



Corso di Laurea in Biotecnologie

MODULO DI MATEMATICA

Facsimile di esame

N.B.: scrivere nome, cognome e numero di matricola su ogni foglio consegnato.

Tempo a disposizione: 2.5 ore

1 Se $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0^+$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0^-$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ è

- ☐ A $-\infty$
 - ☐ B $+\infty$
 - ☐ C 0^-
 - ☐ D non ci sono elementi sufficienti per rispondere
-

2 Se f è una funzione derivabile due volte su $]a, b[$ e vale $f''(x_0) < 0$ e $f'(x_0) = 0$ con $x_0 \in]a, b[$, allora

- ☐ A x_0 è sempre punto di minimo relativo per f
 - ☐ B x_0 è sempre punto di massimo relativo per f
 - ☐ C x_0 è sempre punto di flesso relativo per f
 - ☐ D nessuna delle precedenti
-

3 L'equazione differenziale $y'' = 5t - e^t y$ è

- ☐ A un'equazione lineare del primo ordine
 - ☐ B un'equazione lineare del secondo ordine
 - ☐ C un'equazione non lineare del primo ordine
 - ☐ D un'equazione non lineare del secondo ordine
-

4 Il grafico della funzione $f(x) = \frac{3x-1}{2-x}$ rappresenta

- ☐ A una retta
 - ☐ B una parabola
 - ☐ C un'iperbole
 - ☐ D nessuna delle precedenti
-

- 5** a) Scrivere la definizione di funzione continua in un punto;
 b) scrivere la definizione di funzione derivabile in un punto;
 c) per la funzione $f(x) = \arcsen x$ determinare il dominio, l'insieme dei punti dove è continua e quello dove è derivabile; disegnarne infine un grafico qualitativo.
-

- 6** Rappresentare il grafico di una funzione g che verifichi contemporaneamente le seguenti proprietà:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2 \qquad \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = -\infty \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = +\infty \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -1$$

- 7** a) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale;
 b) per quali delle tre funzioni $f(x) = \frac{1}{x^4+1}$, $g(x) = \ln(x^3 + 8)$, $h(x) = e^{-1/x}$ è possibile applicare il teorema nell'intervallo $[-1, 0]$?
-

- 8** Data la funzione

$$g(x) = \frac{x^4}{3-x}$$

- a) determinare il dominio $\mathcal{D}$;
 b) studiare il segno di g ;
 c) calcolare i limiti agli estremi del dominio;
 d) determinare gli intervalli in cui la funzione è crescente, quelli in cui è decrescente, e gli eventuali punti di massimo/minimo relativo e/o assoluto;
 e) determinare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa $x_0 = 1$;
 f) disegnare un grafico approssimativo di g .
-

- 9** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2t^2}{4^y \sqrt{t^3 + 1}} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

- a) dire se la funzione $y(t) = \log_4(t^3 + 1)$ è soluzione del problema;
 b) determinare una soluzione del problema nel caso in cui non lo sia la funzione di cui al punto precedente; oppure, alternativamente
 b') Calcolare i seguenti integrali

$$\int \frac{2+3x}{1+x^2} dx, \qquad \int_0^1 (2x^5 + 6x^2 - 1) dx.$$

- 10** Calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione $f(x) = e^{3x}$ nel punto $x_0 = 2$.
-