

Limiti

Introduzione

Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

I valori

- cresceranno?

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

I valori

- cresceranno?
- decresceranno?

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

I valori

- cresceranno?
- decresceranno?
- approssimeranno sempre meglio un qualche valore “limite”?

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

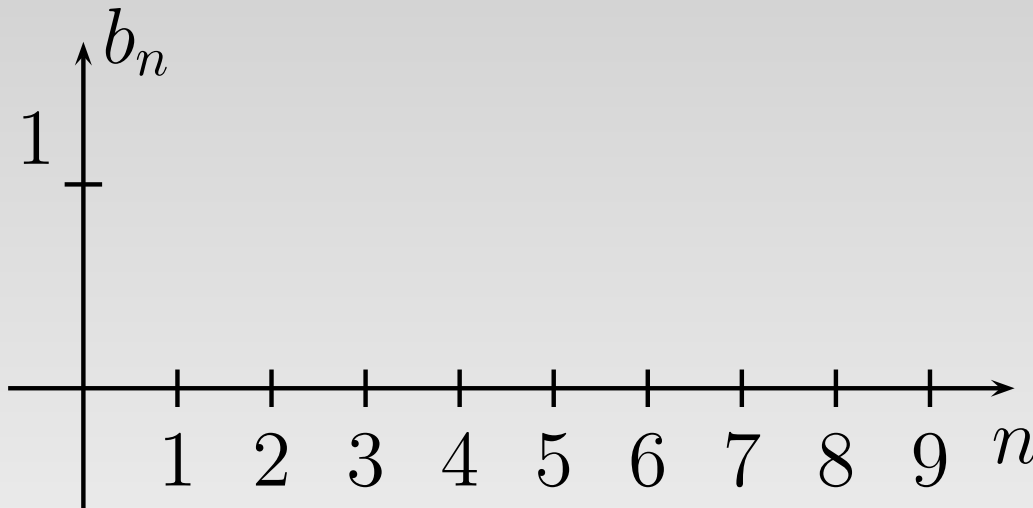
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

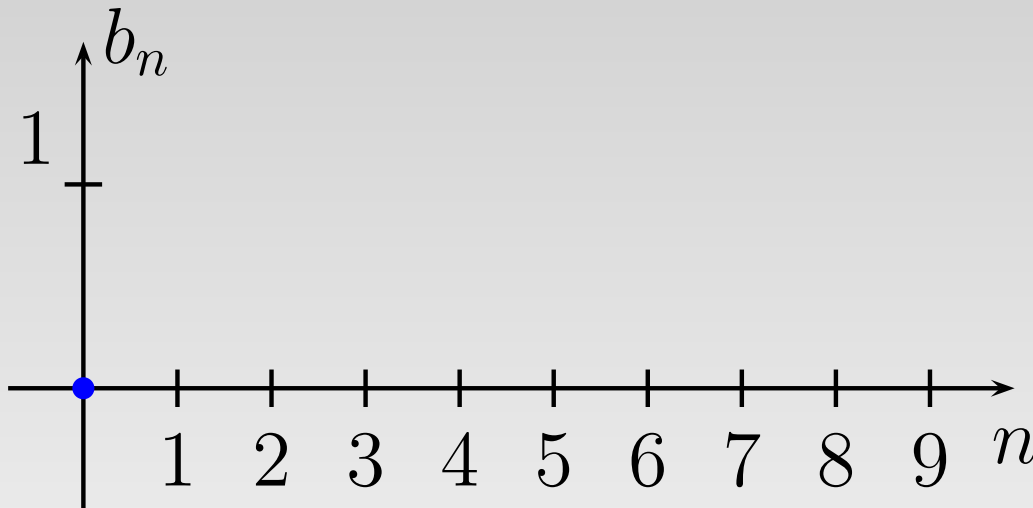
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

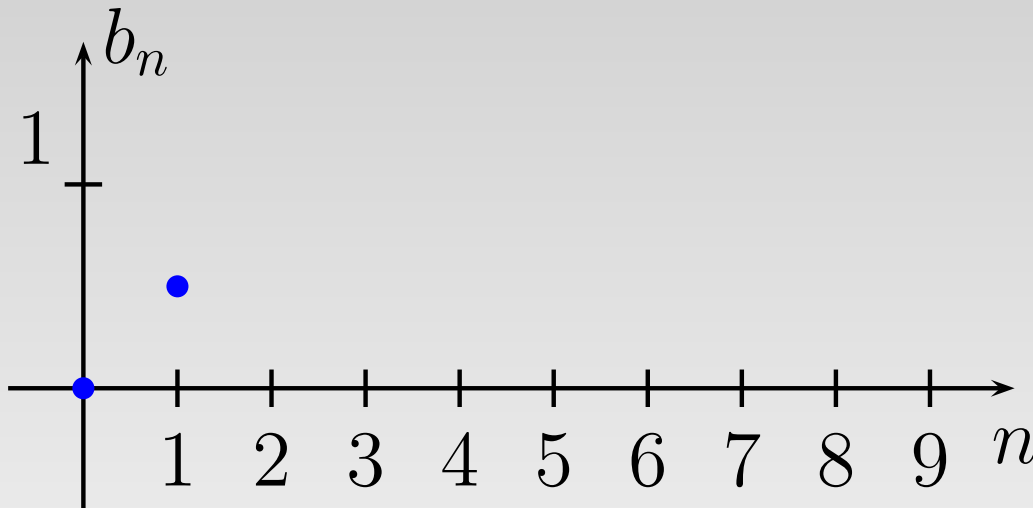
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

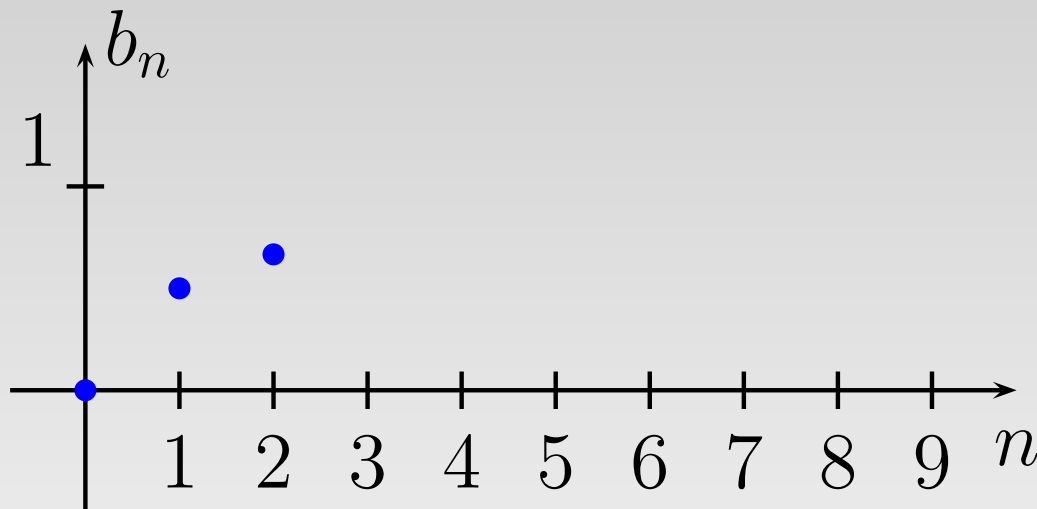
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{2}{3}$

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

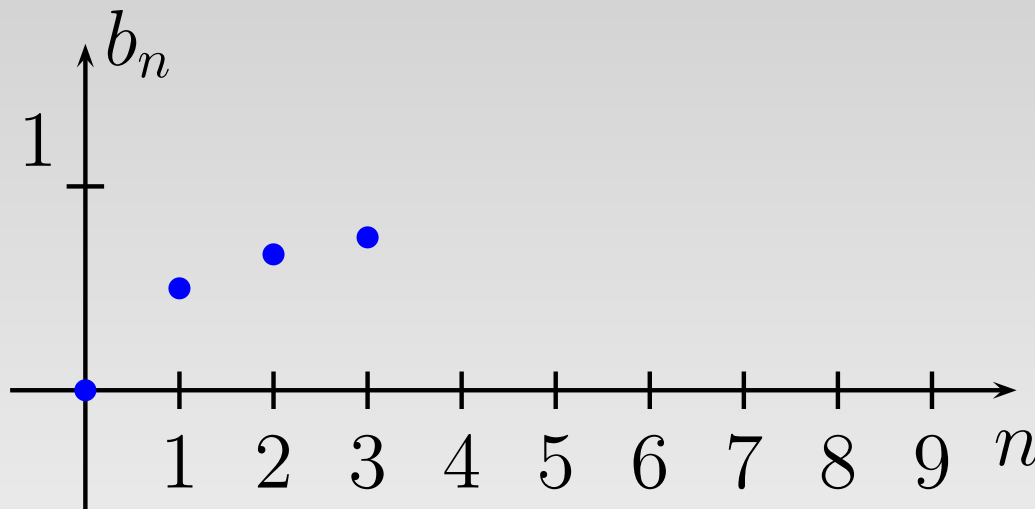
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

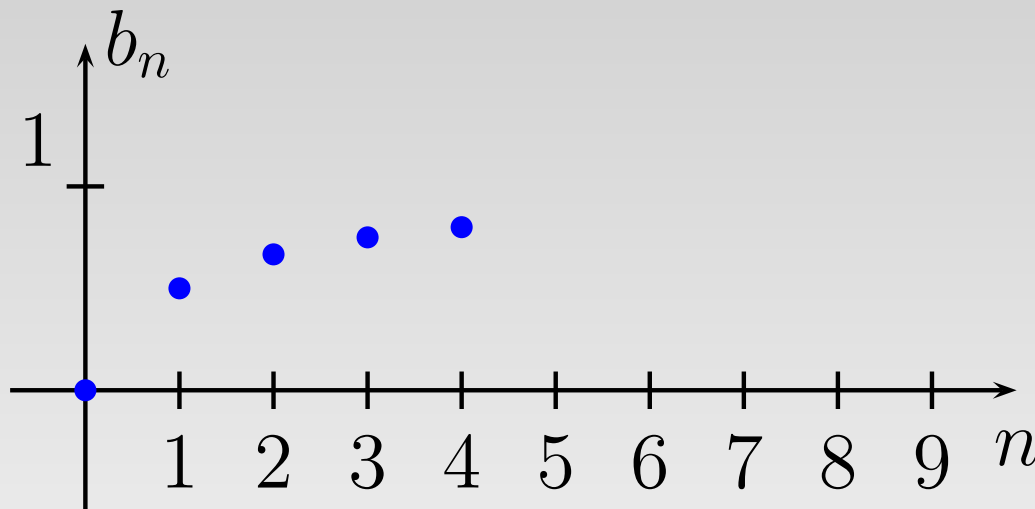
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

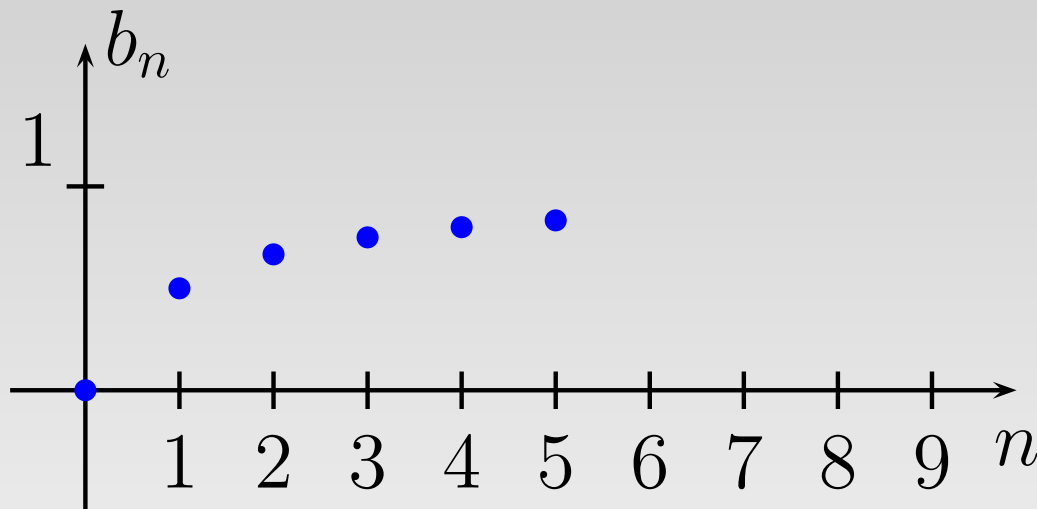
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

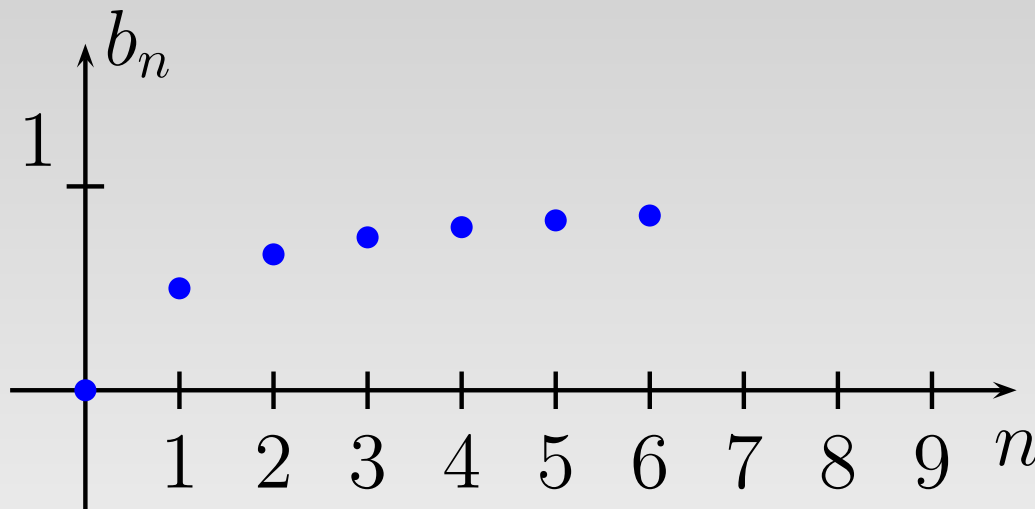
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

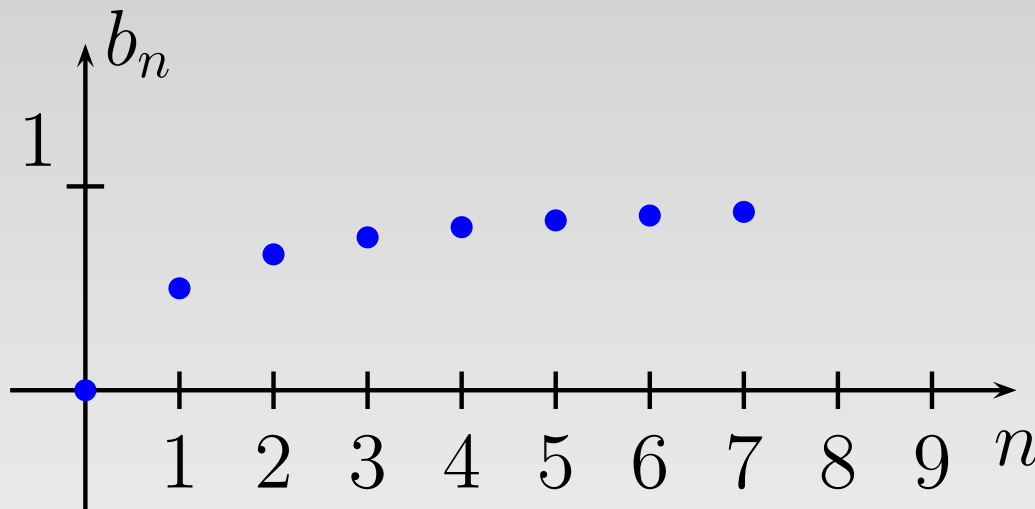
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

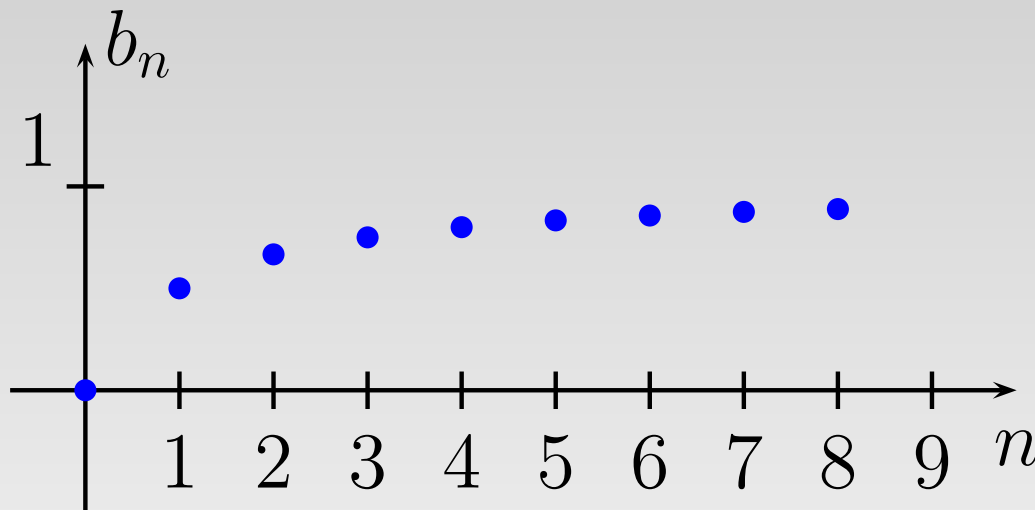
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

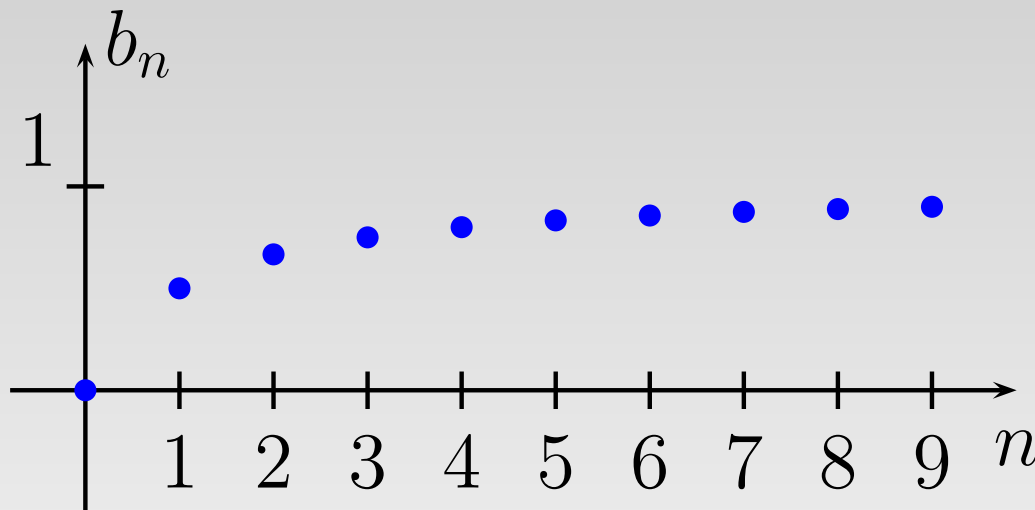
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9
9	9/10

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

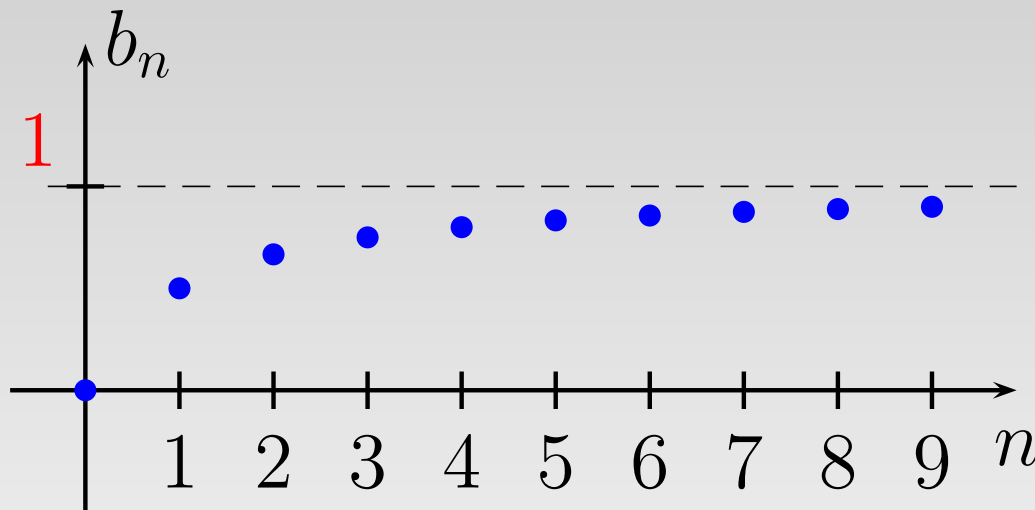
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9
9	9/10

Si osserva che i valori tendono a crescere ed avvicinarsi sempre più a 1

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

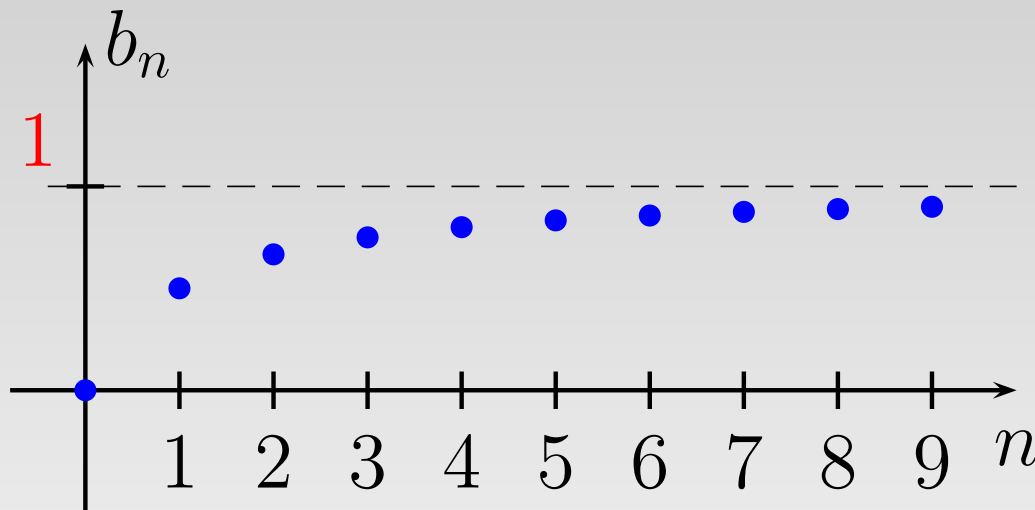
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9
9	9/10

Si osserva che i valori tendono a crescere ed avvicinarsi sempre più a 1

Il concetto di **limite** (finito) formalizzerà questa osservazione

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

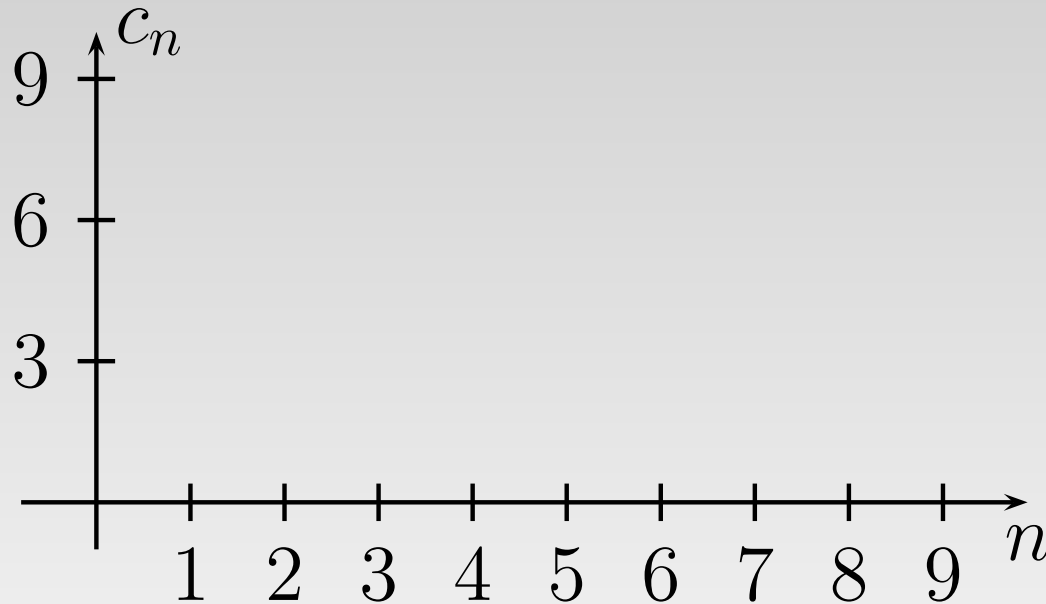
Limiti e continuità

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

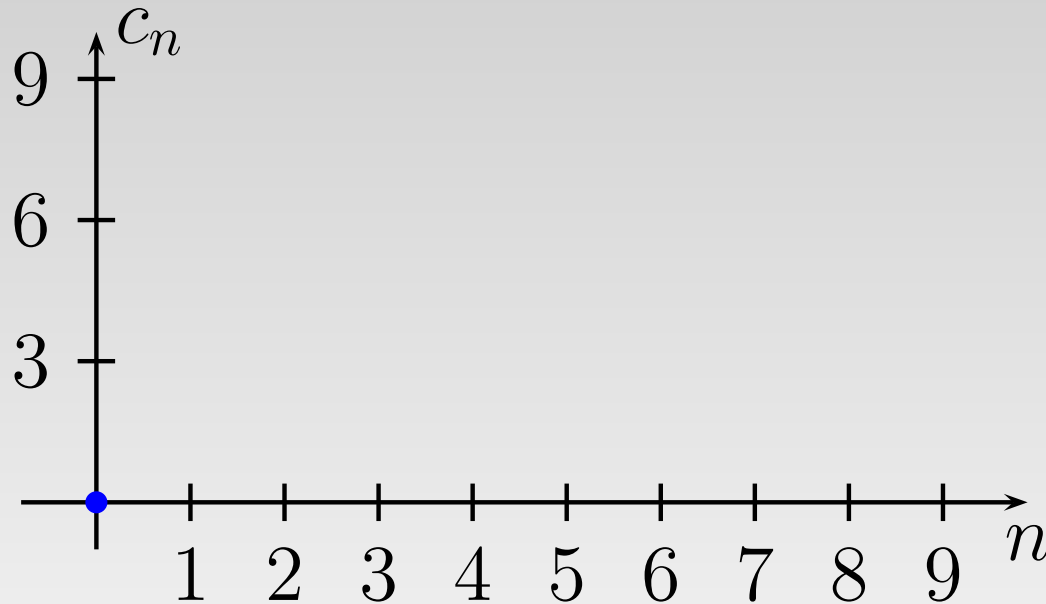
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

