

Corso di Laurea in Matematica

EQUAZIONI DIFFERENZIALI

Esercizi di ripasso del 25 settembre 2012

Esercizio 1. Trovare la soluzione generale delle seguenti equazioni mediante il metodo di separazione delle variabili

$$\begin{array}{lll} y' = \frac{y^2 + 3}{ty}, & y' = \frac{te^t}{e^y}, & y' = 2t(e^y + 1), \\ y' = \frac{t\sqrt{1-y^2}}{t^2 + 1}, & y' = \sqrt{\frac{y}{t-1}}, & y' = \frac{3ty}{\ln y}, \\ y' = \frac{(y^2 - 2)\cos t}{2y \sin t}, & y' = \frac{2y(y+1)}{t}, & y' = \frac{2t^2}{4y\sqrt{t^3+1}}, \\ y' = (3 + t \sin(t^2))y^6, & y' = \frac{3^y(2+t^2)}{t}, & y' = \frac{y^2}{t \ln t}. \end{array}$$

Esercizio 2. Trovare la soluzione generale delle seguenti equazioni lineari

$$\begin{array}{lll} y' = 3y, & y' = -2y + 1, & y' = -y + 2t, \\ y'' + 3y' - 4y = 0, & y'' - 2y' = 0, & y'' - 4y' + 4y = 0, \\ y'' - y' + 2y = 0, & y'' - 5y' + 6y = t, & y'' + 2y' = t^2 + 2, \\ y'' + 2y' - 3y = e^{2t}, & y'' + 2y' - 3y = e^{-3t}, & y'' - 5y' + 6y = e^{2t} \cos(3t), \\ y'' + 2y' + 2y = e^t \sin t, & y'' + 3y' - 4y = t^2 + e^t. & \end{array}$$

Esercizio 3. Trovare la soluzione dei seguenti problemi di Cauchy

$$\begin{array}{lll} \begin{cases} y' = -2y + t, \\ y(0) = 1, \end{cases} & \begin{cases} y' = 2 - y, \\ y(2) = 5, \end{cases} & \begin{cases} y' = 3t^2y + t^2, \\ y(0) = 1, \end{cases} \\ \begin{cases} y' = \frac{2t}{t^2+1}y + 1, \\ y(0) = 1, \end{cases} & \begin{cases} y' = y \log t + t^t, \quad t > 0, \\ y(1) = 1, \end{cases} & \begin{cases} y' = \frac{\sqrt{(\arctg t)^8 + 1}}{e^{\cos t} + 2 - \sin t}y, \\ y(0) = 0, \end{cases} \\ \begin{cases} y'' + 2y' + y = 2e^{-t}, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0, \end{cases} & \begin{cases} y'' + 2y' + y = 2e^t + t^3, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0, \end{cases} & \begin{cases} y'' - y' - 6y = 3t^2 - 5t, \\ y(0) = -1, \\ y'(0) = 0, \end{cases} \\ \begin{cases} y'' - 2y' + 5y = 5, \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = 1, \end{cases} & \begin{cases} y'' - 6y' + 5y = 12te^{-t}, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = -6, \end{cases} & \begin{cases} y'' + 2y' - 3y = -4e^{-3t}, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = -2. \end{cases} \end{array}$$