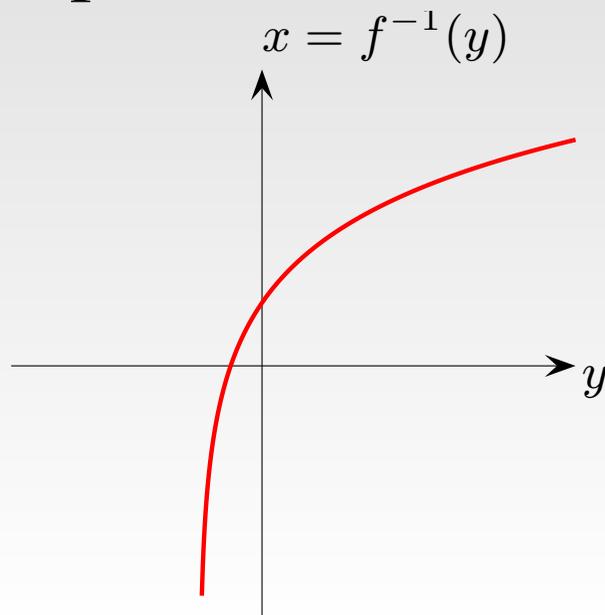


Grafico di  $f^{-1}$

Definizioni

Proprietà delle funzioni

Funzione composta e inversa

Funzione composta

Funzione inversa

Proprietà della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