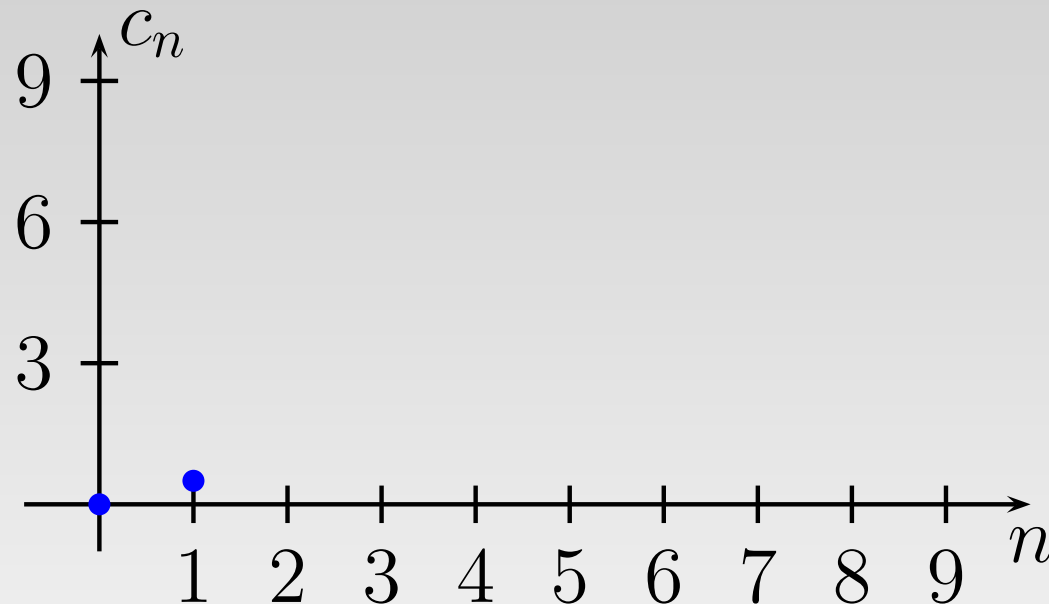
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

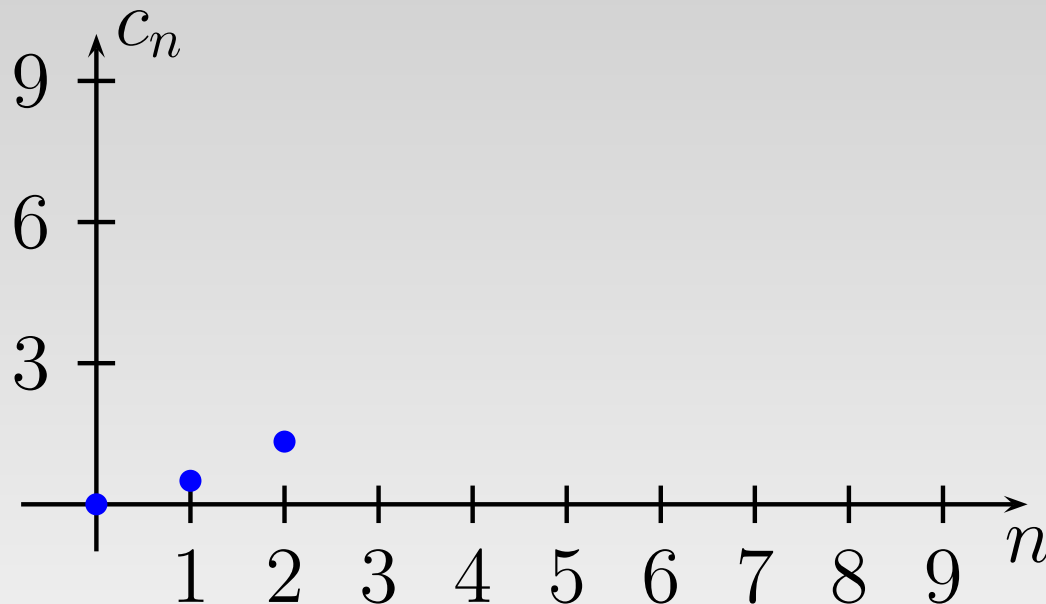
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	$1/2$
2	$4/3$

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

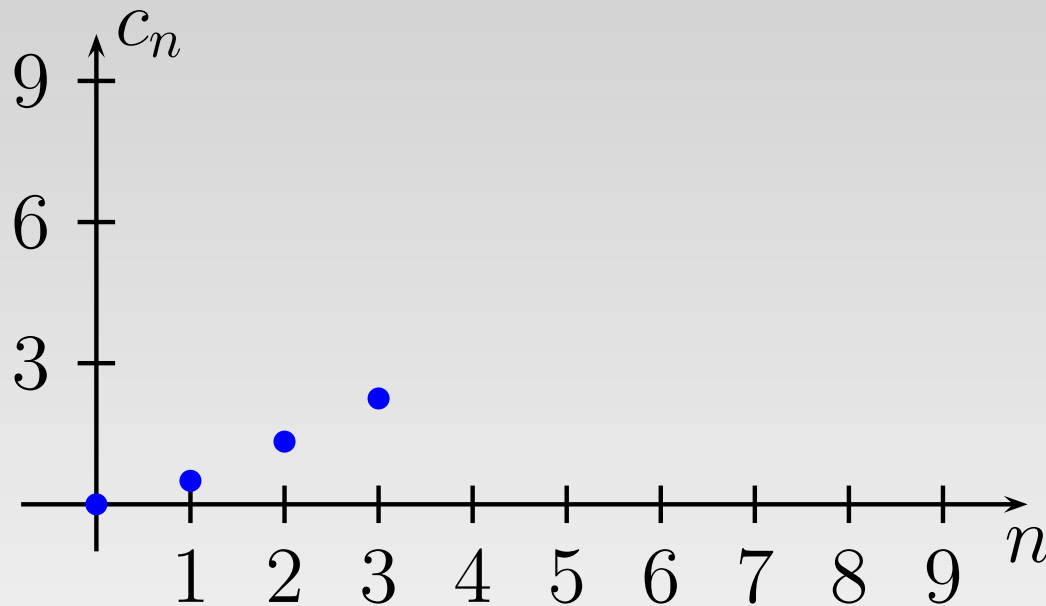
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



<i>n</i>	<i>c_n</i>
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

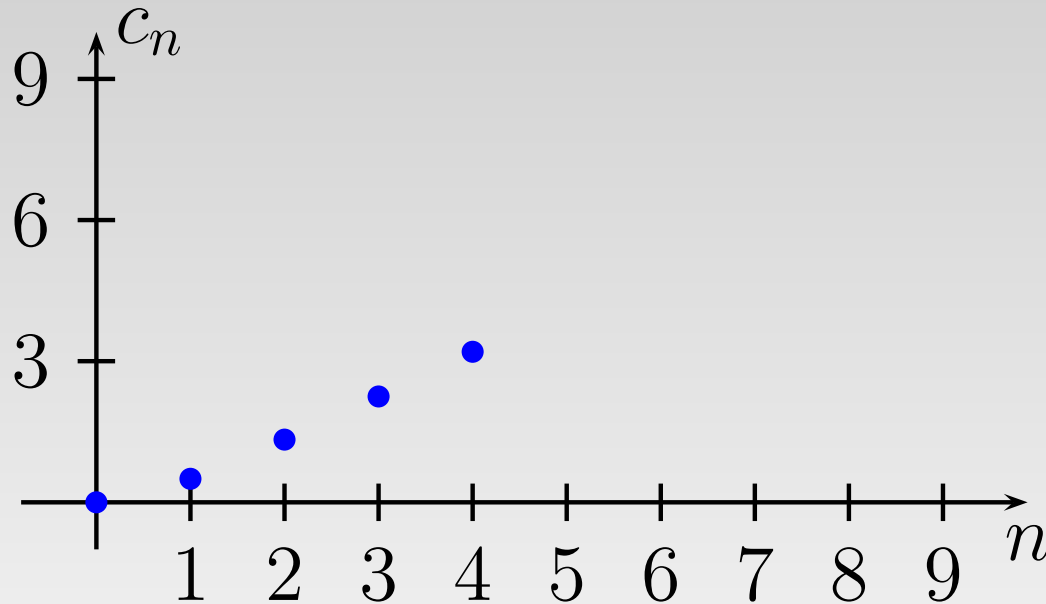
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



<i>n</i>	<i>c_n</i>
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

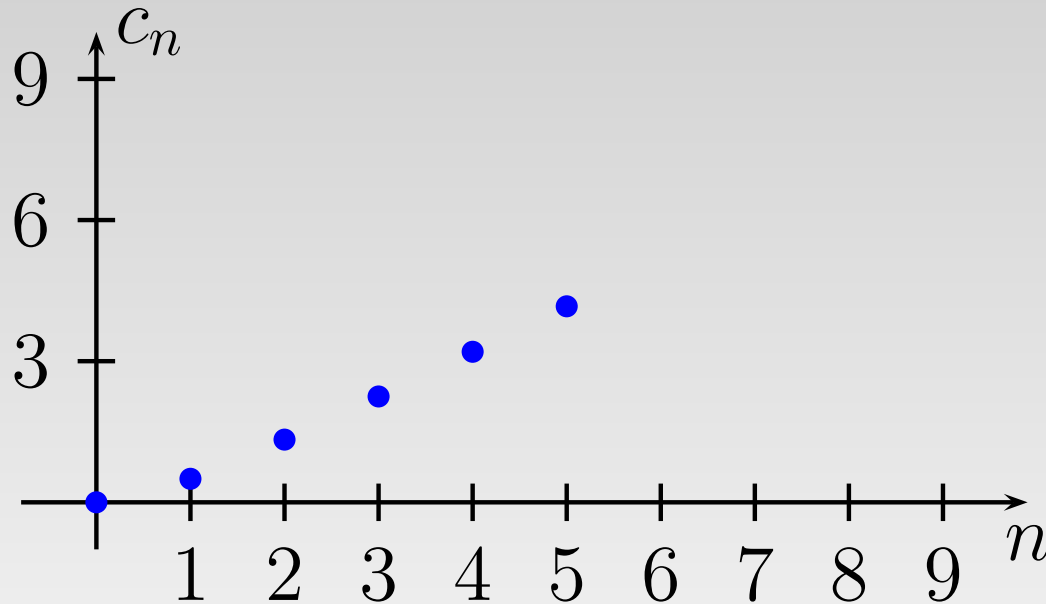
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



<i>n</i>	<i>c_n</i>
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

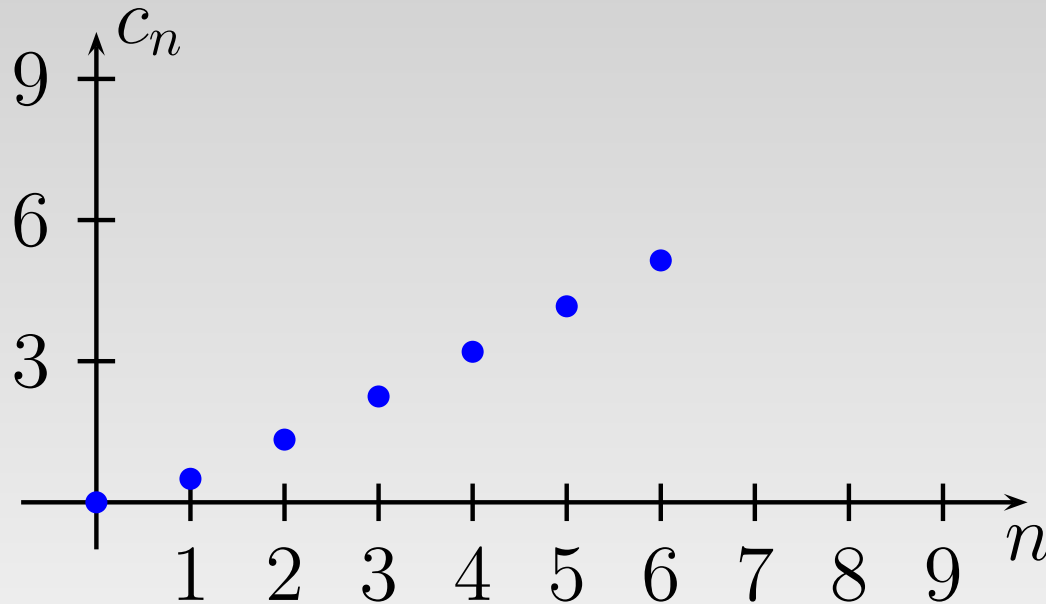
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



<i>n</i>	<i>c_n</i>
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

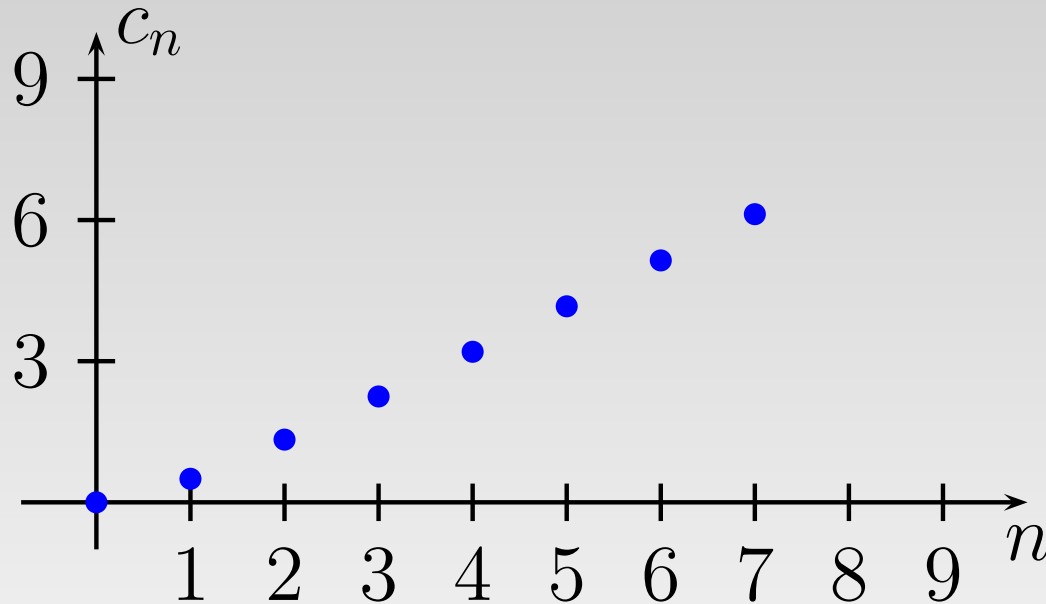
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



<i>n</i>	<i>c_n</i>
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

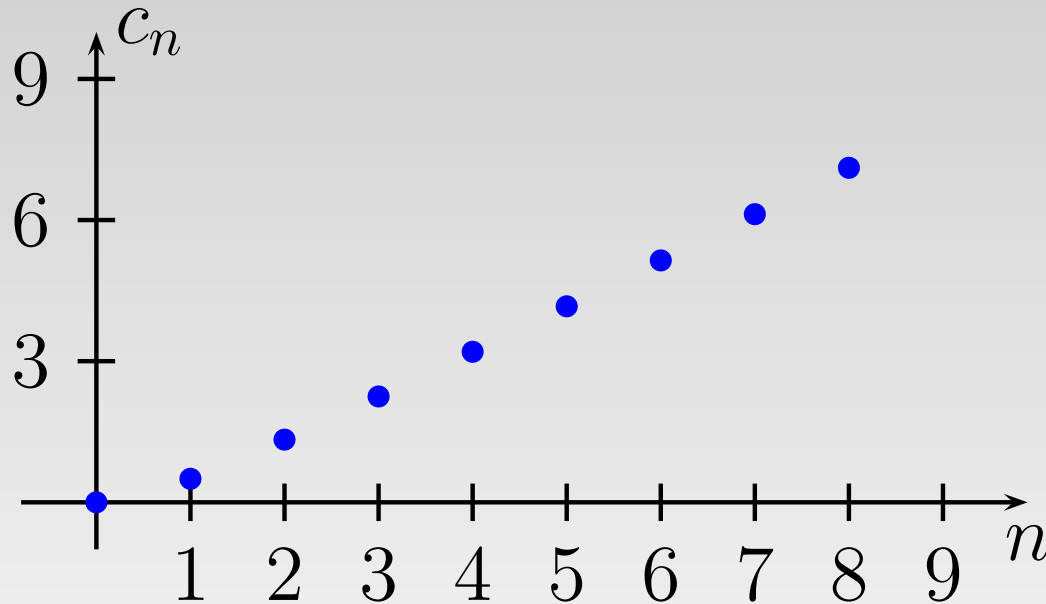
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



<i>n</i>	<i>c_n</i>
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8
8	64/9

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

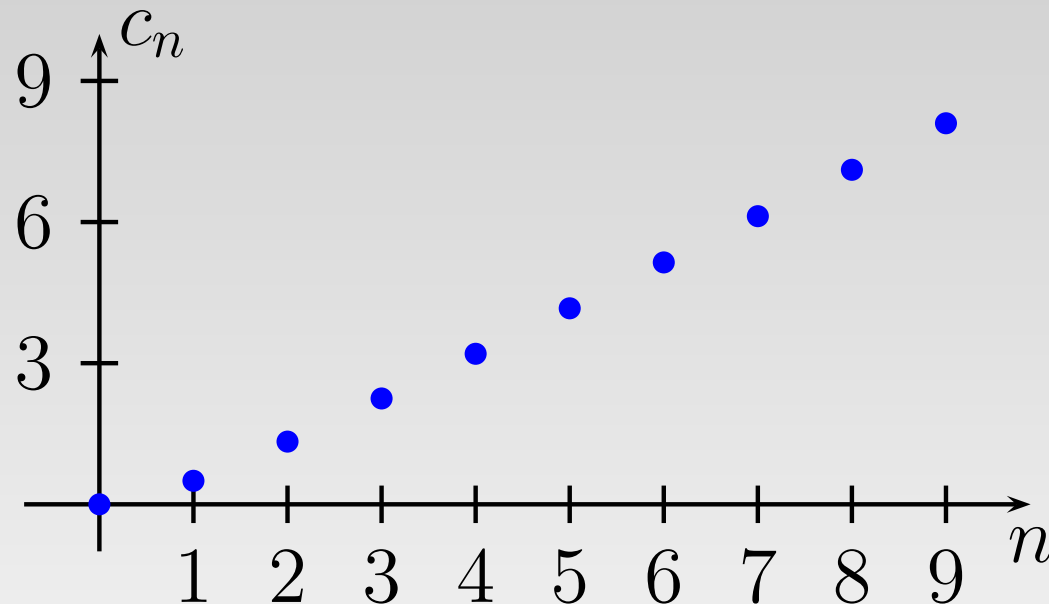
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8
8	64/9
9	81/10

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

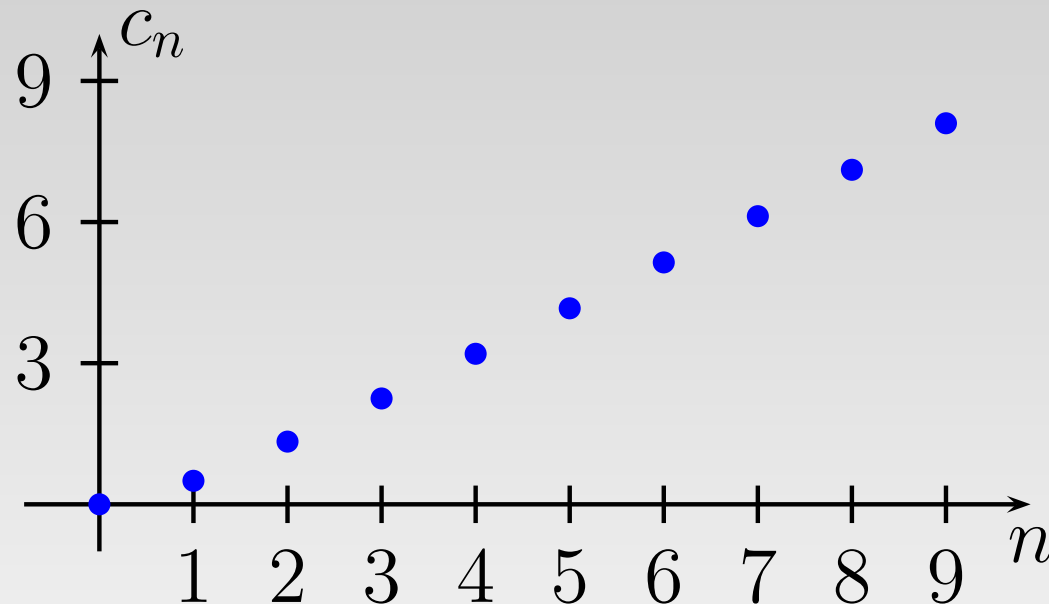
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



Si osserva che, al crescere di n , i valori c_n crescono, ma non esiste un maggiorante

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

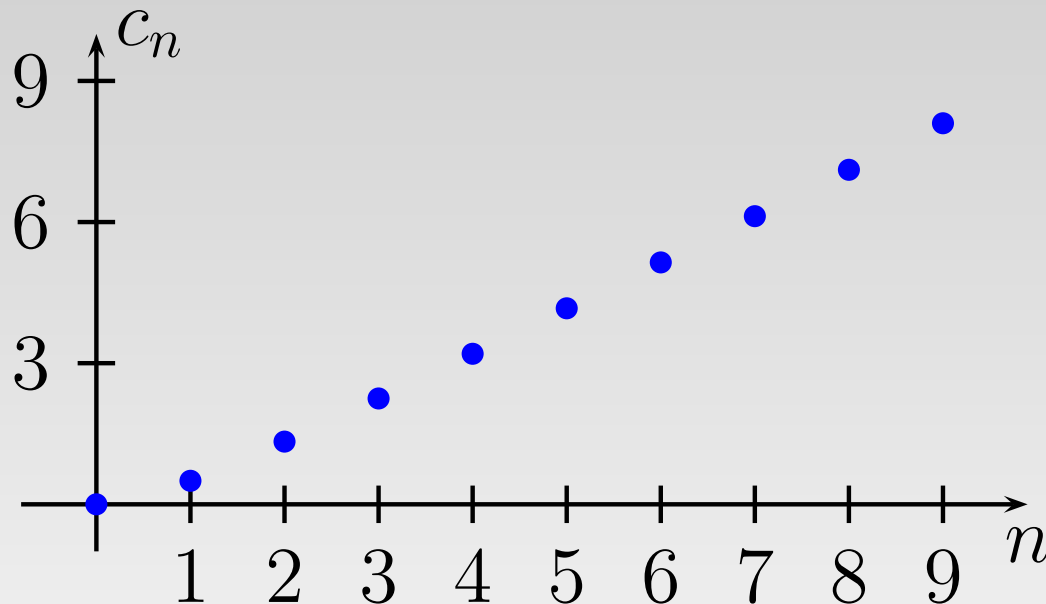
Limiti e continuità



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8
8	64/9
9	81/10

Si osserva che, al crescere di n , i valori c_n crescono, ma non esiste un maggiorante

Il concetto di **limite** (infinito) formalizzerà questa osservazione

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Sia $f :]a, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ (oppure $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$)

Diremo che f ha limite $+\infty$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

se per ogni $M \in \mathbb{R}$ esiste $x_M \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) > M$ per ogni $x \in]a, +\infty[$ con $x > x_M$

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Sia $f :]a, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ (oppure $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$)

Diremo che f ha limite $-\infty$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

se per ogni $M \in \mathbb{R}$ esiste $x_M \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) < M$ per ogni $x \in]a, +\infty[$ con $x > x_M$

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Sia $f :]a, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ (oppure $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$)

Diremo che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$$

se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $x_\varepsilon \in \mathbb{R}$ tale che $\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$ per ogni $x \in]a, +\infty[$ tale che $x > x_\varepsilon$

Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

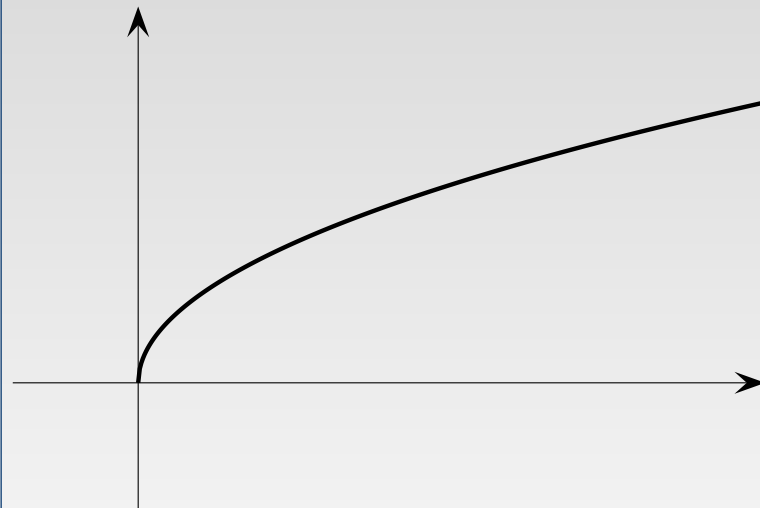
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

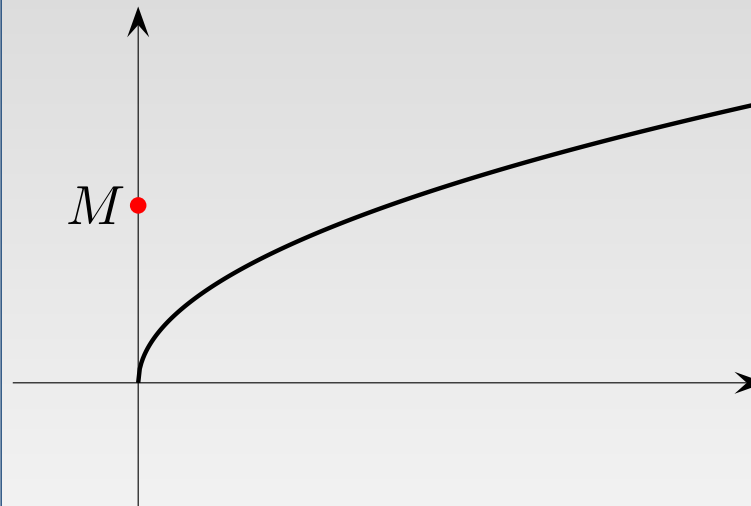
Limiti e continuità

Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

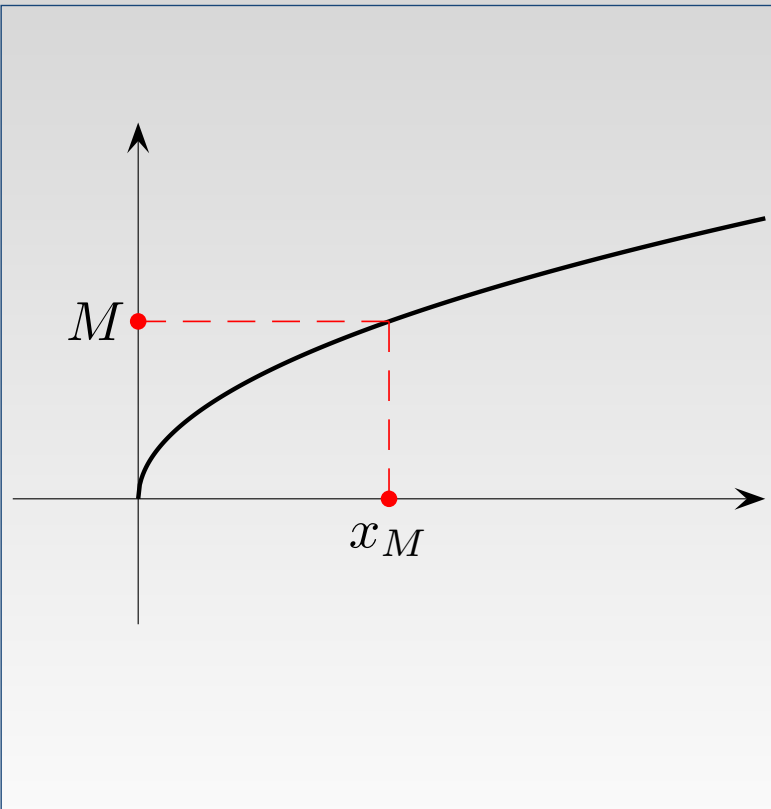
Limiti e continuità

Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

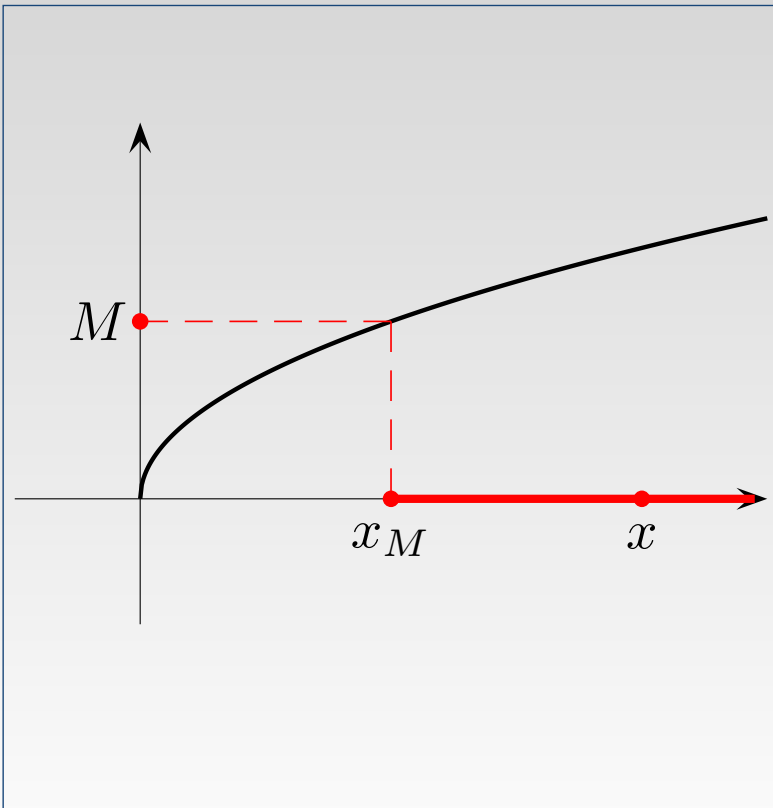


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

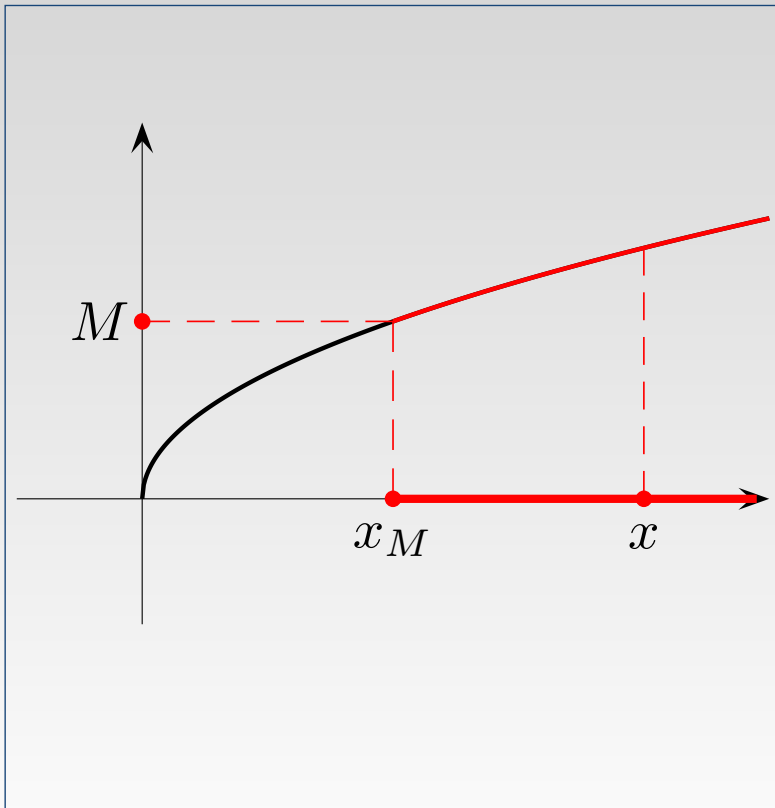


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$
hanno valori corrispon-
denti $f(x) > M$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

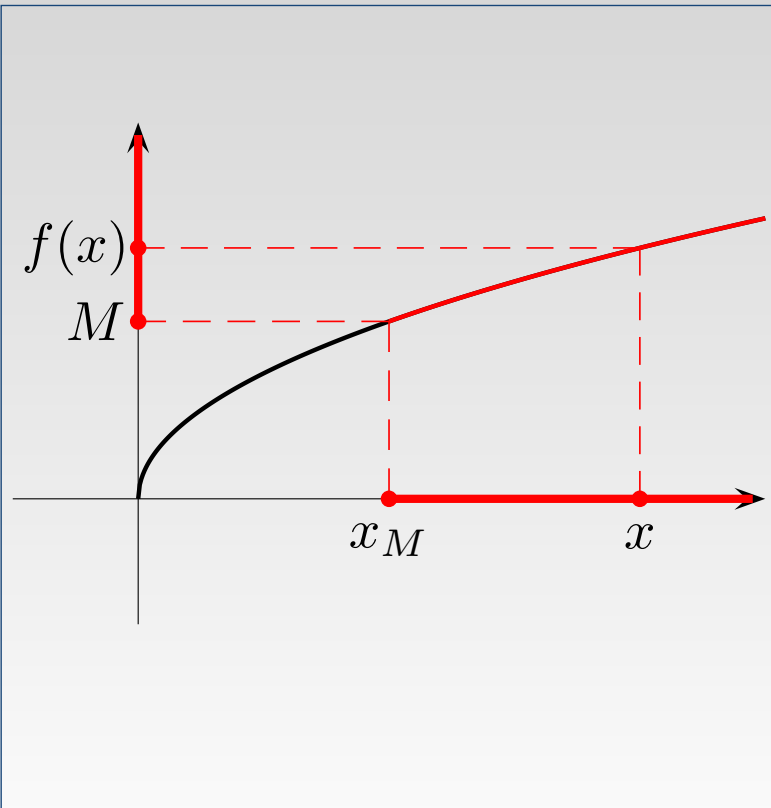


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$
hanno valori corrispon-
denti $f(x) > M$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

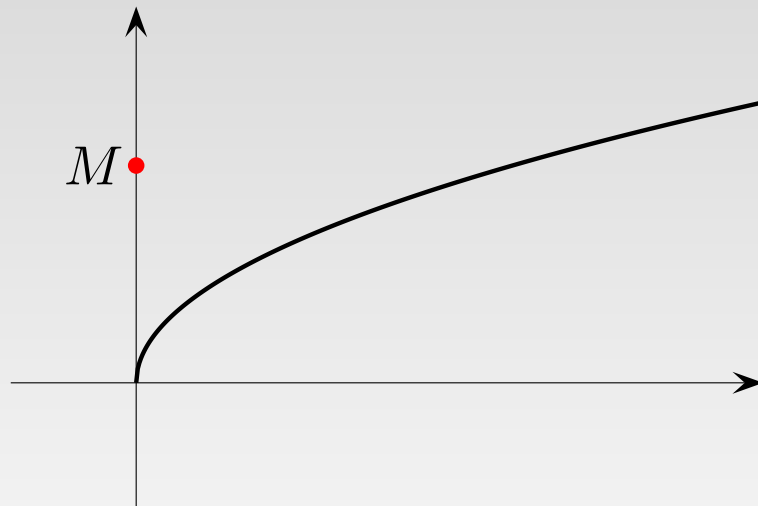


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M



[Limiti di funzioni reali](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Limite \$-\infty\$ per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Illustrazione della definizione 1](#)

[Illustrazione della definizione 2](#)

[Illustrazione della definizione 3](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

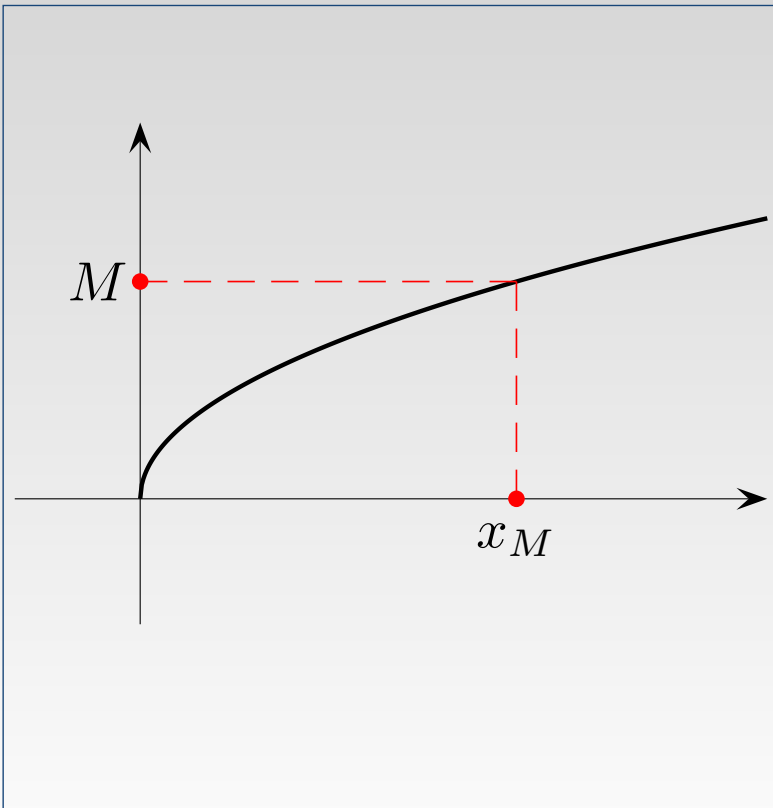


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

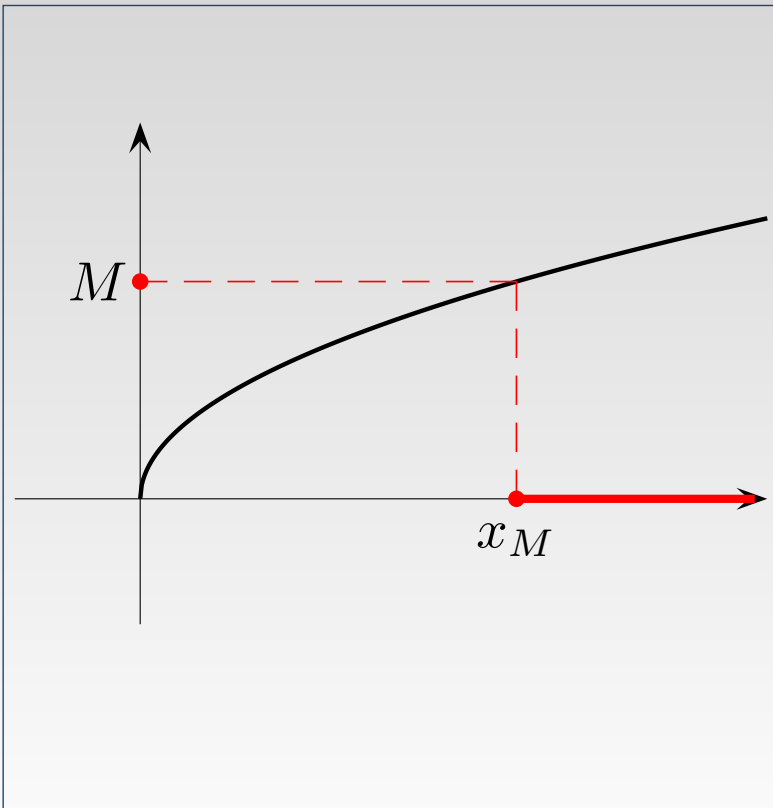


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

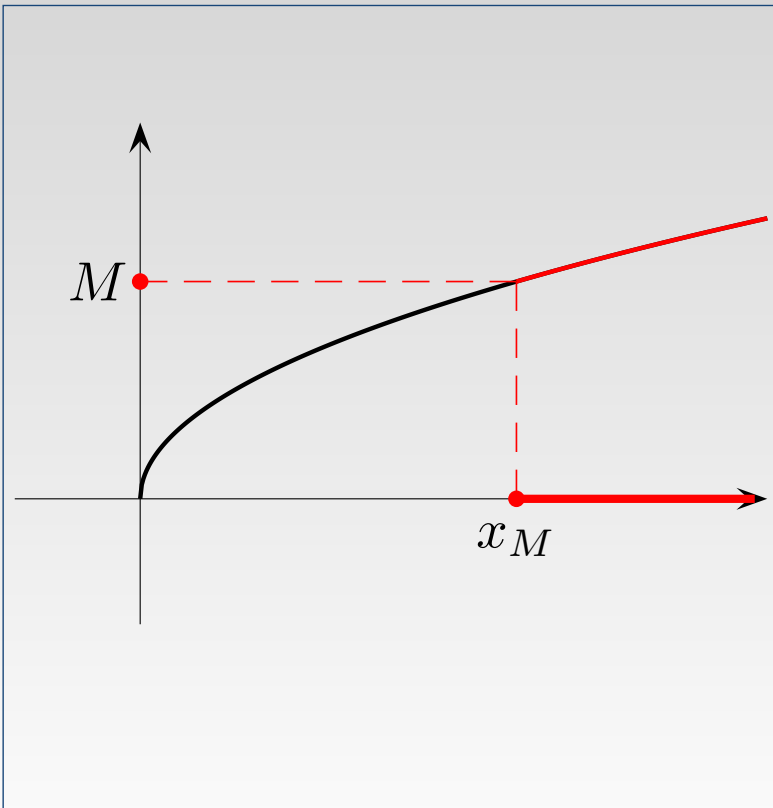


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

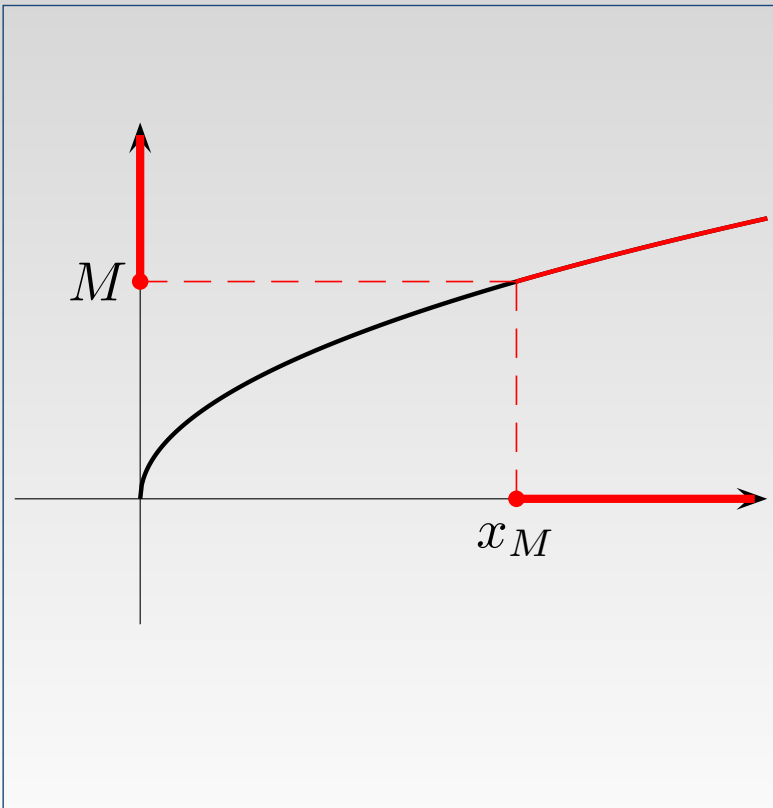


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

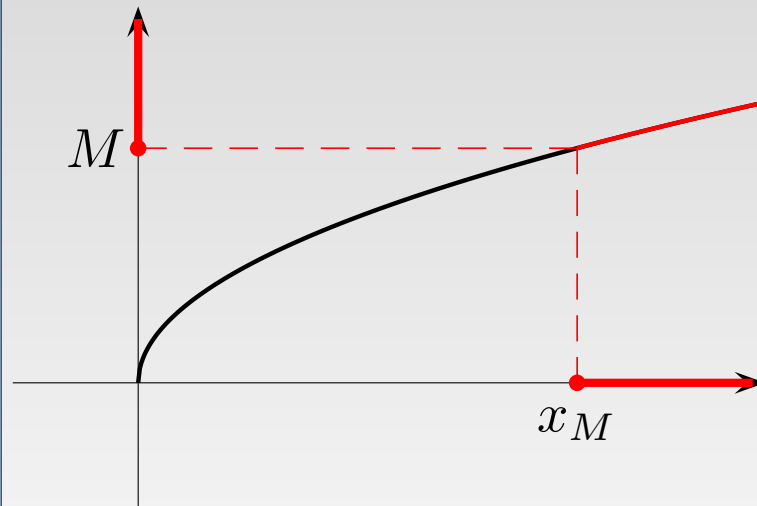


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

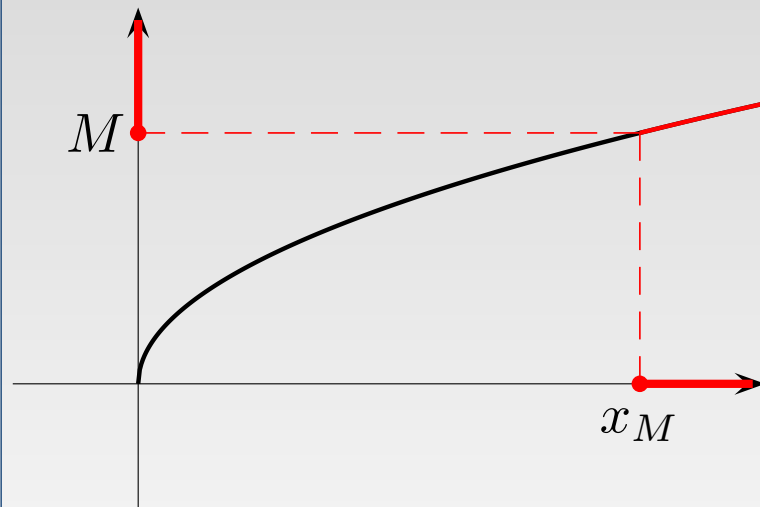


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

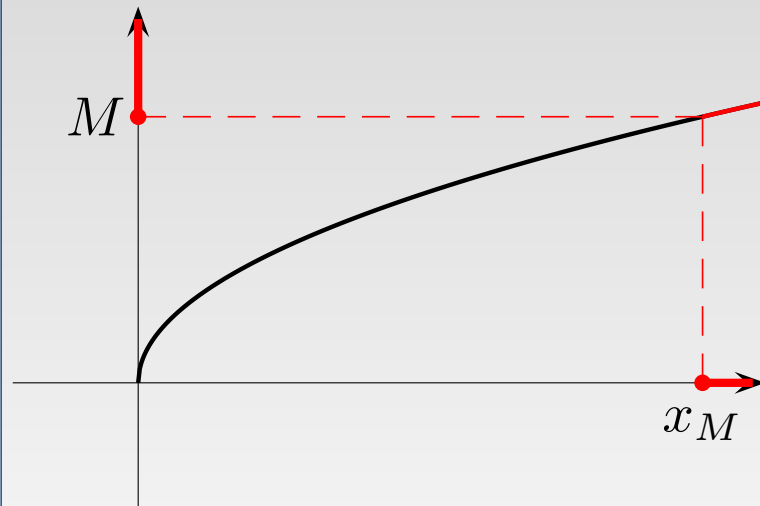


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

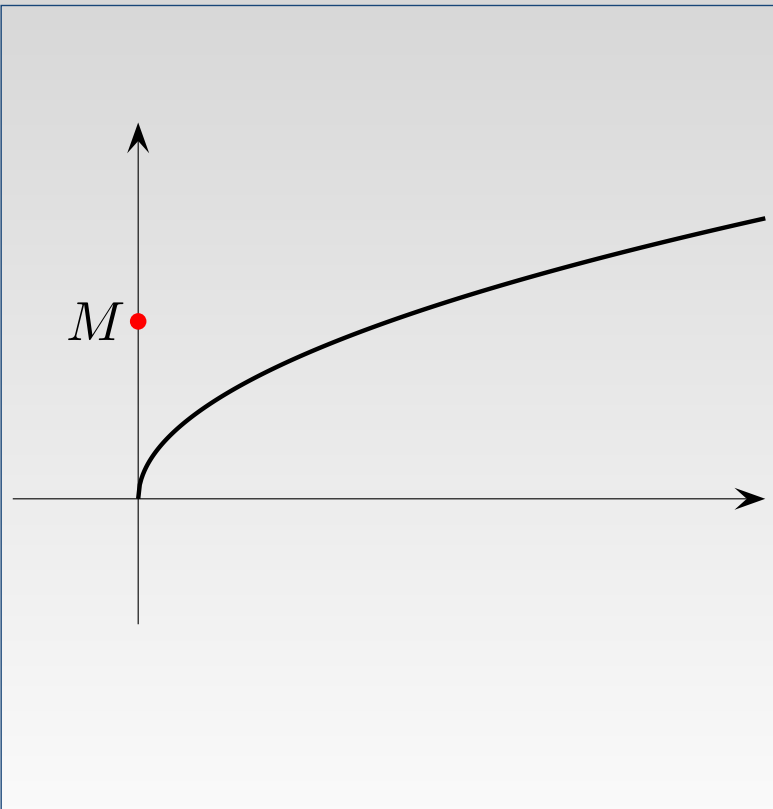


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M

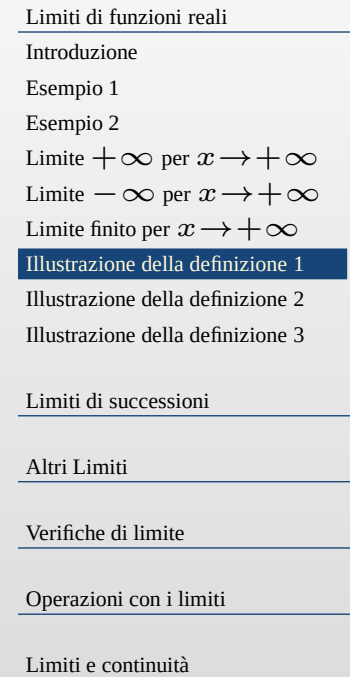
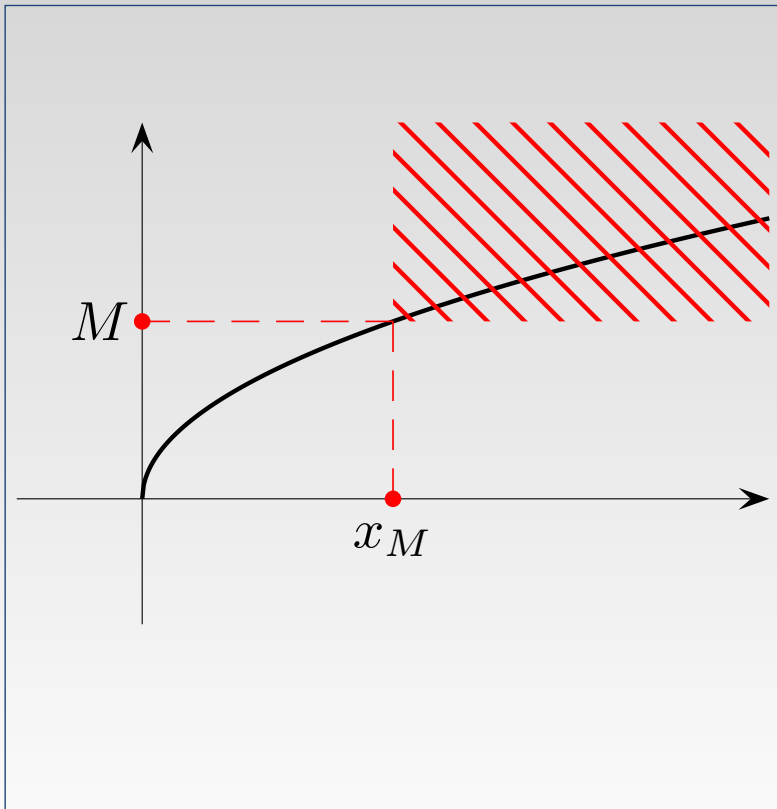


Illustrazione della definizione 1

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

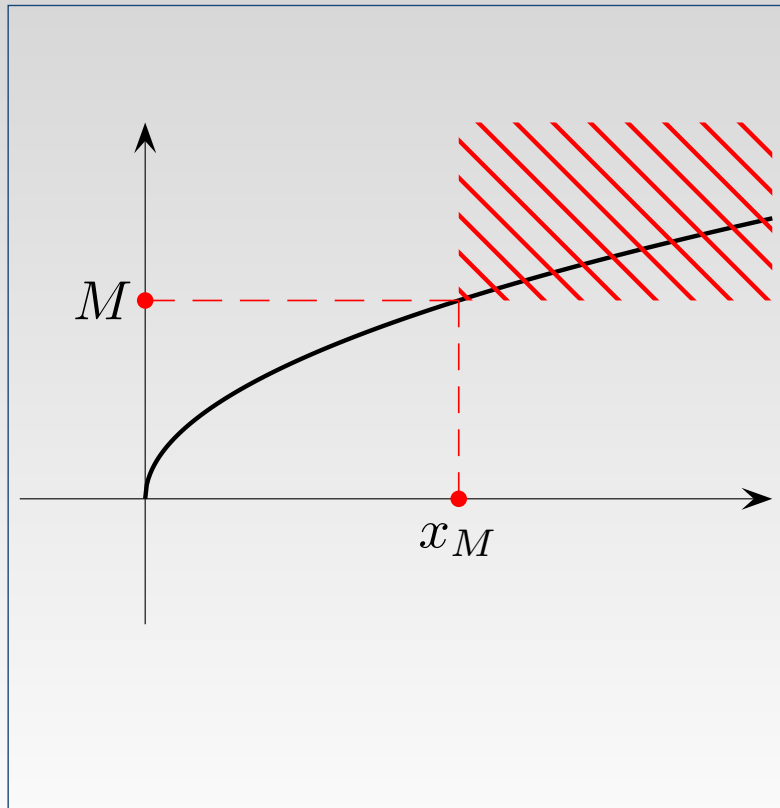
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

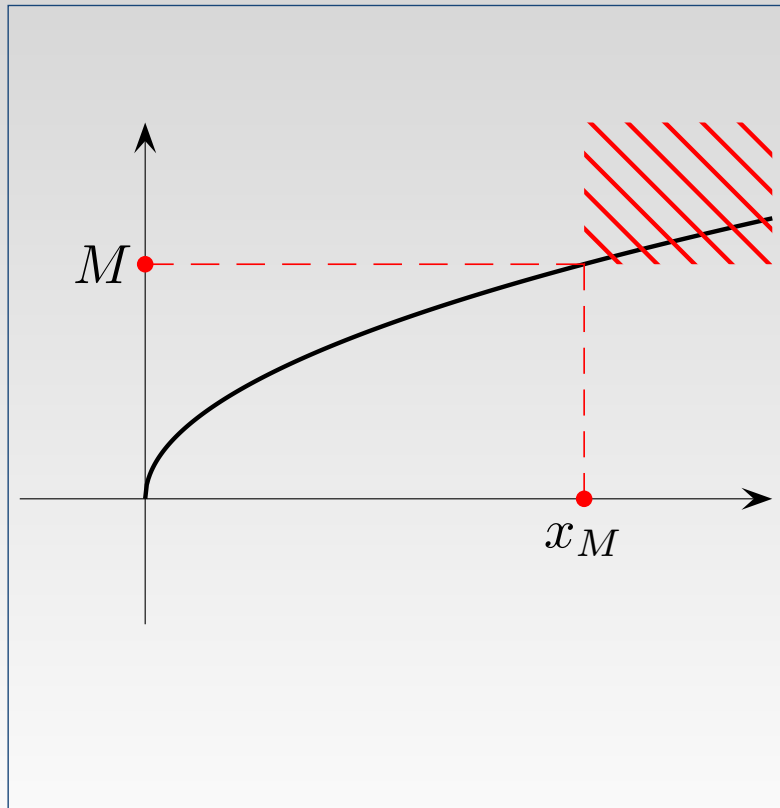
Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata

[illegible]

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata

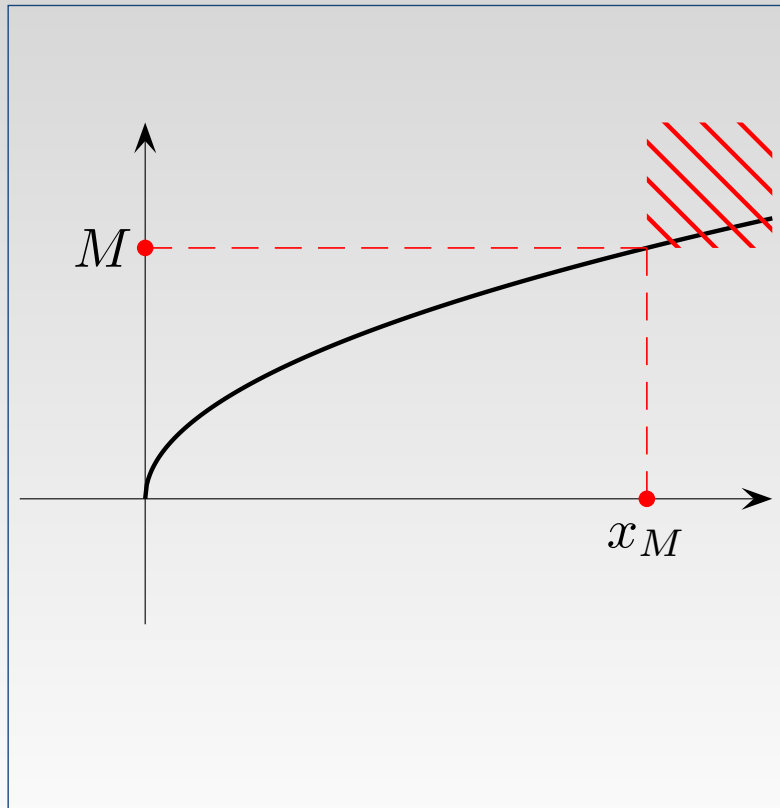
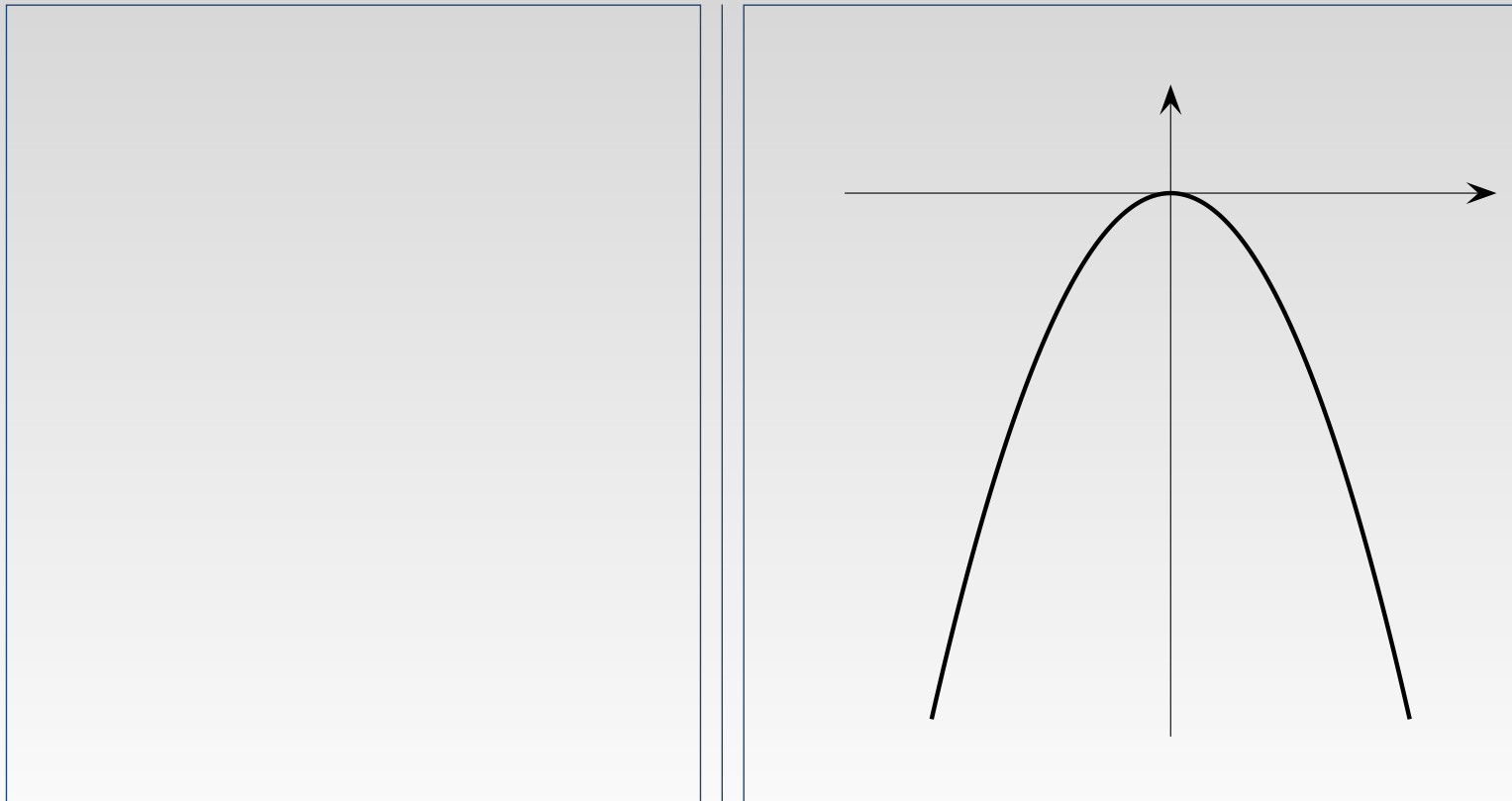


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$



[Limiti di funzioni reali](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Limite \$-\infty\$ per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Illustrazione della definizione 1](#)

[Illustrazione della definizione 2](#)

[Illustrazione della definizione 3](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

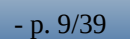
[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

Dato un valore M



Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio

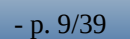
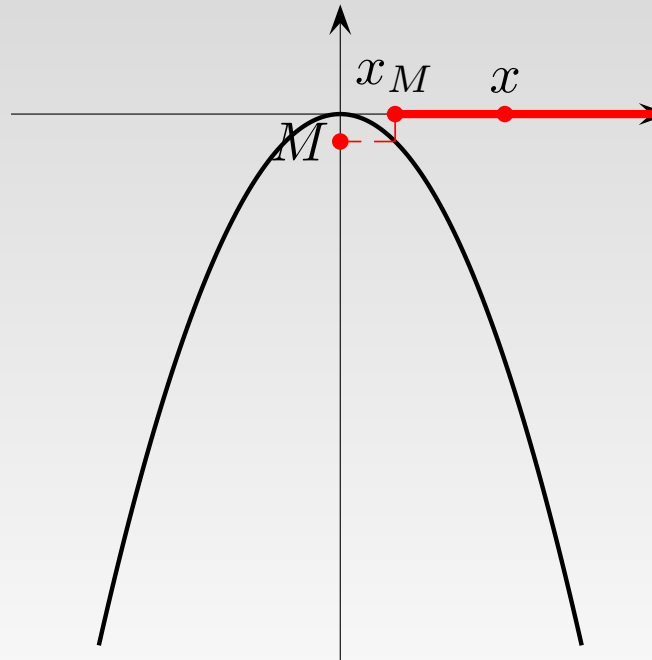


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

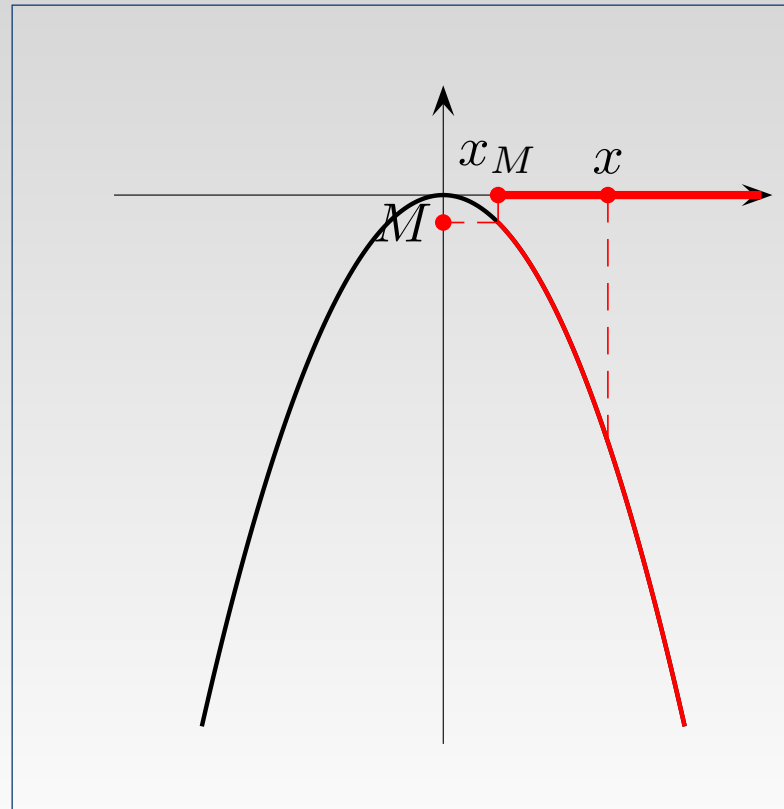


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$
hanno valori corrispon-
denti $f(x) < M$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

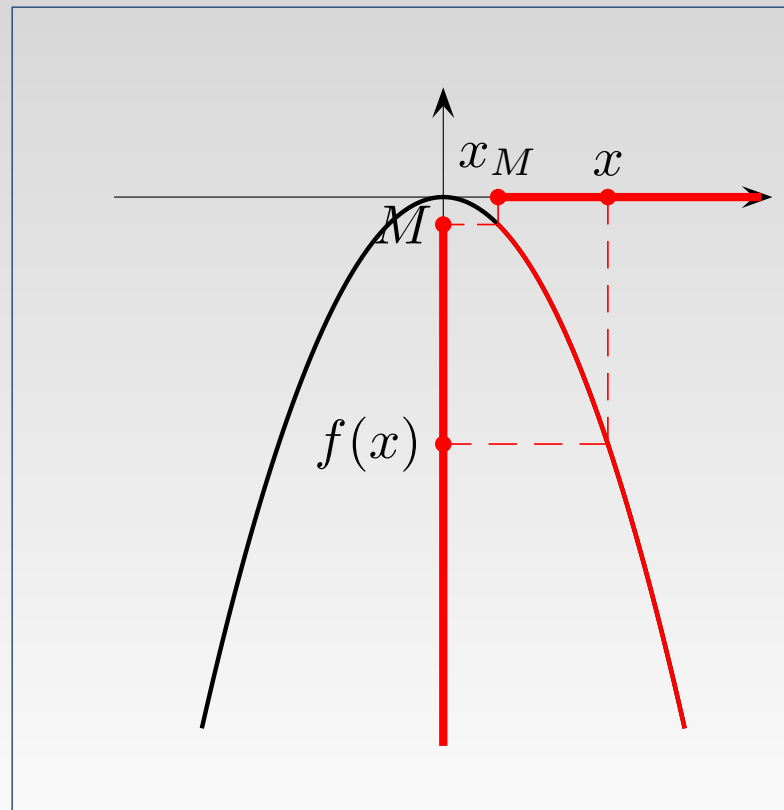


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$
hanno valori corrispon-
denti $f(x) < M$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

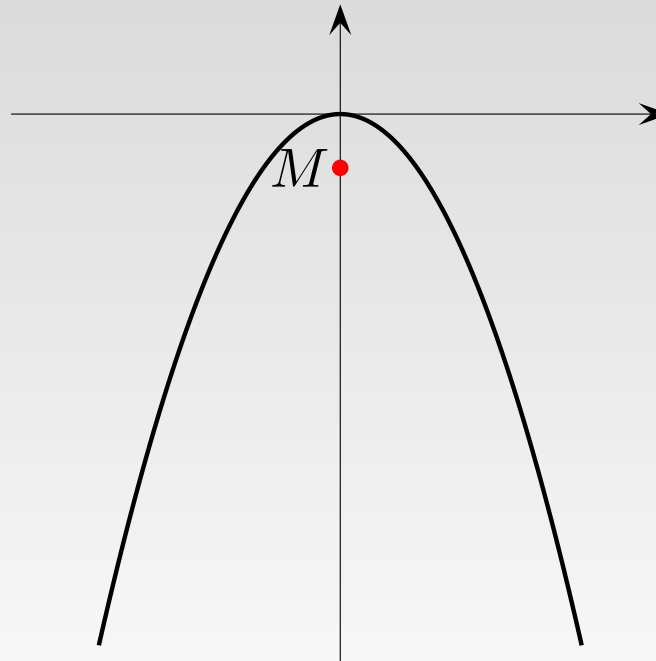


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M



[Limiti di funzioni reali](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Limite \$-\infty\$ per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Illustrazione della definizione 1](#)

[Illustrazione della definizione 2](#)

[Illustrazione della definizione 3](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

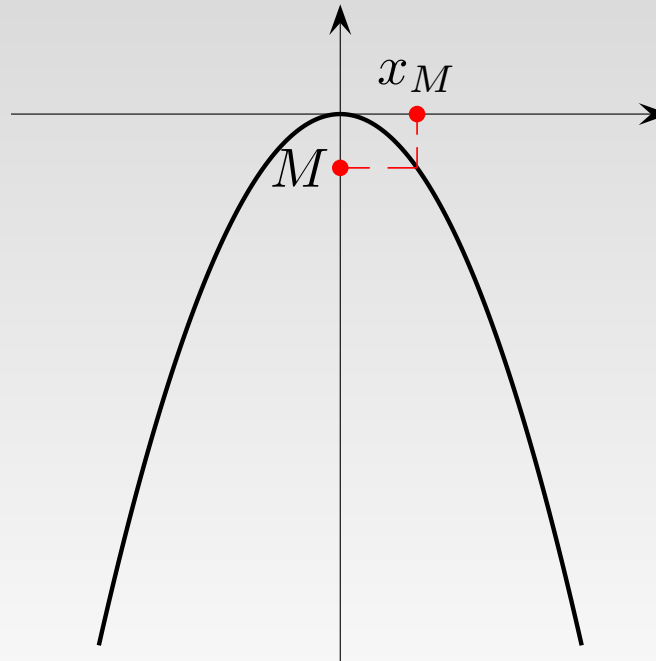


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

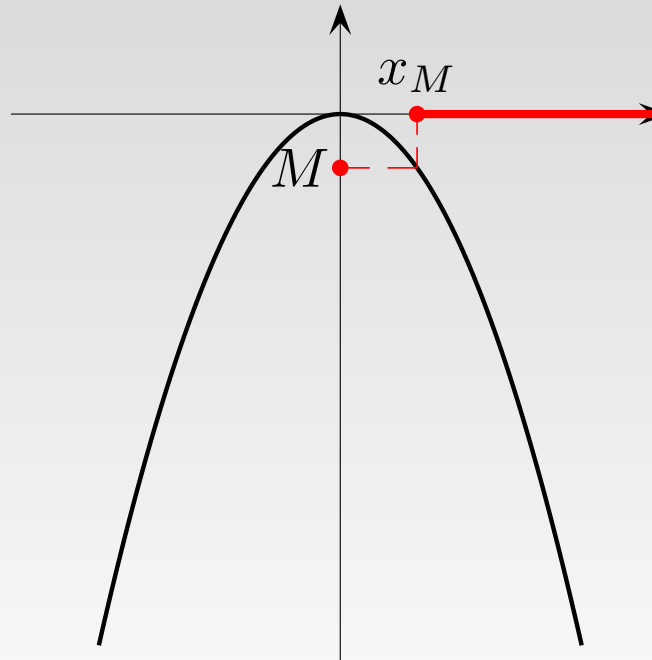


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

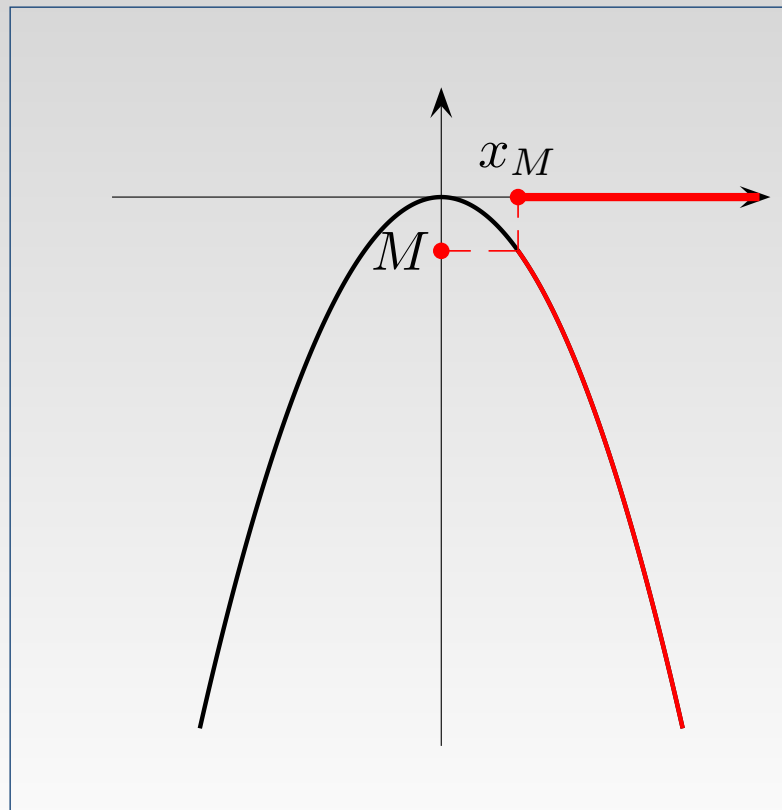


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

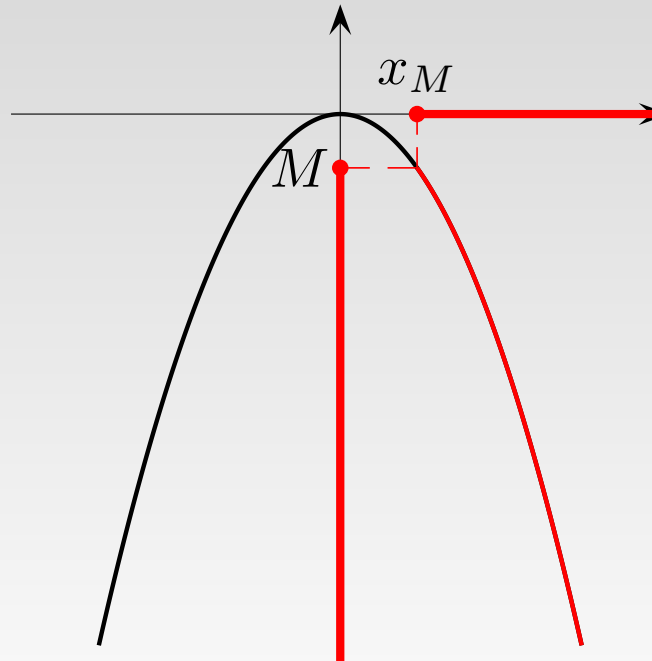


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

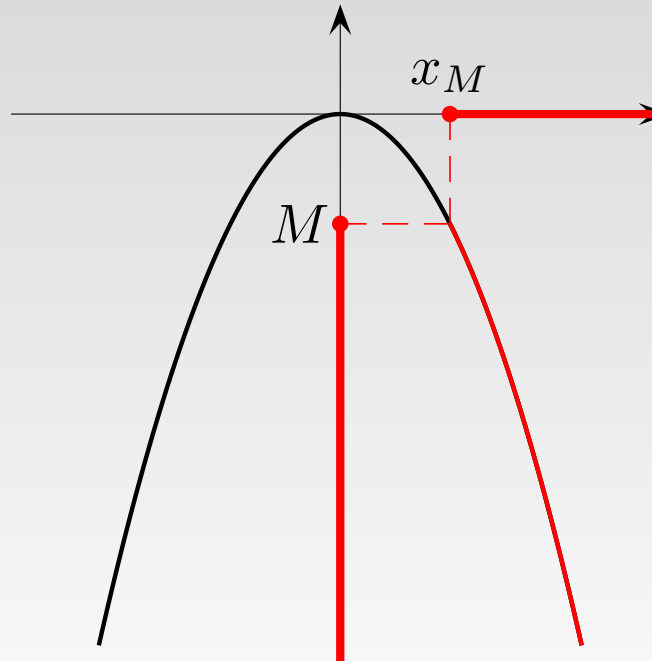


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

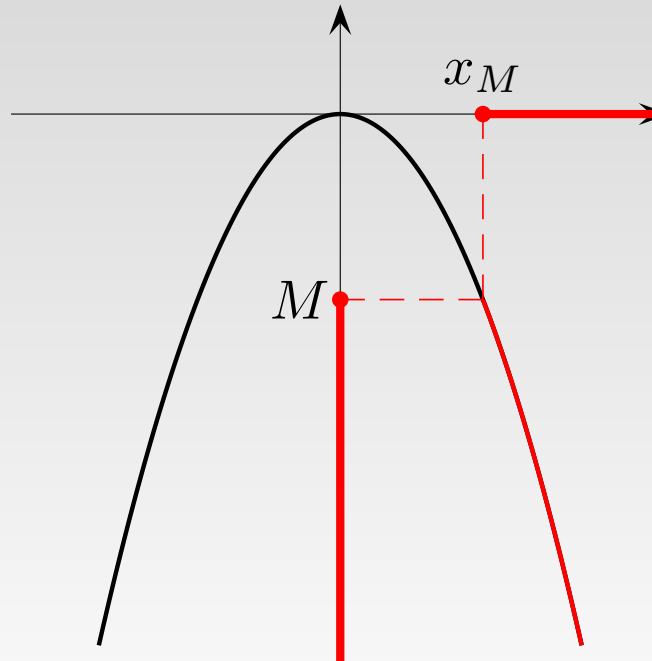


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

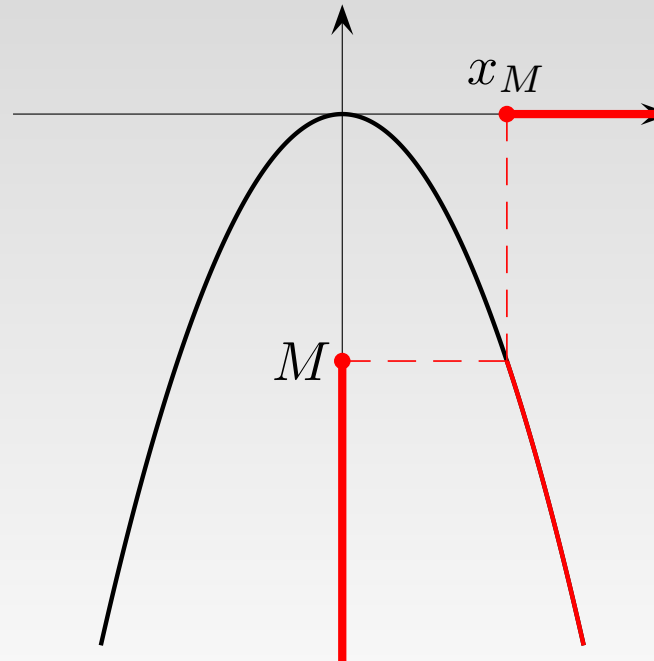


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

Equivalentemente è come richiedere che, dato

M

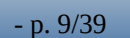
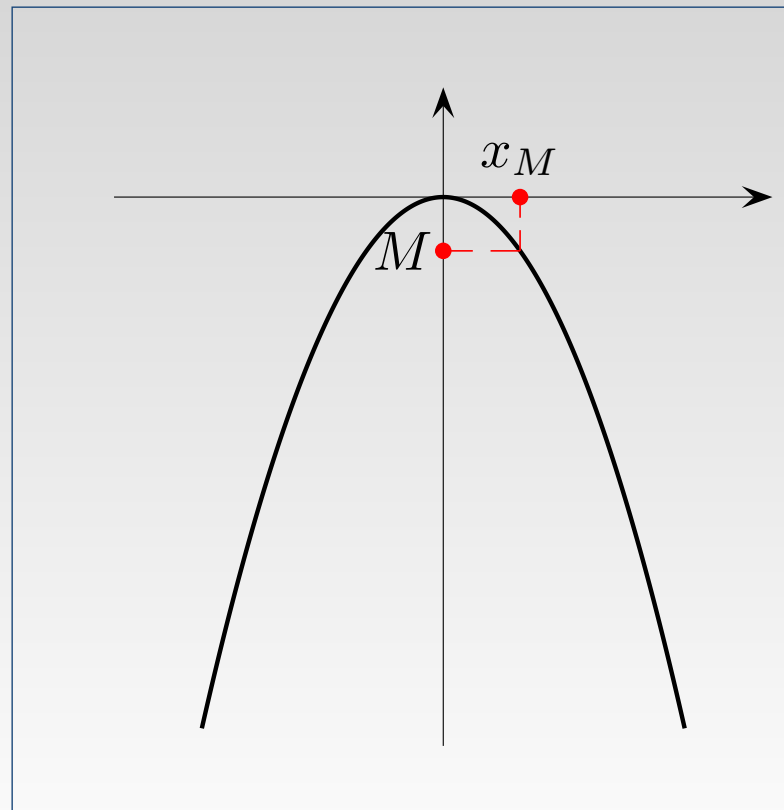


Illustrazione della definizione 2

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

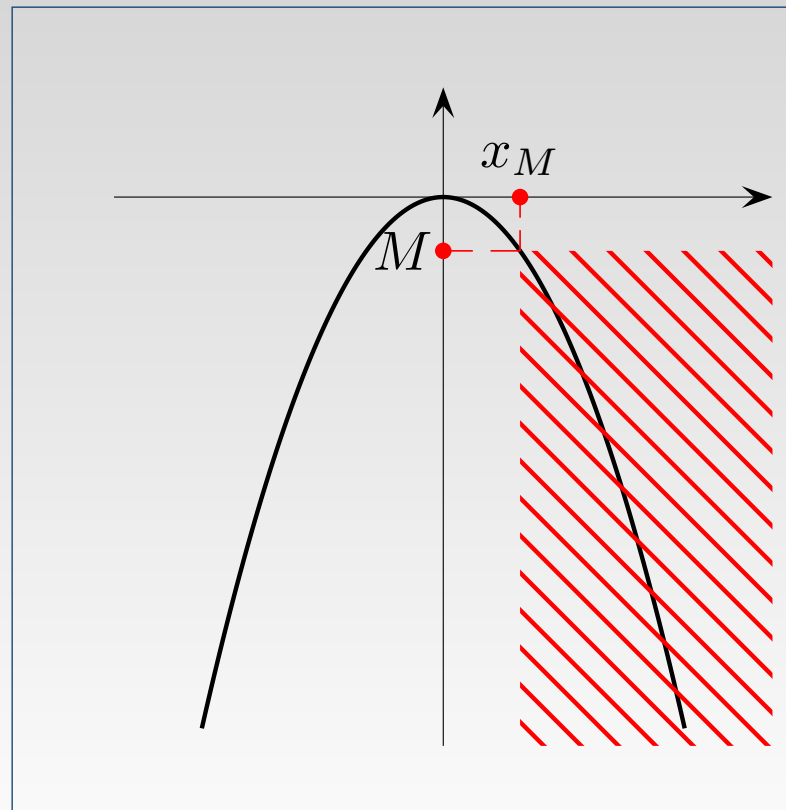
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

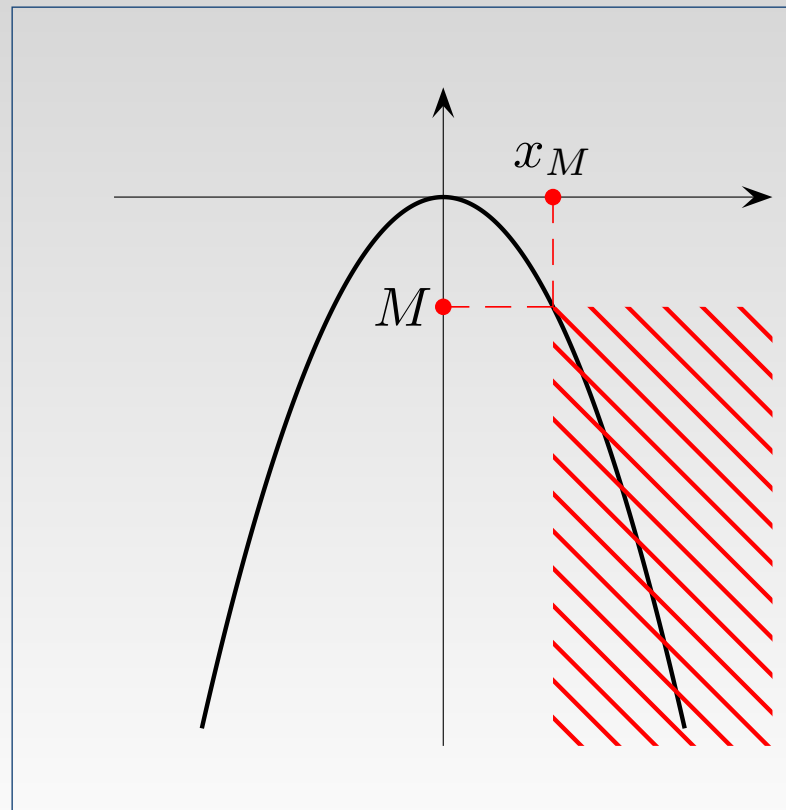
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

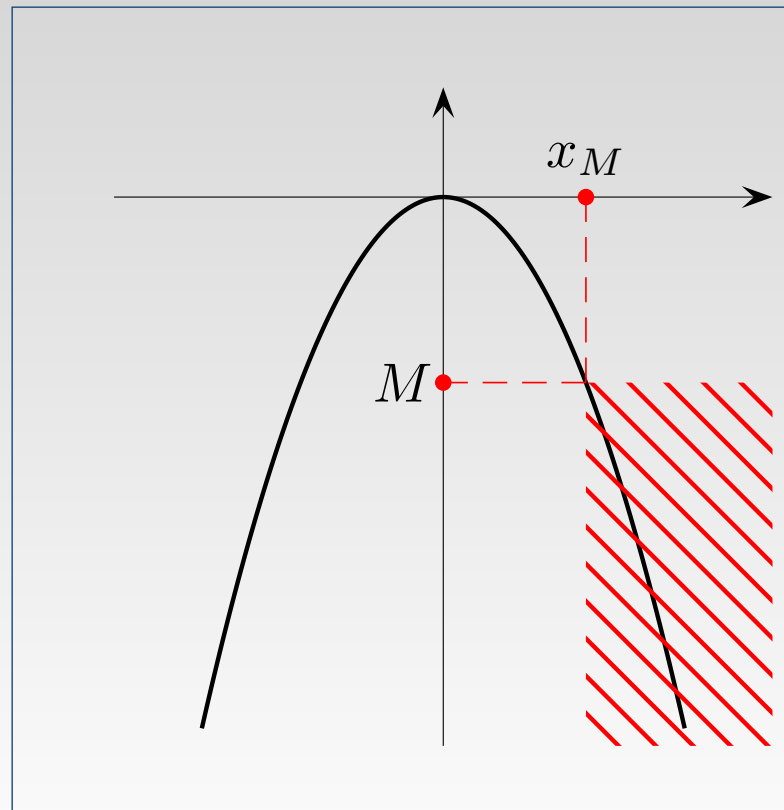
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

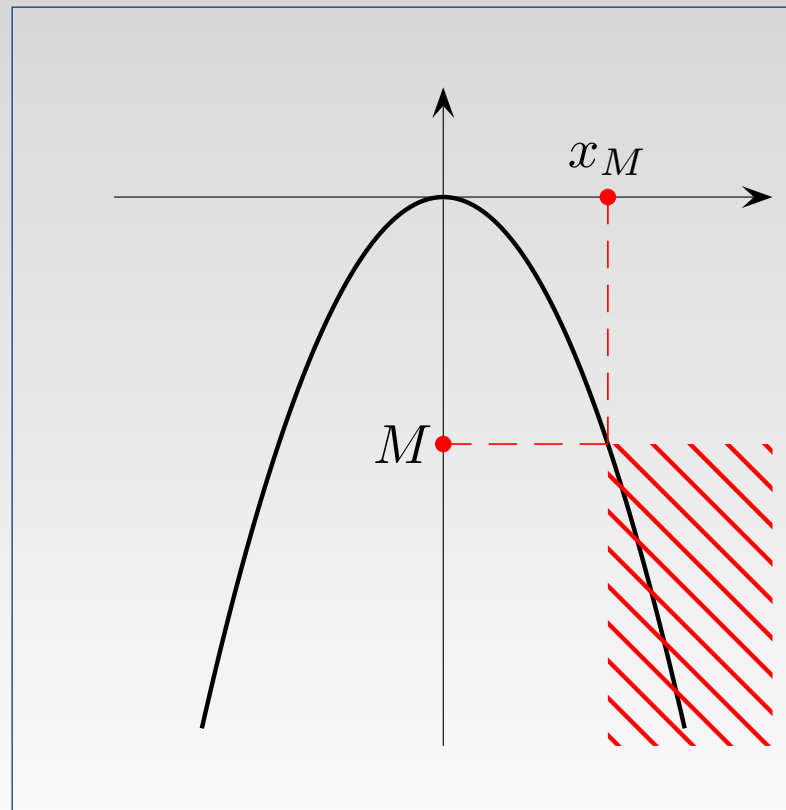
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo la seconda definizione col seguente esempio

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

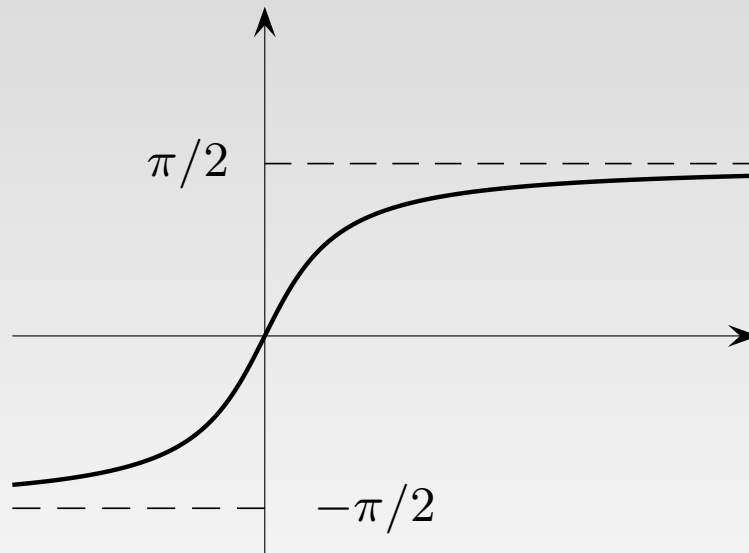
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$



[Limiti di funzioni reali](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Limite \$-\infty\$ per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Illustrazione della definizione 1](#)

[Illustrazione della definizione 2](#)

[Illustrazione della definizione 3](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

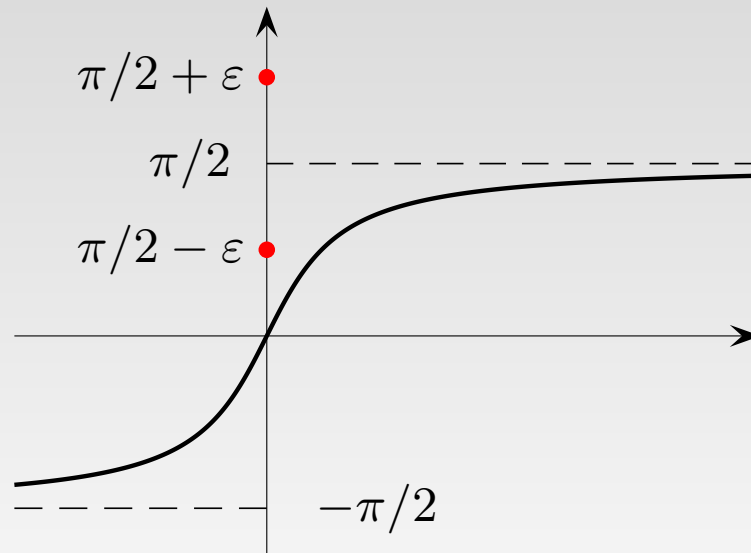


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

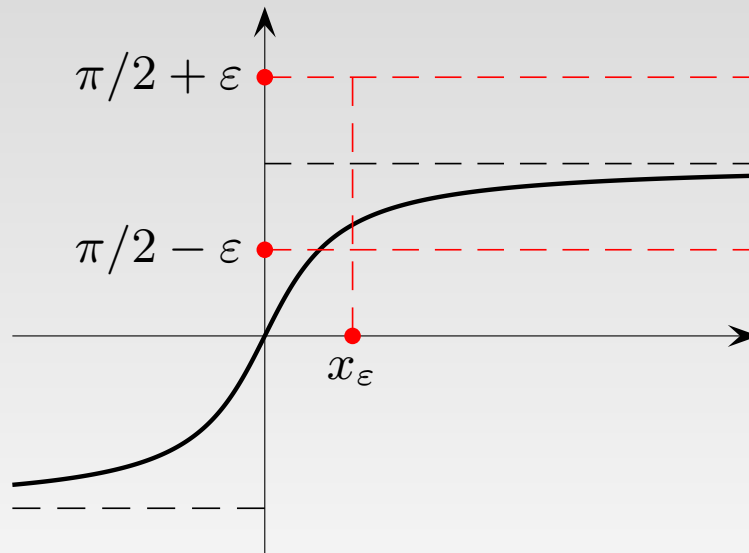
Limiti e continuità

Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste x_ε nel dominio



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

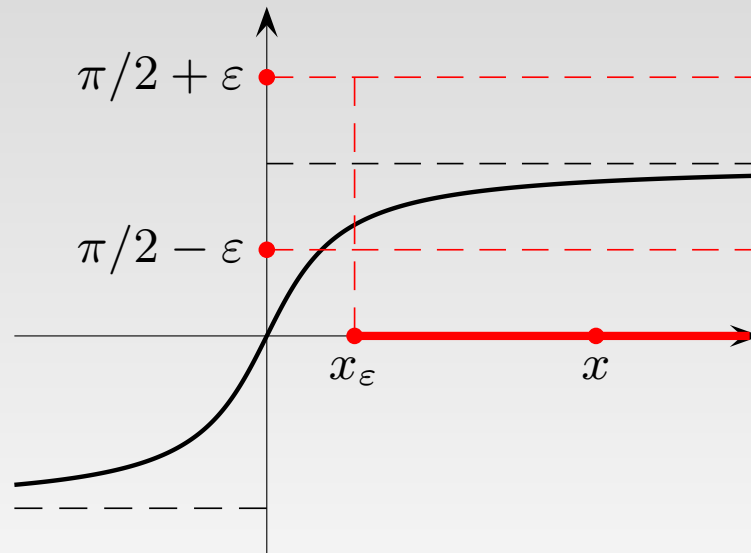


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste x_ε nel dominio
tale che a tutti gli $x > x_\varepsilon$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

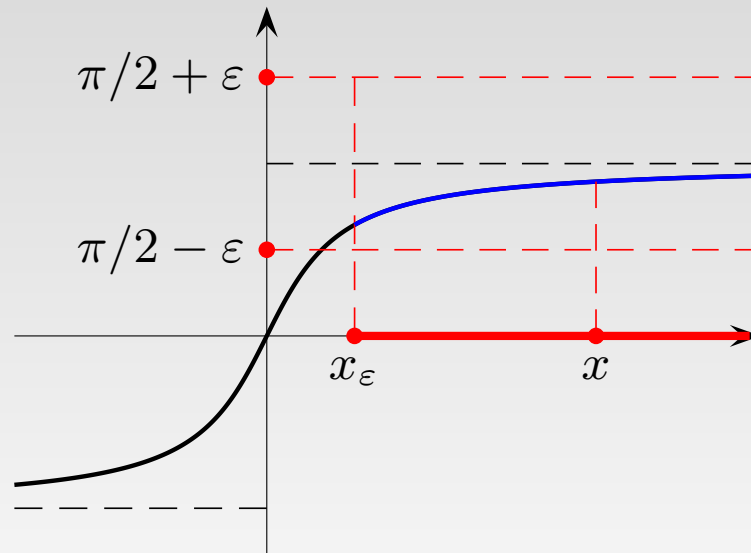


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste x_ε nel dominio
tale che a tutti gli $x > x_\varepsilon$
corrispondono valori
 $\frac{\pi}{2} - \varepsilon < f(x) < \frac{\pi}{2} + \varepsilon$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

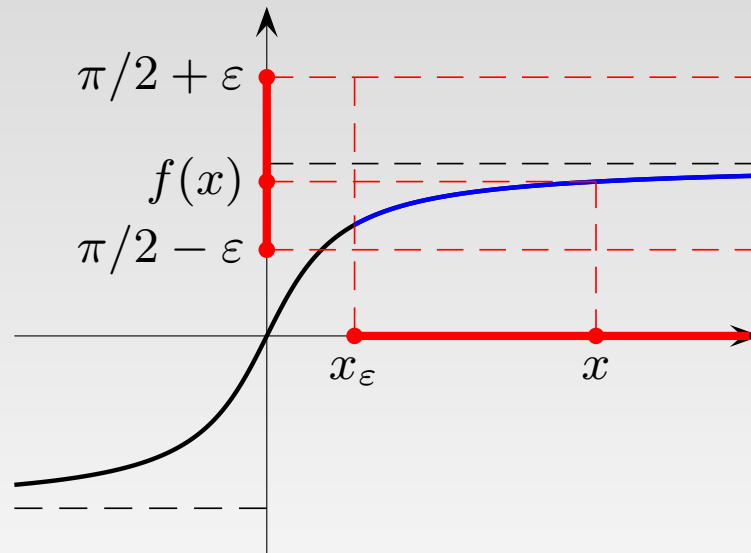


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste x_ε nel dominio
tale che a tutti gli $x > x_\varepsilon$
corrispondono valori
 $\frac{\pi}{2} - \varepsilon < f(x) < \frac{\pi}{2} + \varepsilon$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

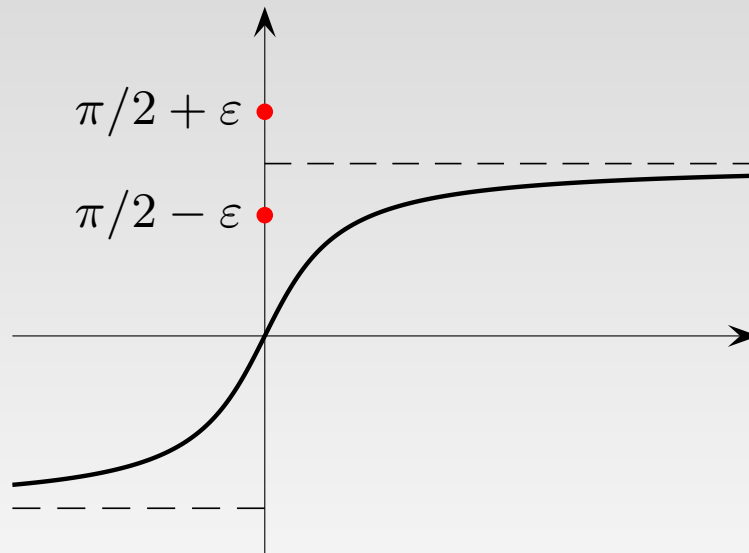


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$



[Limiti di funzioni reali](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Limite \$-\infty\$ per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow +\infty\$](#)

[Illustrazione della definizione 1](#)

[Illustrazione della definizione 2](#)

[Illustrazione della definizione 3](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

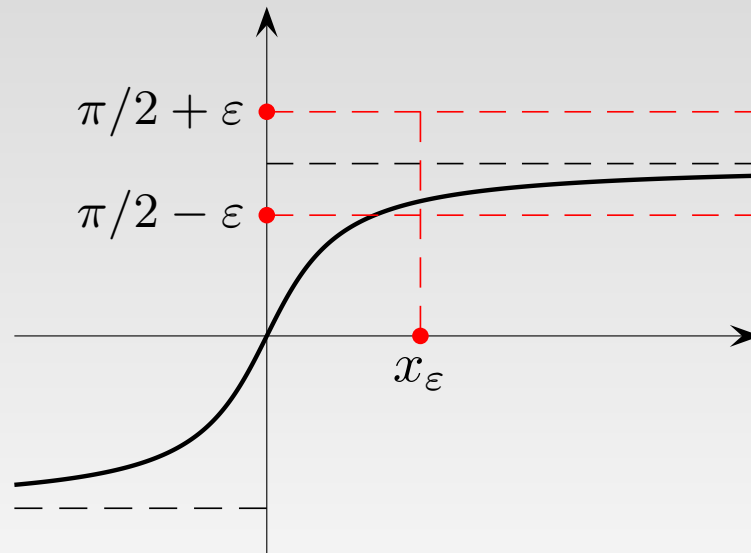


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corri-
spondente x_ε



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

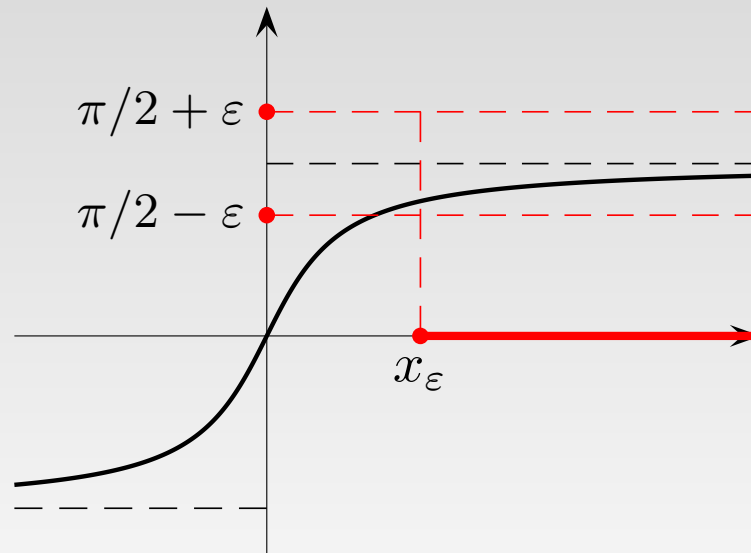


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corri-
spondente x_ε
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

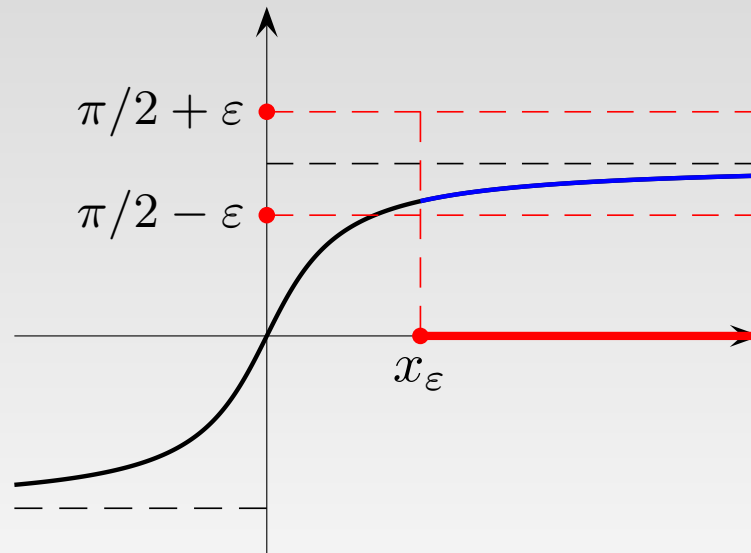


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corri-
spondente x_ε
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

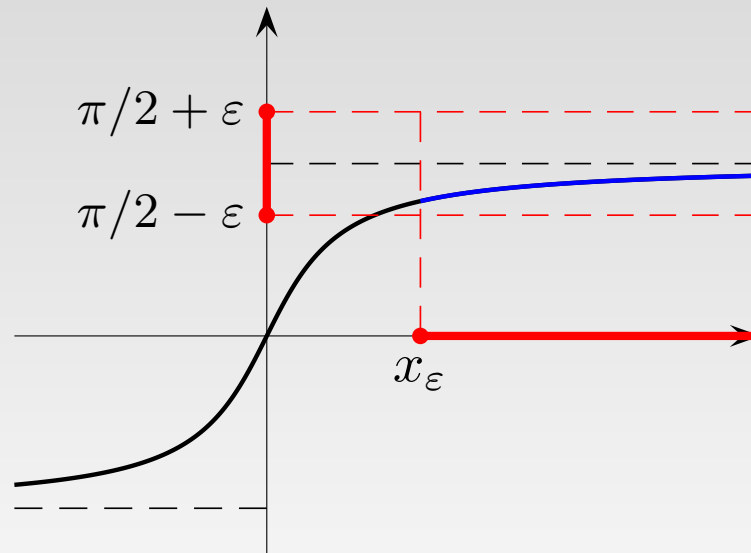


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corri-
spondente x_ε
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

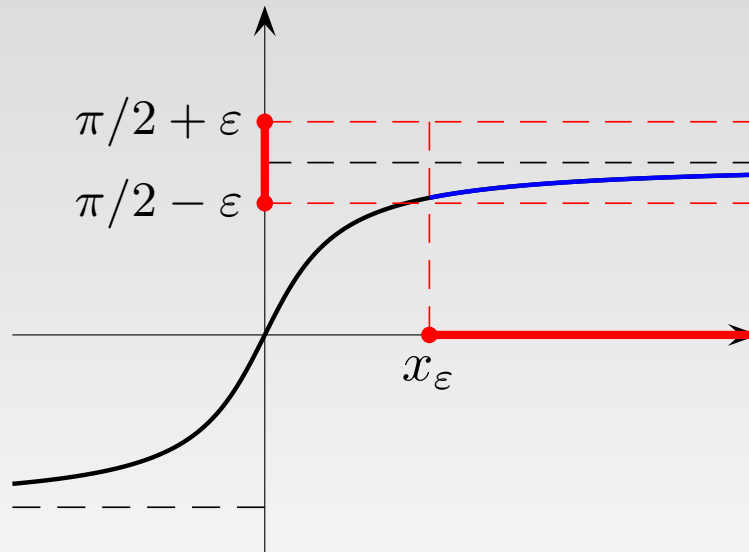


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

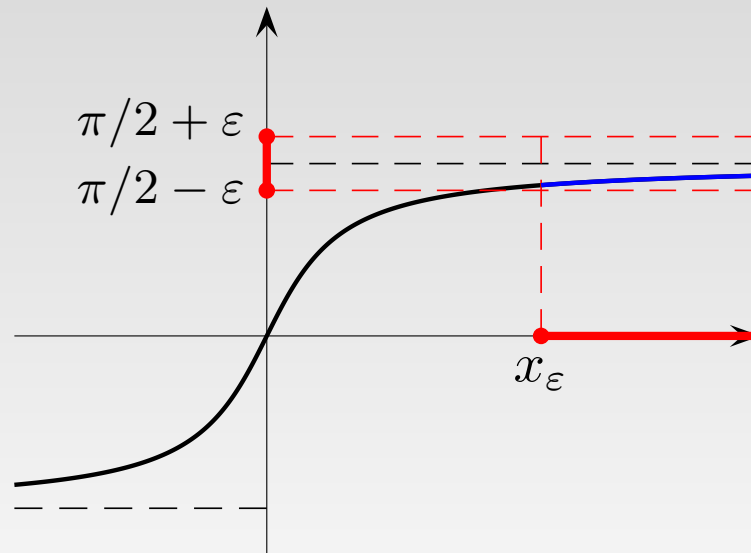


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

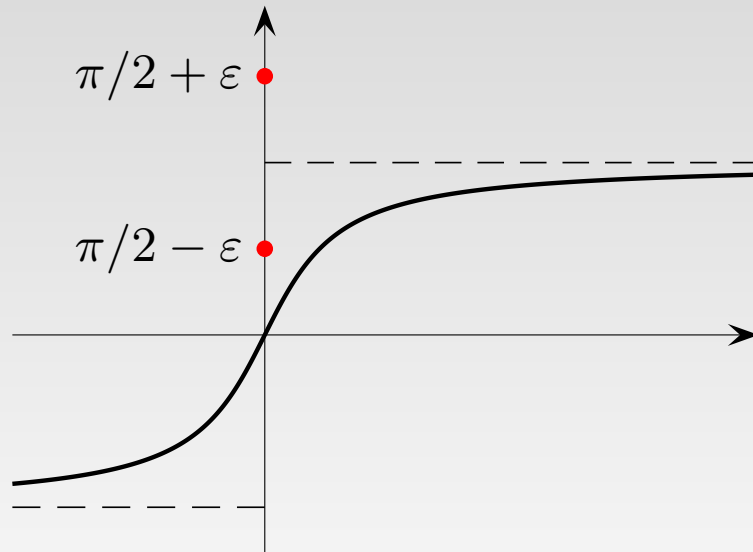


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

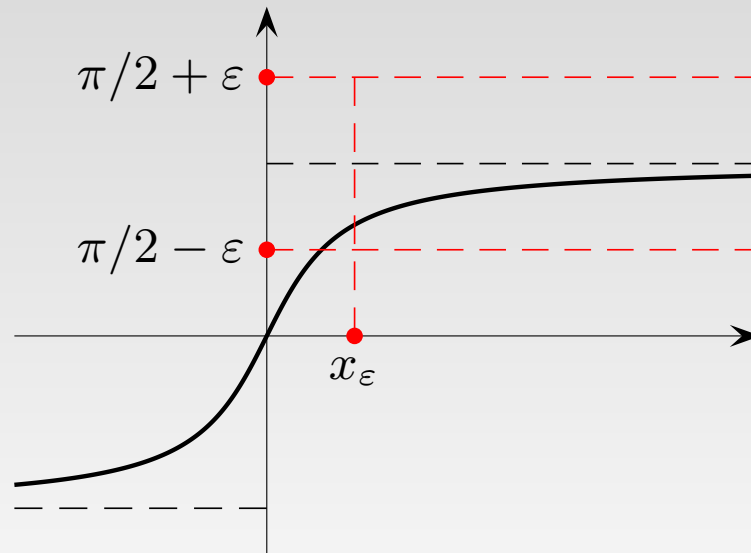


Illustrazione della definizione 3

Illustriamo la terza definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un x_ε



Limiti di funzioni reali

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione 1

Illustrazione della definizione 2

Illustrazione della definizione 3

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Limiti di successioni

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Limiti finiti

Limiti infiniti

Successioni monotone

Limite di successioni monotone

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Data una successione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, si possono riadattare le definizioni di limite:

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Limiti finiti](#)

[Limiti infiniti](#)

[Successioni monotone](#)

[Limite di successioni monotone](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Data una successione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, si possono riadattare le definizioni di limite: posto
 $f(n) = a_n$

Diremo che (a_n) converge a $\ell \in \mathbb{R}$ e scriveremo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \ell$$

se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $n_\varepsilon \in \mathbb{N}$ tale che
 $\ell - \varepsilon < a_n < \ell + \varepsilon$ per ogni $n > n_\varepsilon$

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Limiti finiti](#)

[Limiti infiniti](#)

[Successioni monotone](#)

[Limite di successioni monotone](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Diremo che (a_n) diverge a $+\infty$ (rispettivamente $-\infty$) e scriveremo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty \text{ (rispettivamente } -\infty)$$

se per ogni $M \in \mathbb{R}$ esiste $n_M \in \mathbb{N}$ tale che $a_n > M$ (rispettivamente $a_n < M$) per ogni $n > n_M$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Limiti finiti

Limiti infiniti

Successioni monotone

Limite di successioni monotone

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Successioni monotone

La definizione di funzione monotone si traduce per le successioni nel seguente modo:

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Limiti finiti](#)

[Limiti infiniti](#)

[Successioni monotone](#)

[Limite di successioni monotone](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Successioni monotone

La definizione di funzione monotone si traduce per le successioni nel seguente modo:

- (a_n) è strettamente crescente se

$$a_n < a_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- (a_n) è crescente (o non decrescente) se

$$a_n \leq a_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- (a_n) è strettamente decrescente se

$$a_n > a_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- (a_n) è decrescente (o non crescente) se

$$a_n \geq a_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Limiti finiti

Limiti infiniti

Successioni monotone

Limite di successioni monotone

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Limite di successioni monotone

Si può dimostrare il seguente

Teorema. Ogni successione monotona ha limite, finito o infinito.

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Limiti finiti](#)

[Limiti infiniti](#)

[Successioni monotone](#)

[Limite di successioni monotone](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Limite di successioni monotone

Si può dimostrare il seguente

Teorema. Ogni successione monotona ha limite, finito o infinito. Più precisamente:

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Limiti finiti](#)

[Limiti infiniti](#)

[Successioni monotone](#)

[Limite di successioni monotone](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Limite di successioni monotone

Si può dimostrare il seguente

Teorema. Ogni successione monotona ha limite, finito o infinito. Più precisamente:

■ $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \sup a_n$ se (a_n) è crescente

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Limiti finiti](#)

[Limiti infiniti](#)

[Successioni monotone](#)

[Limite di successioni monotone](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Limite di successioni monotone

Si può dimostrare il seguente

Teorema. Ogni successione monotona ha limite, finito o infinito. Più precisamente:

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \sup a_n$ se (a_n) è crescente
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \inf a_n$ se (a_n) è decrescente

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Limiti finiti](#)

[Limiti infiniti](#)

[Successioni monotone](#)

[Limite di successioni monotone](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Altri Limiti

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

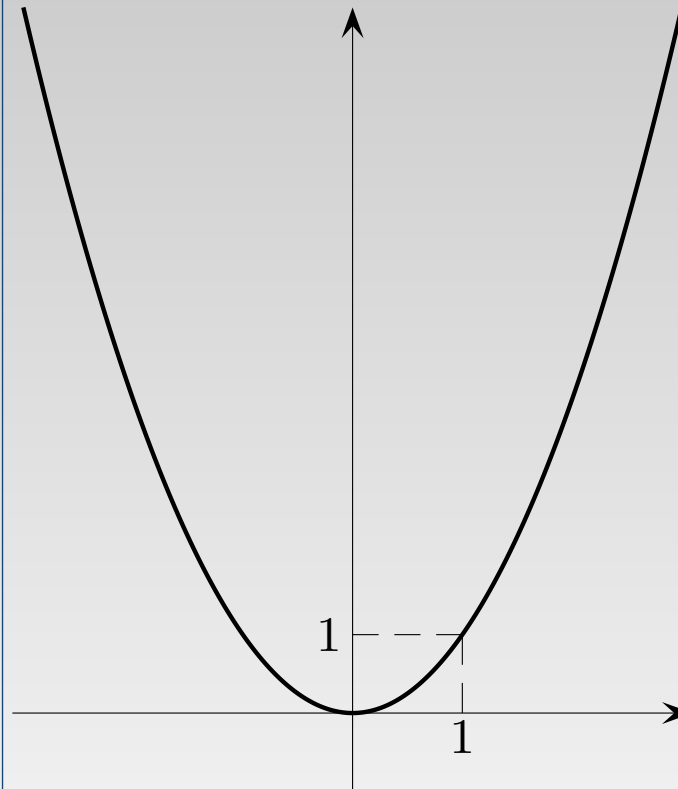
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Esempio introduttivo

Sia $f(x) = x^2$



[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

Esempio introduttivo

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

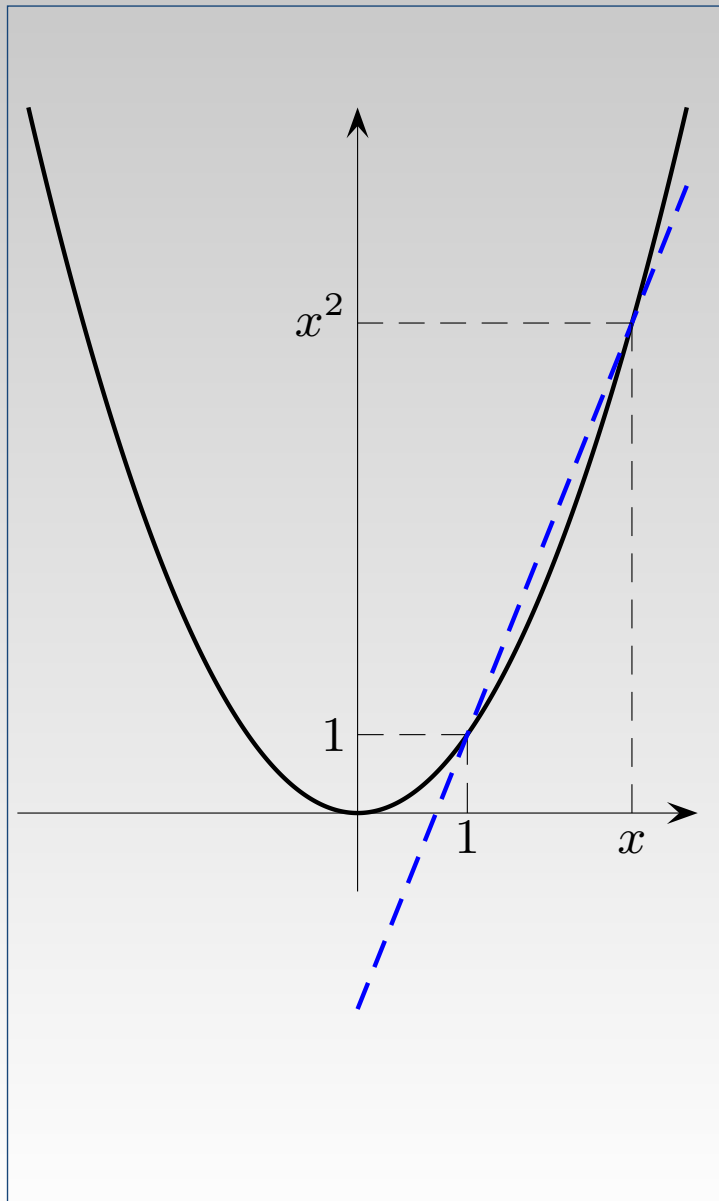
[Limiti e continuità](#)



Esempio introduttivo

Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



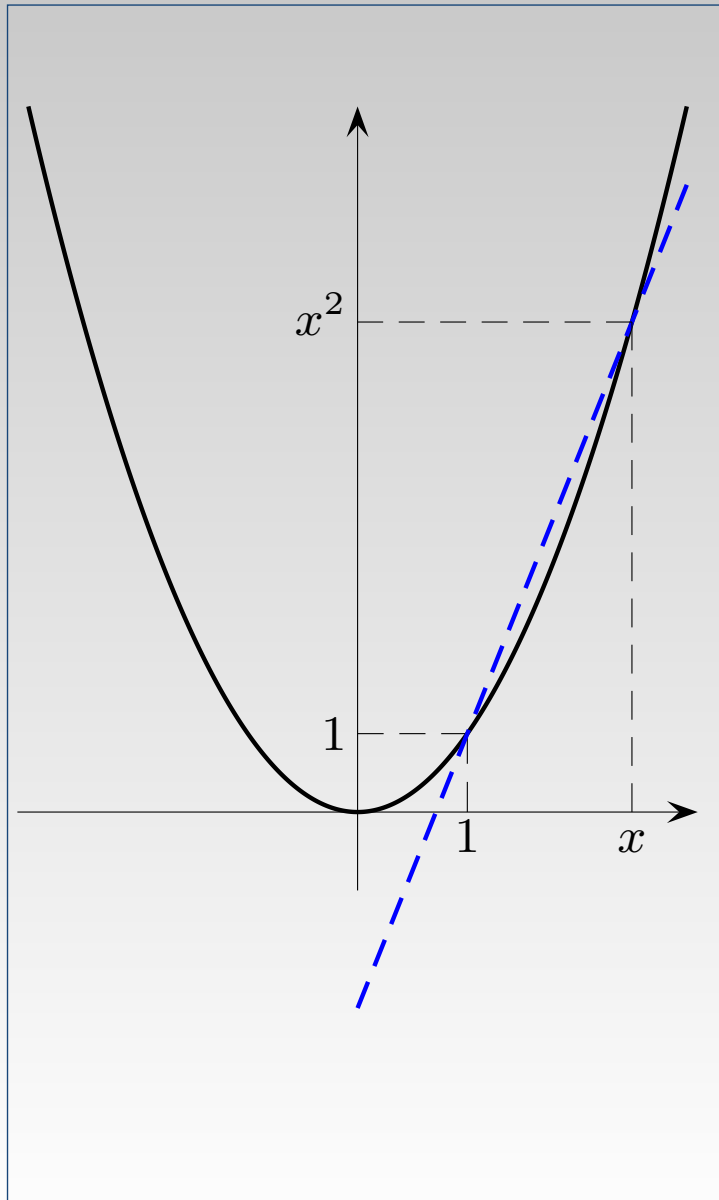
Esempio introduttivo

Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio introduttivo

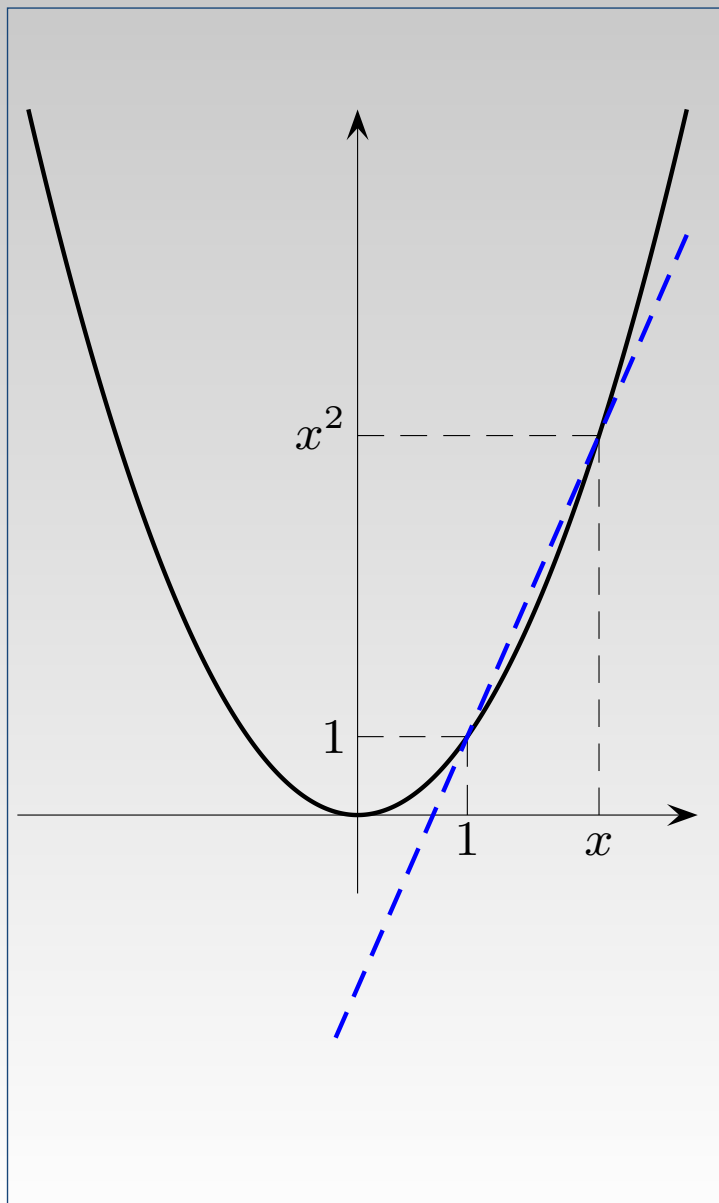
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio introduttivo

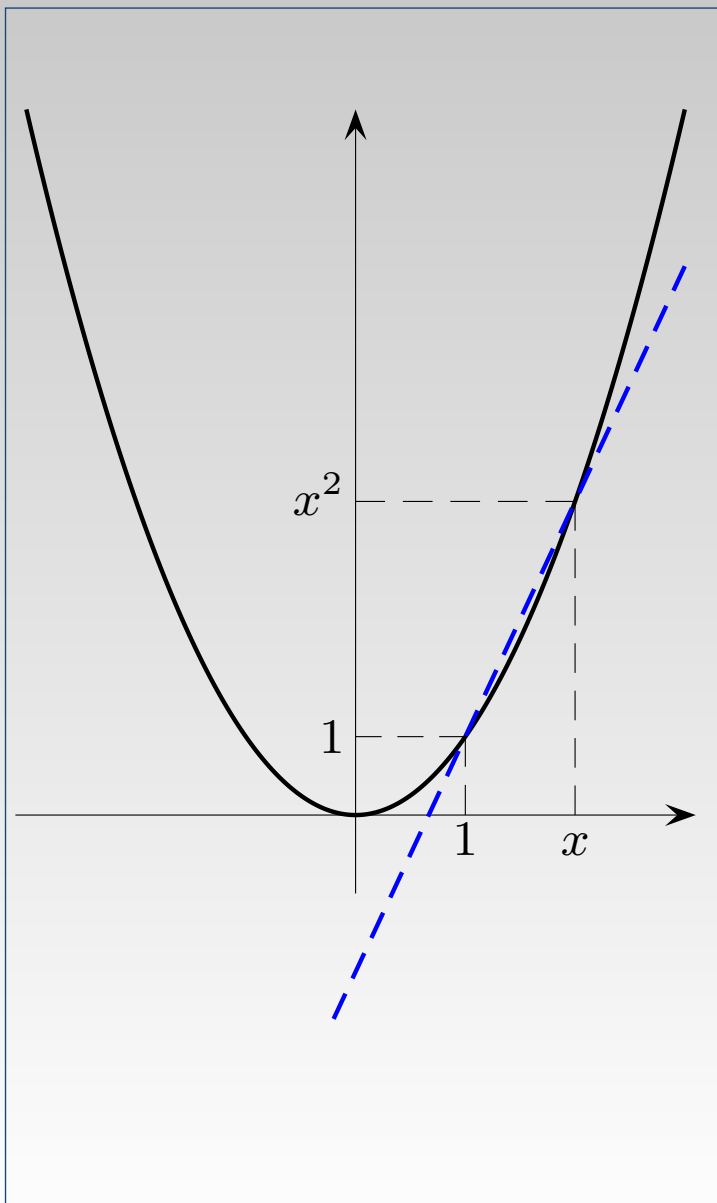
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio introduttivo

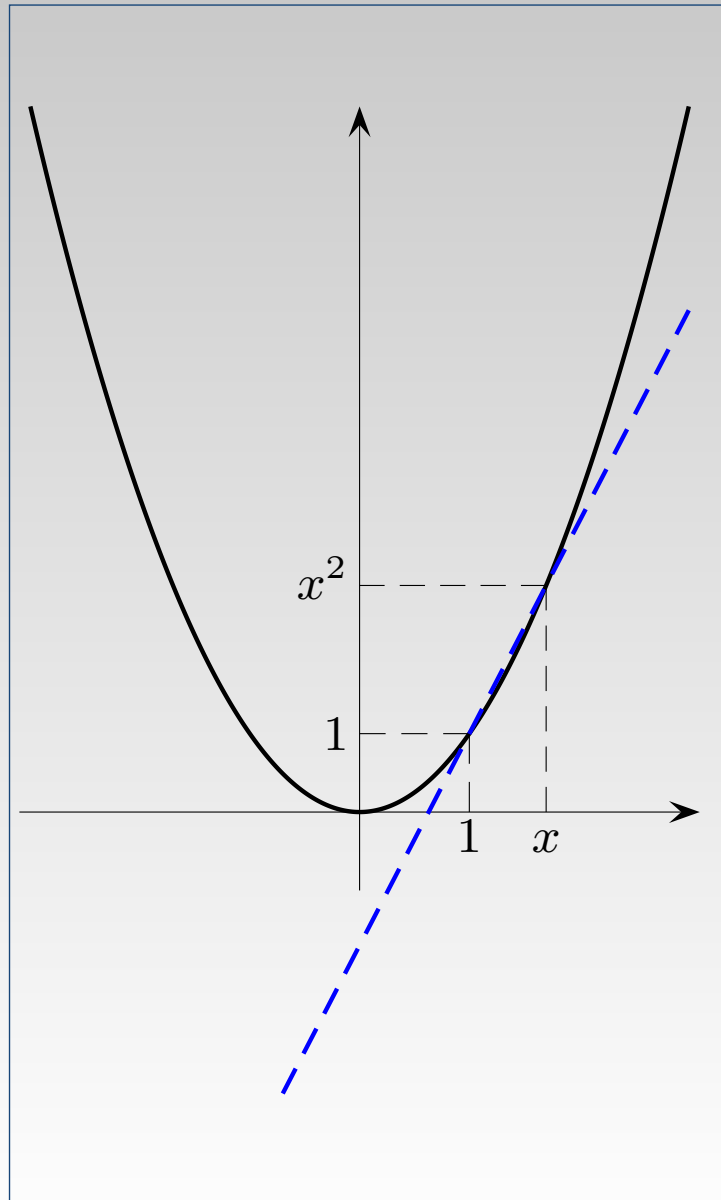
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio introduttivo

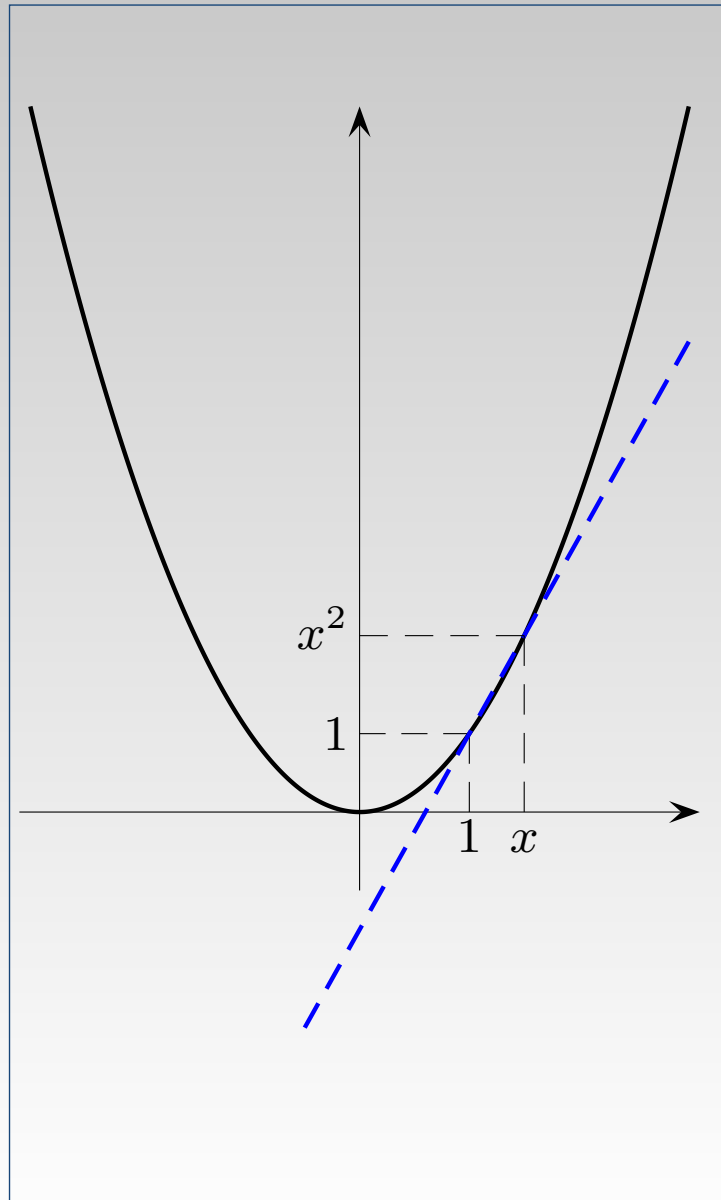
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio introduttivo

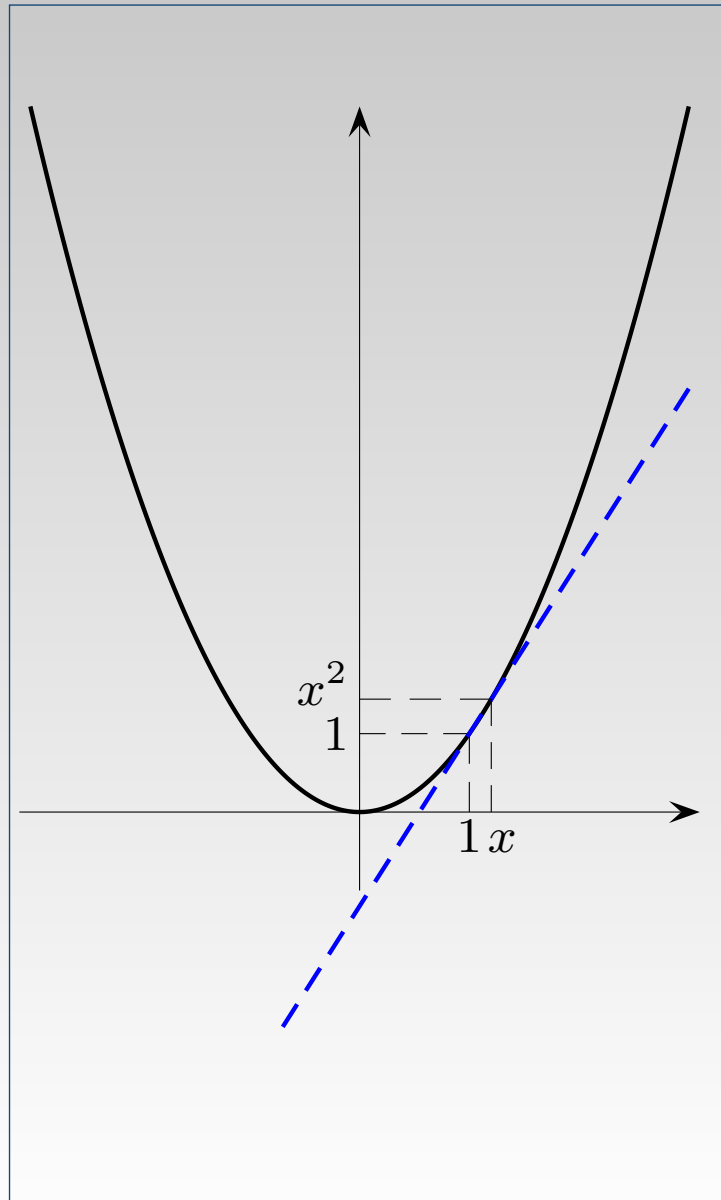
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio introduttivo

Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

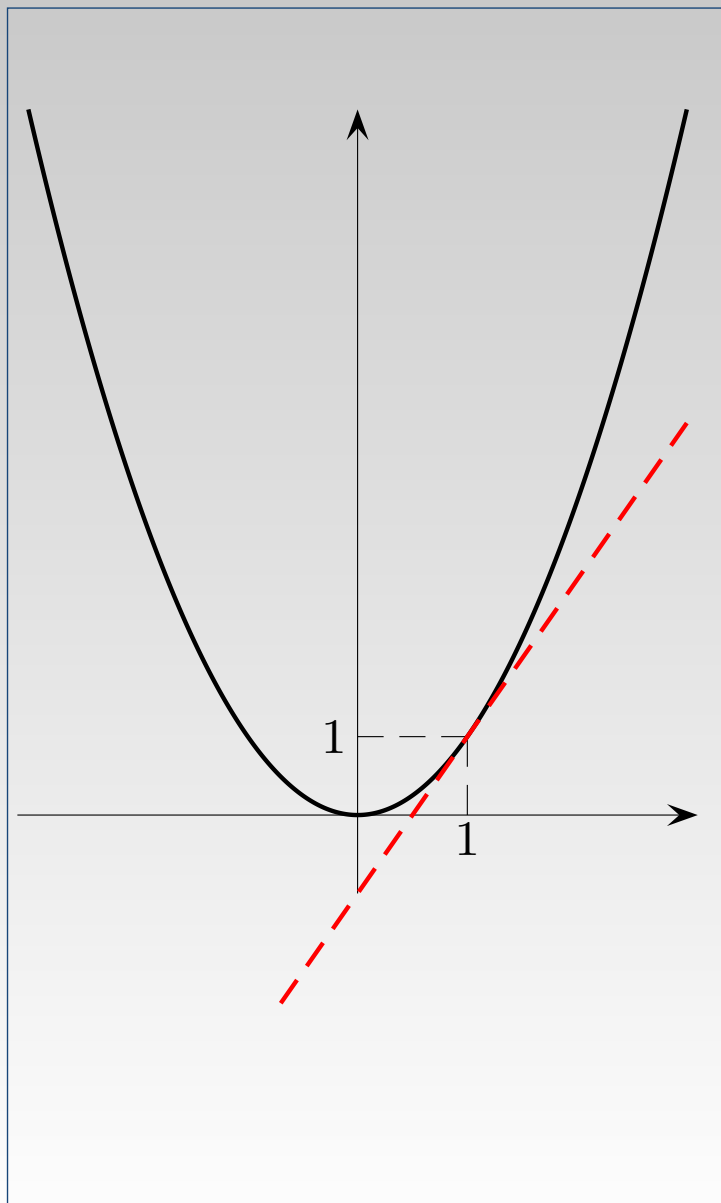
Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$

Al “limite”, quando x tende a 1, $m(x)$ tende al coefficiente angolare della **retta tangente** in $x = 1$; si avrà

$$\lim_{x \rightarrow 1} m(x) = 2$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

□ □ □ □ □ □ □ □

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Siano $f :]a, b[\setminus \{x_0\} \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in [a, b]$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 , e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

se e solo se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$ per ogni $x \in]a, b[\setminus \{x_0\}$ tale che $x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

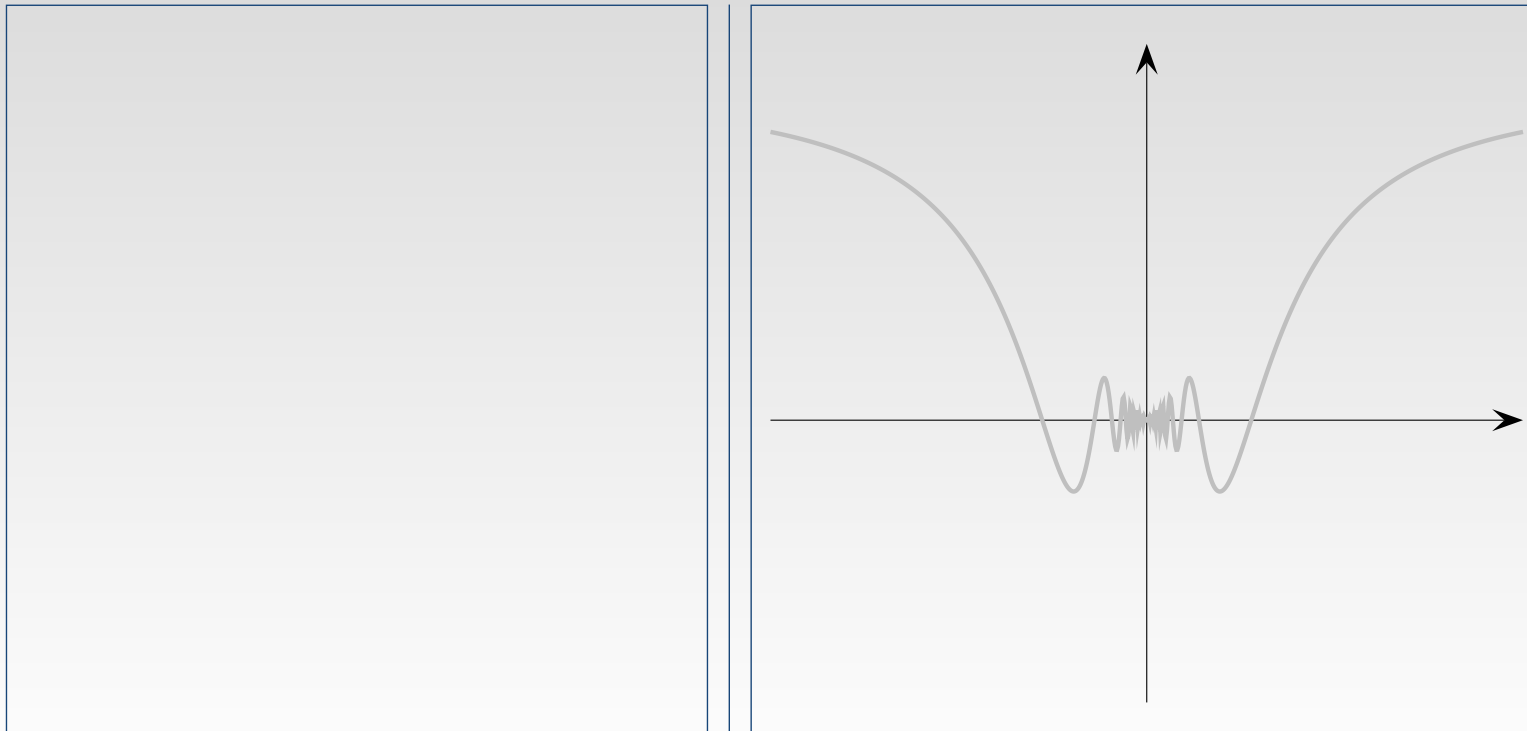
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

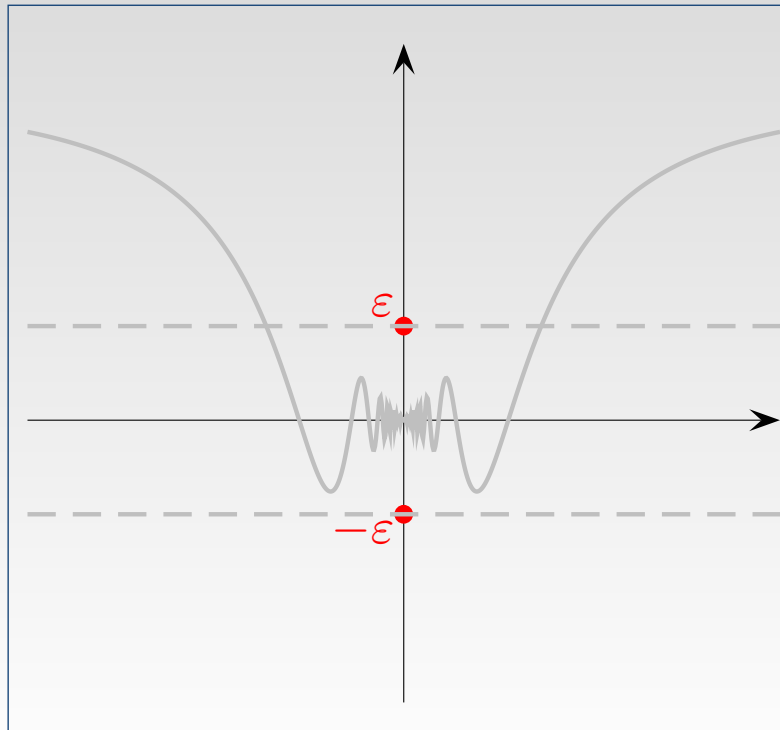


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

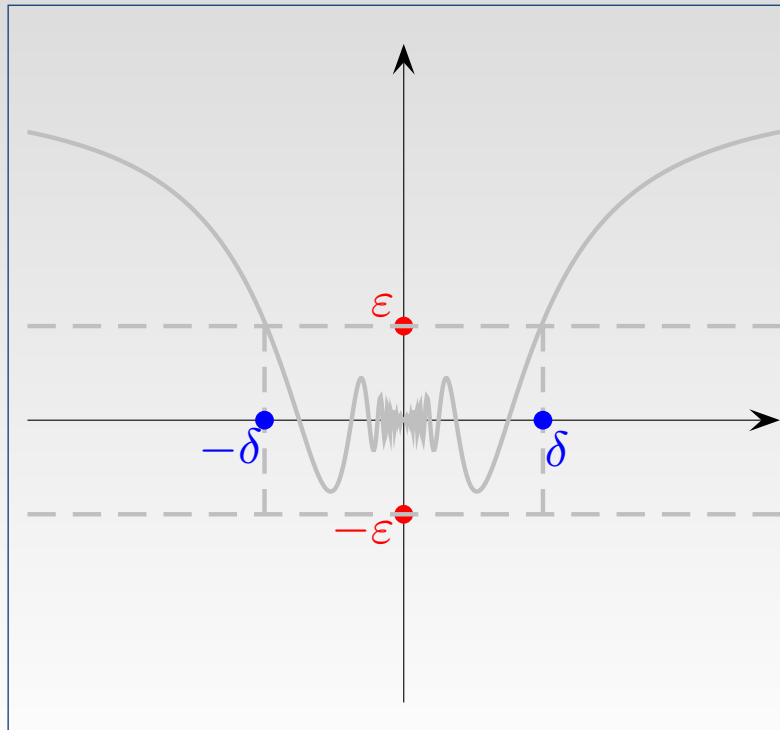


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste $\delta > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

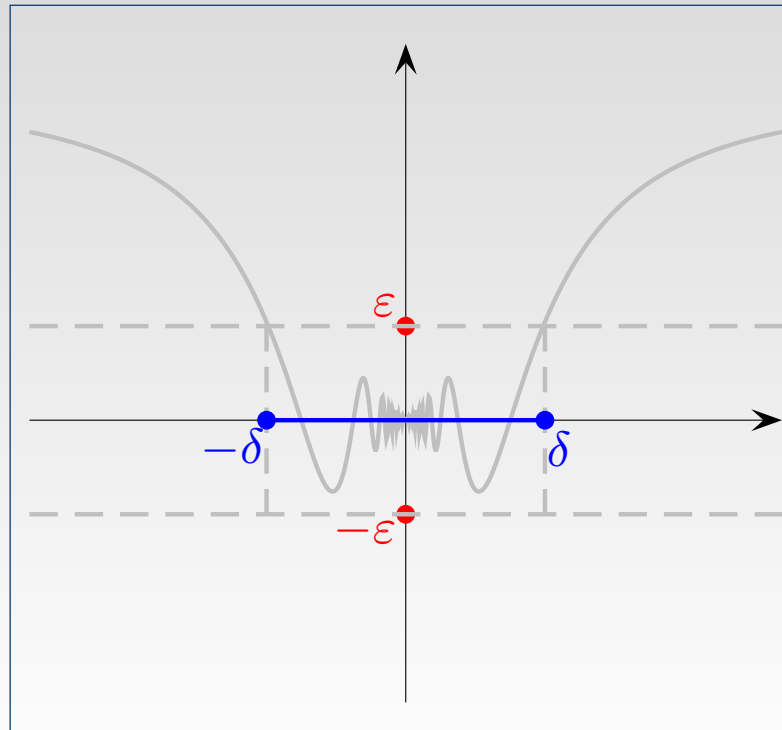


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste $\delta > 0$ tale che se
 $x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$

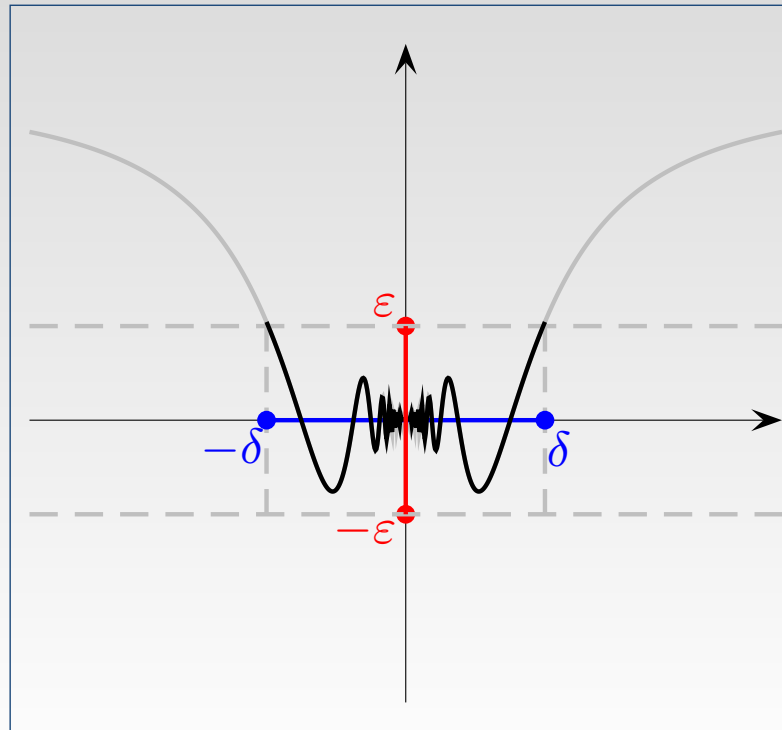
esiste $\delta > 0$ tale che se

$$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$$

allora

$$l - \varepsilon < f(x) < l + \varepsilon$$

con $l = 0$ e $x_0 = 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

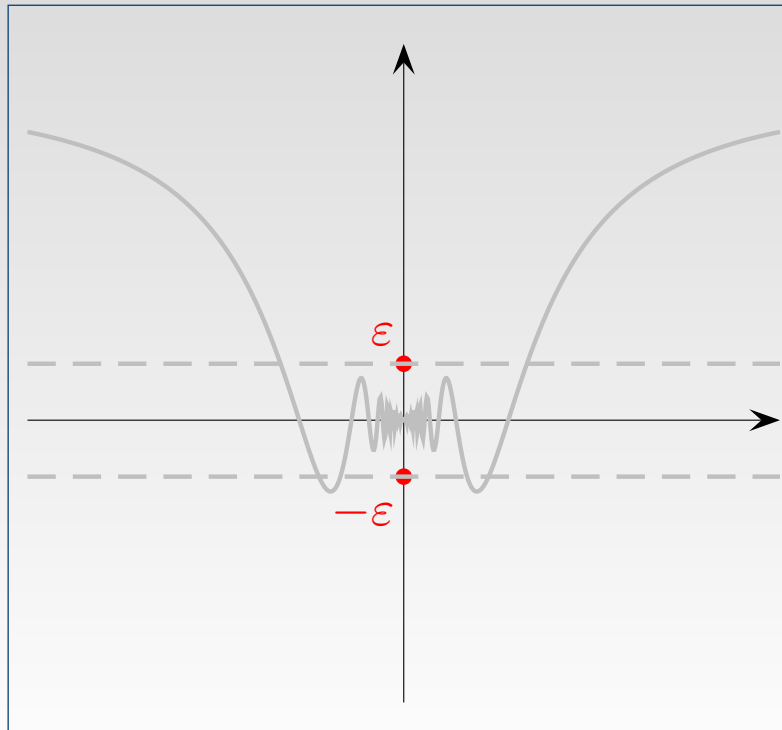


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Cambiando $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

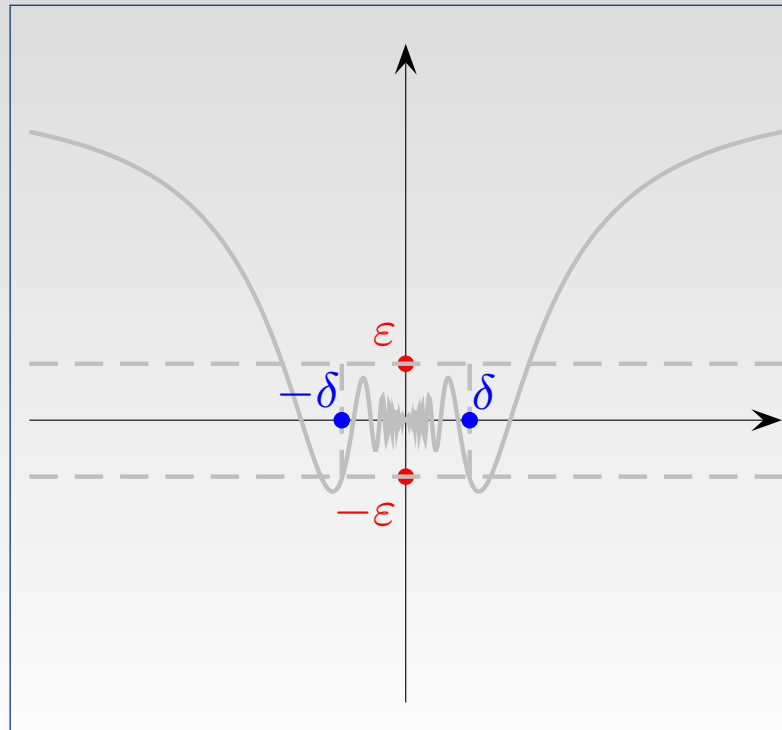


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corrispondente δ



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

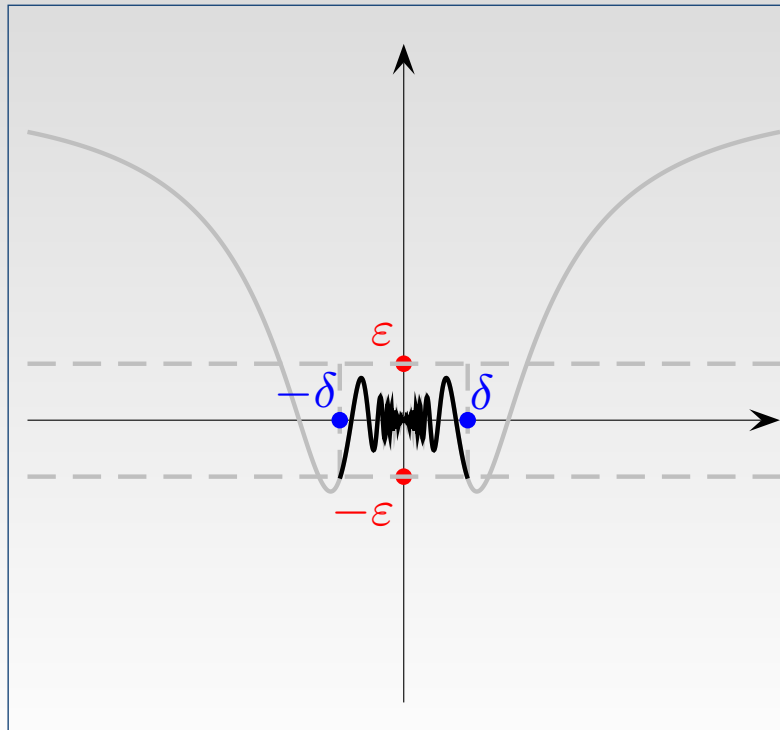


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corrispondente δ
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

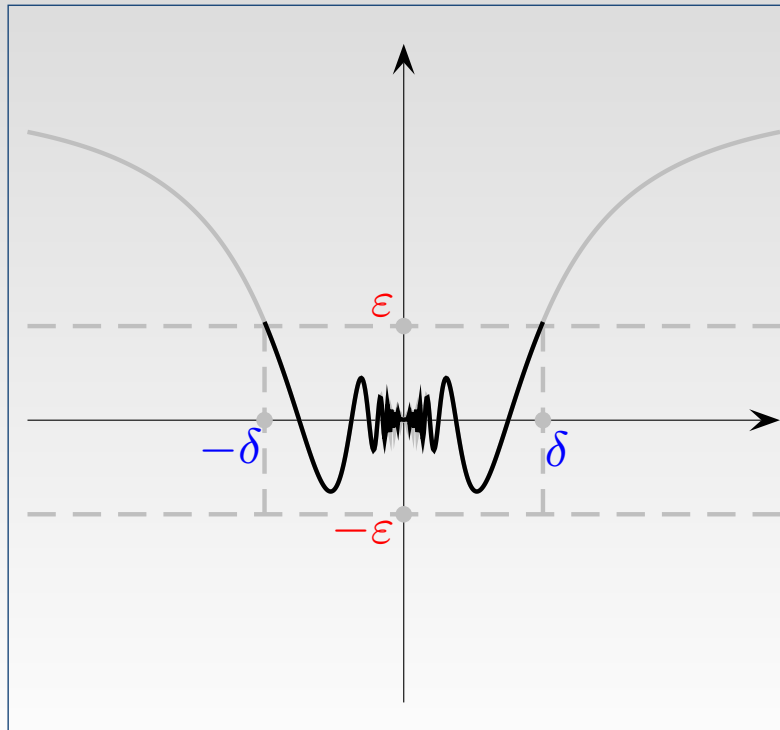


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

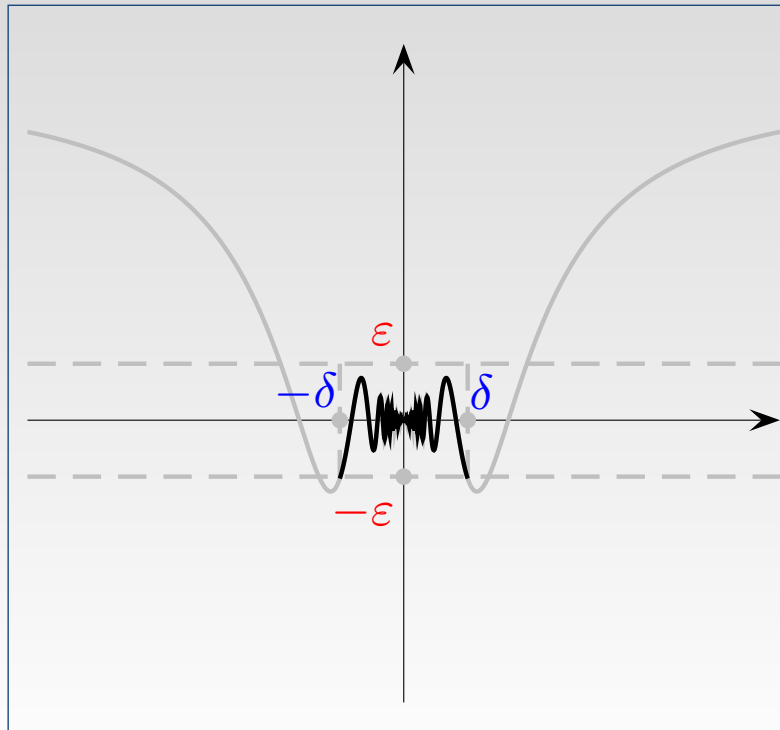


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

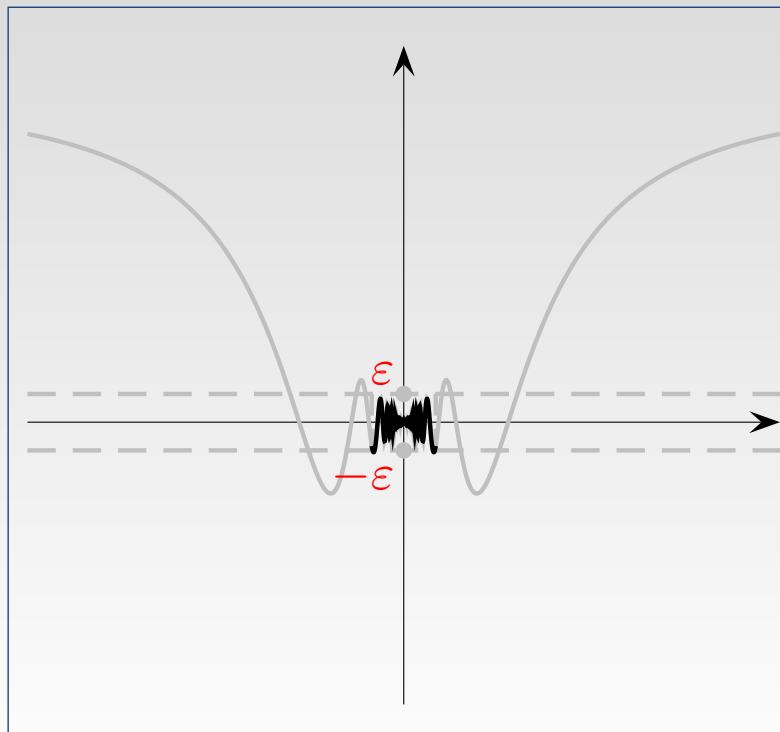


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

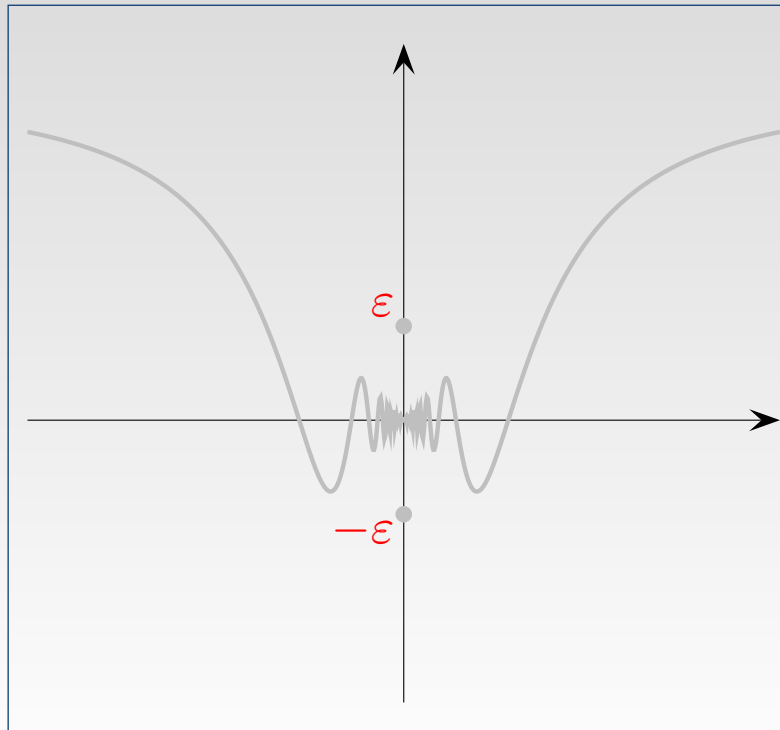


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

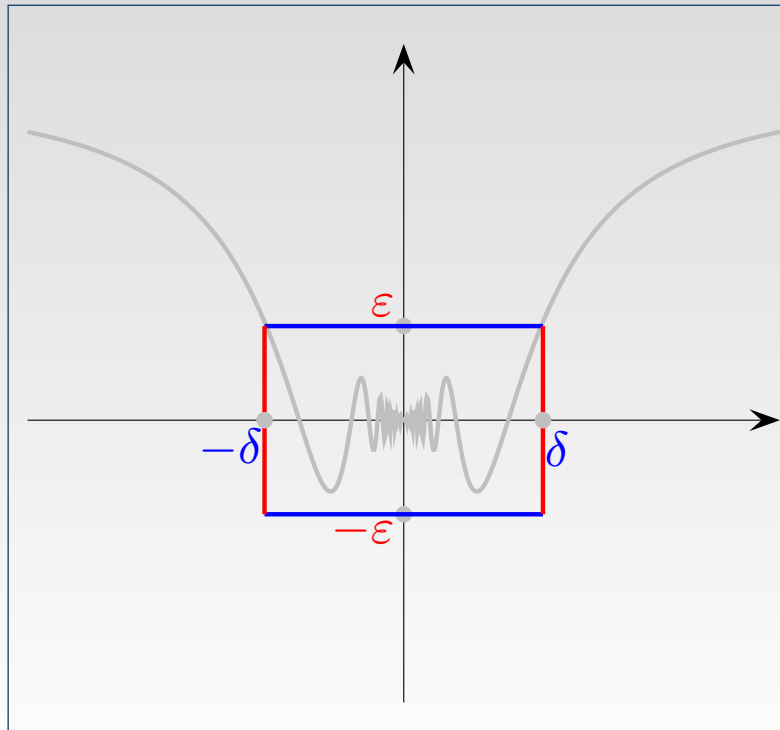


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

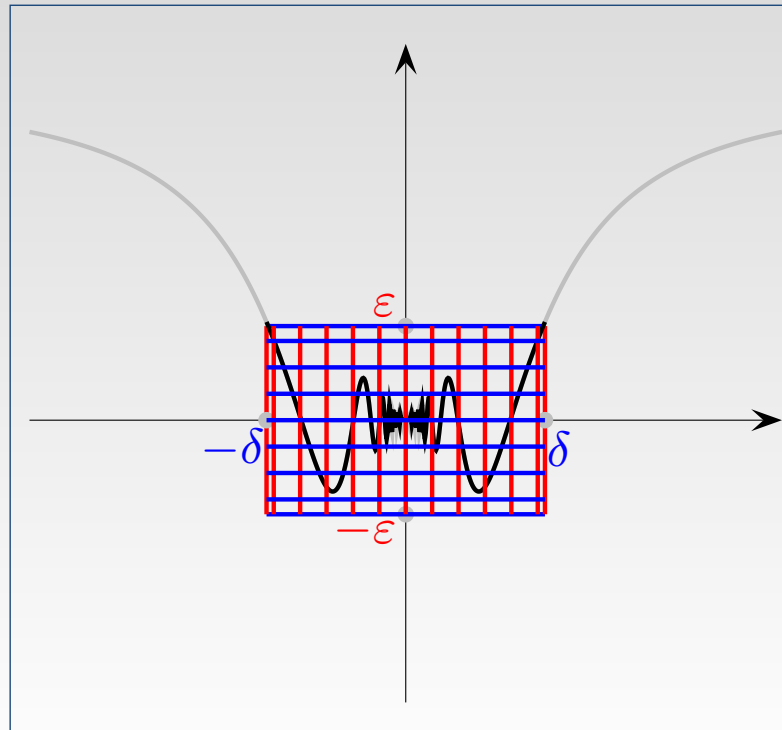


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ tale che se $-\delta < x < \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

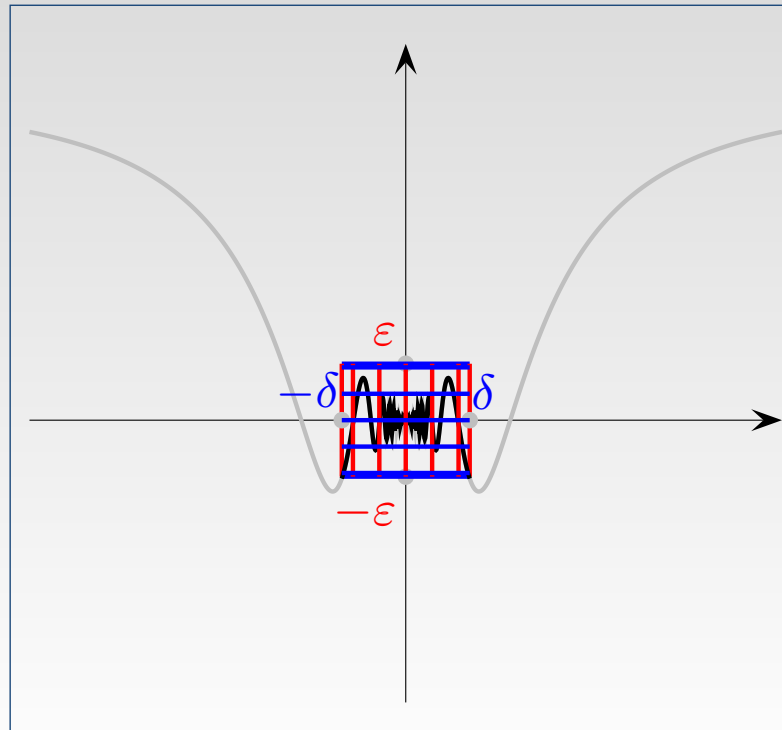


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ tale che se $-\delta < x < \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

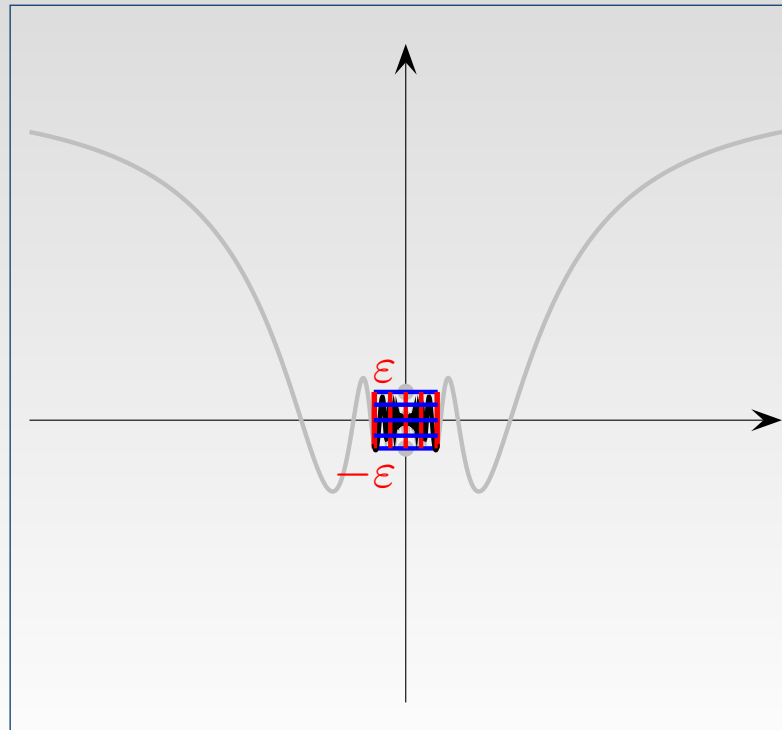


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ tale che se $-\delta < x < \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

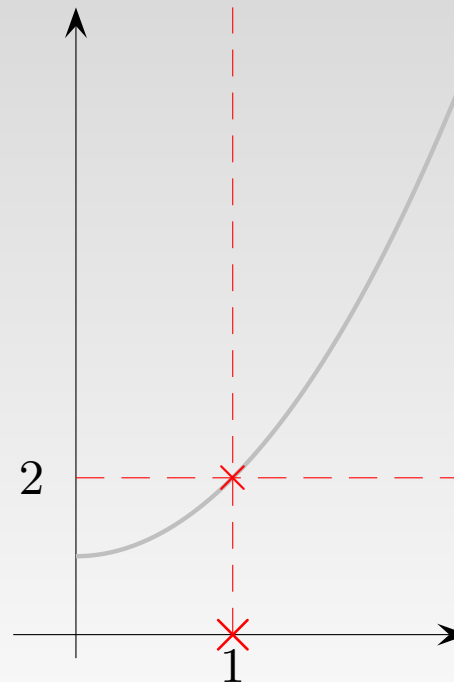
Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

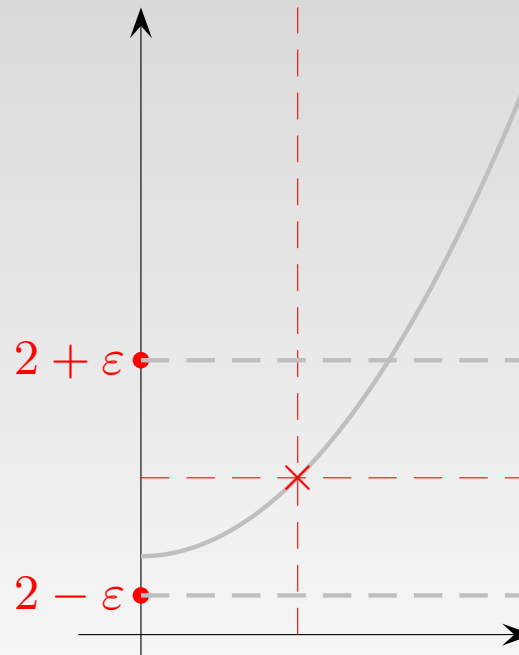
Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Dato $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $\pm \infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

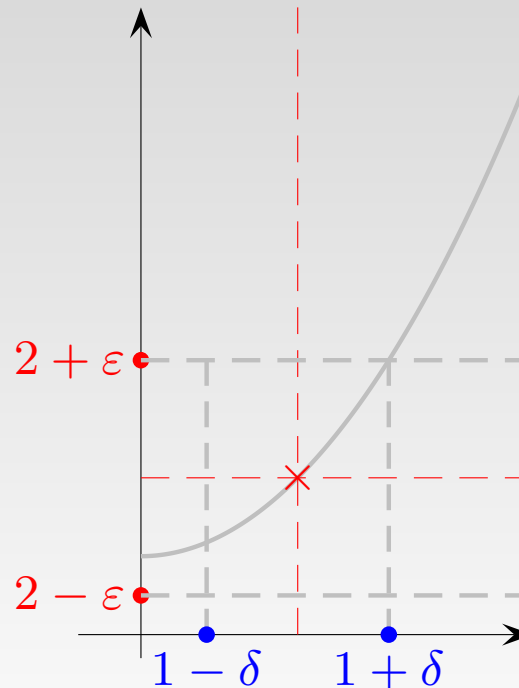
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste $\delta > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

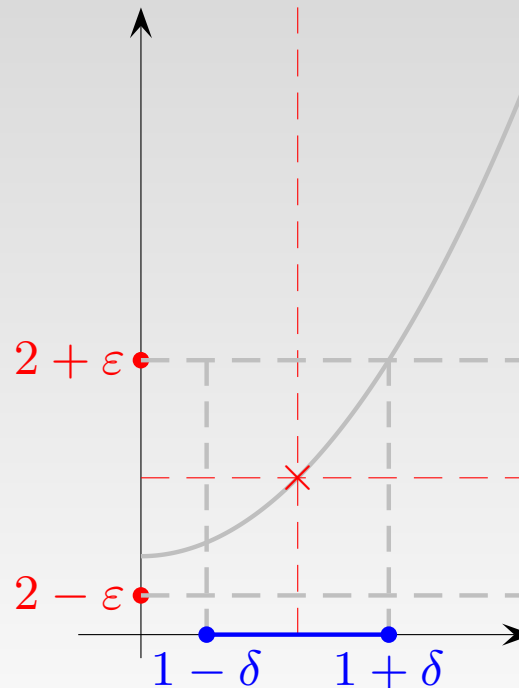
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Dato $\varepsilon > 0$

esiste $\delta > 0$ tale che se

$$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$$

e $x \neq x_0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Dato $\varepsilon > 0$

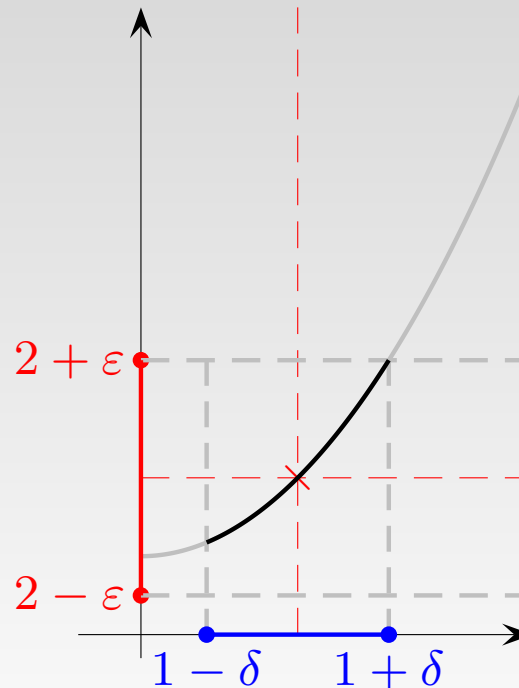
esiste $\delta > 0$ tale che se

$$x_0 - \delta < x < x_0 + \delta$$

e $x \neq x_0$ allora

$$\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$$

dove $\ell = 2$ e $x_0 = 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

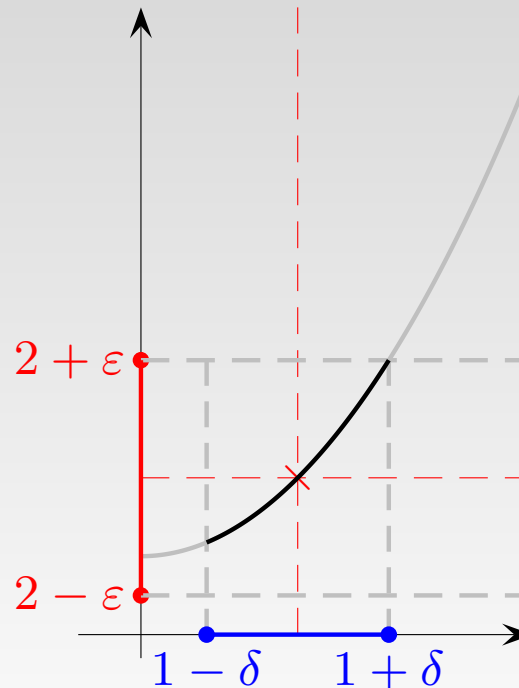
Dato $\varepsilon > 0$
esiste $\delta > 0$ tale che se

$$1 - \delta < x < 1 + \delta$$

e $x \neq x_0$ allora

$$2 - \varepsilon < f(x) < 2 + \varepsilon$$

dove $\ell = 2$ e $x_0 = 1$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

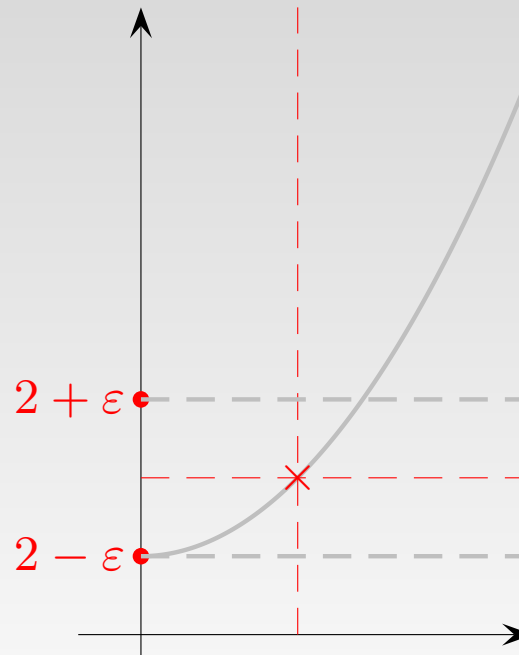
Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Cambiando $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $\pm \infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

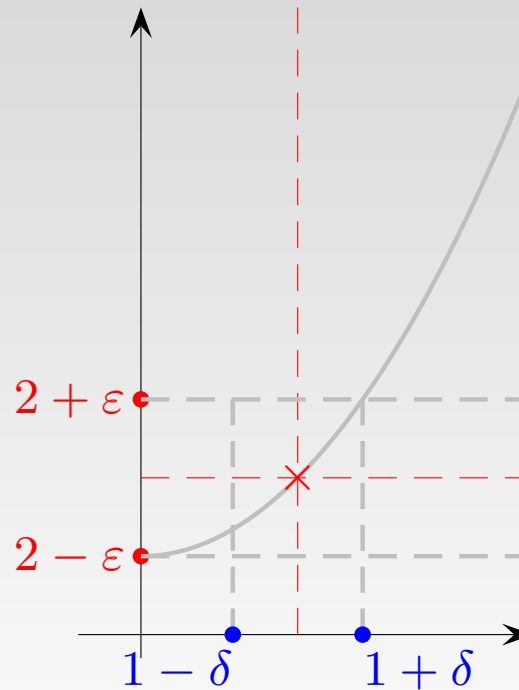
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corri-
spondente δ



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

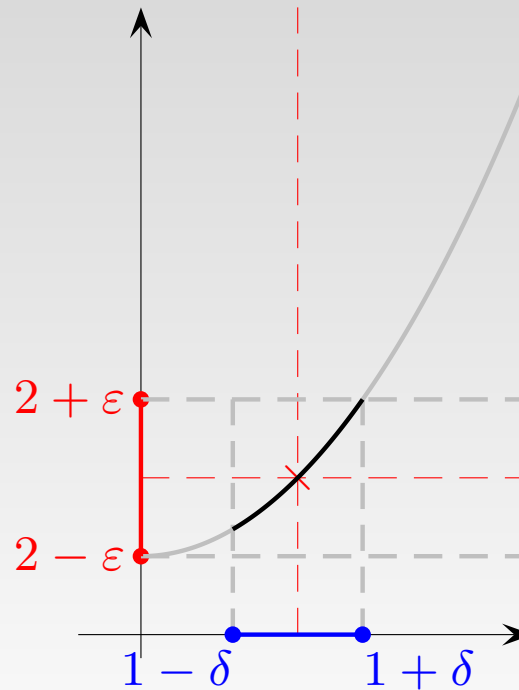
Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corri-
spondente δ
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

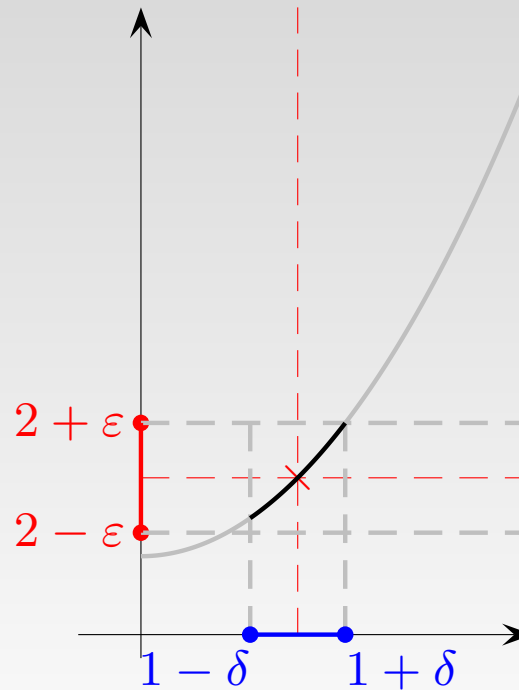
Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

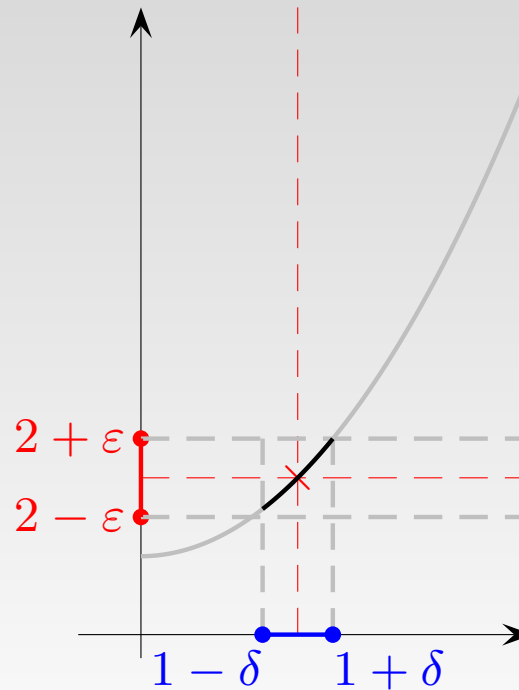
Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

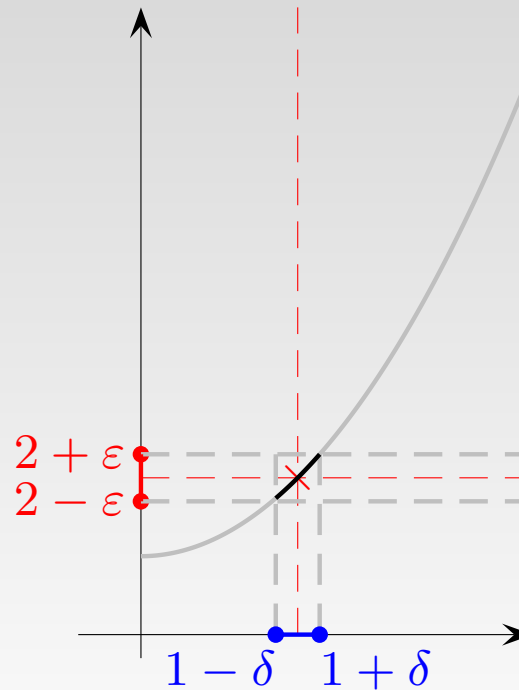
Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

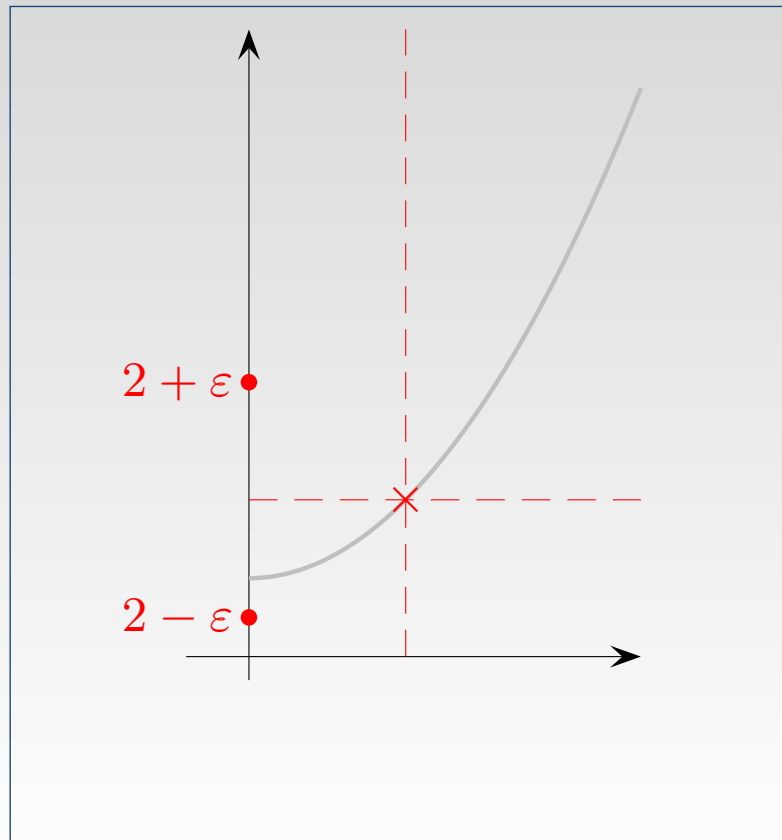
Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

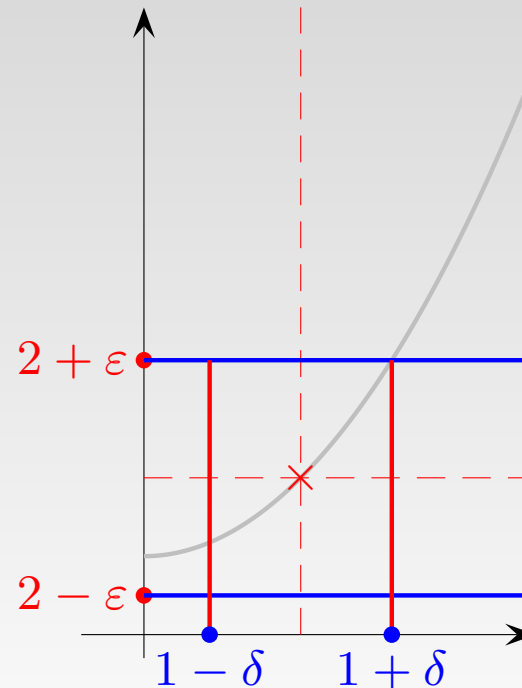
Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

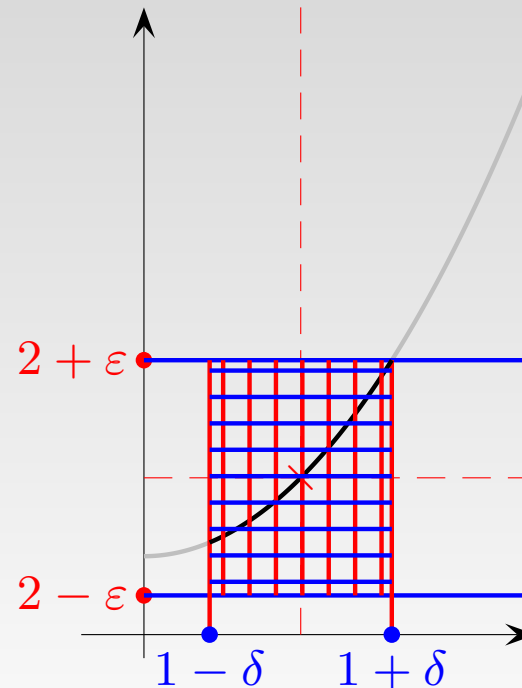
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ tale che se $x \neq 1$ e $1 - \delta < x < 1 + \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

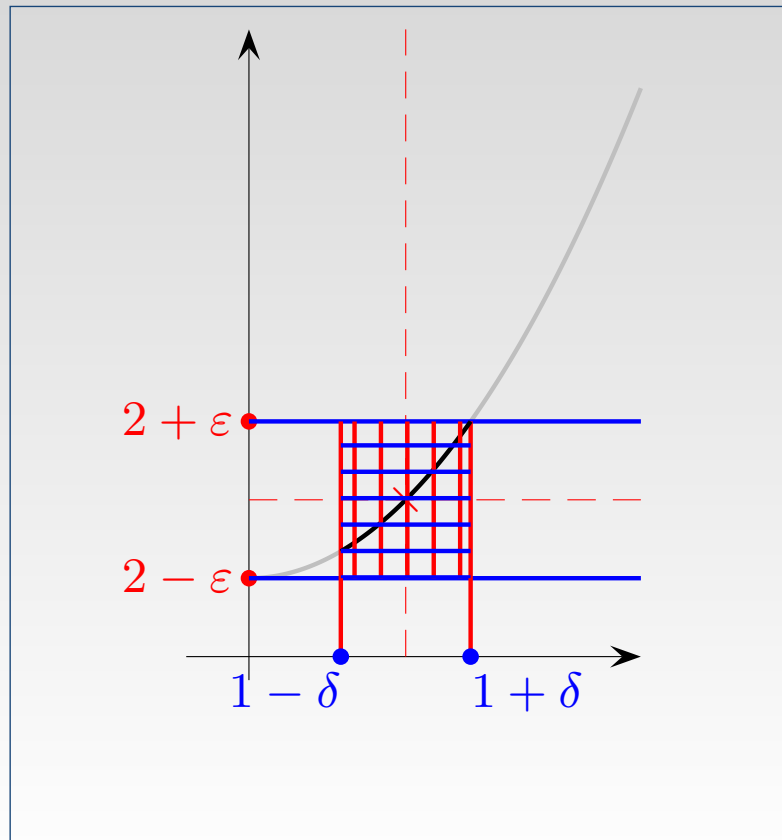
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ tale che se $x \neq 1$ e $1 - \delta < x < 1 + \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

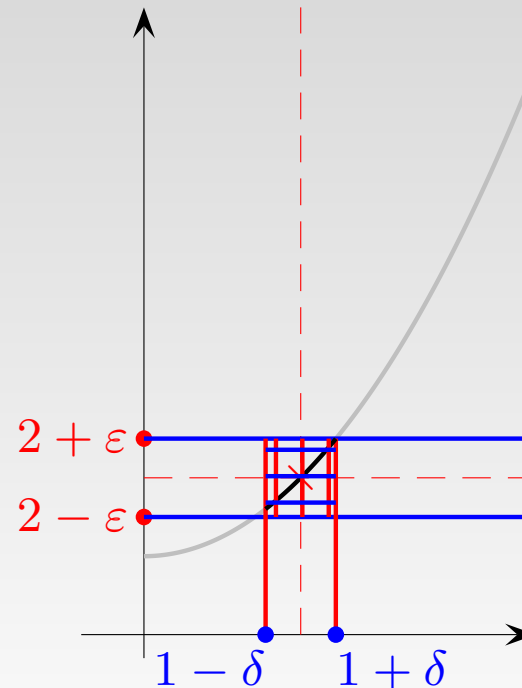
Limiti e continuità



Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ tale che se $x \neq 1$ e $1 - \delta < x < 1 + \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

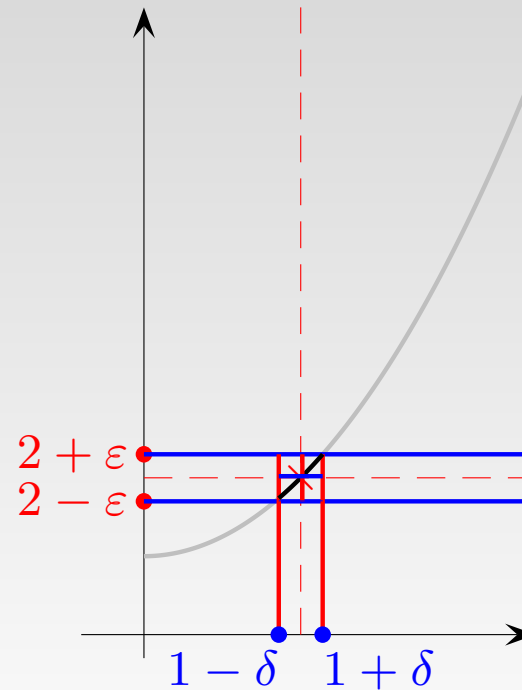
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Come altro esempio illustriamo il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ tale che se $x \neq 1$ e $1 - \delta < x < 1 + \delta$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Sia $f :]a, b[\setminus \{x_0\} \rightarrow \mathbb{R}$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 da sinistra, e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \ell$$

se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta_\varepsilon > 0$ tale che $\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$ per ogni $x \in]a, b[$ tale che $x_0 - \delta_\varepsilon < x < x_0$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 da destra, e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \ell$$

se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta_\varepsilon > 0$ tale che $\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$ per ogni $x \in]a, b[$ tale che $x_0 < x < x_0 + \delta_\varepsilon$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Un'importante osservazione

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \rightarrow x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Esempio introduttivo](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^\pm\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^\pm\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



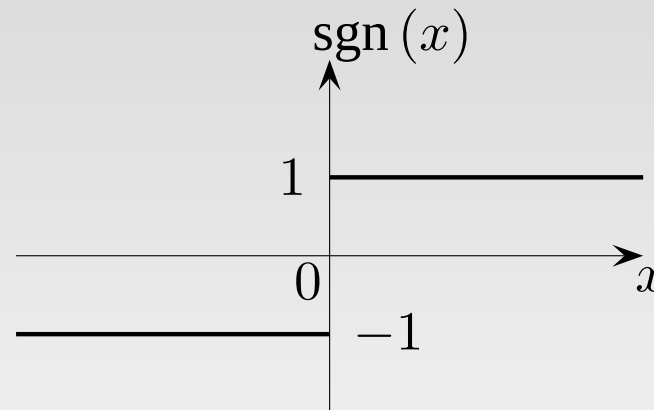
Un'importante osservazione

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \rightarrow x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Esempio: la funzione **segno**

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



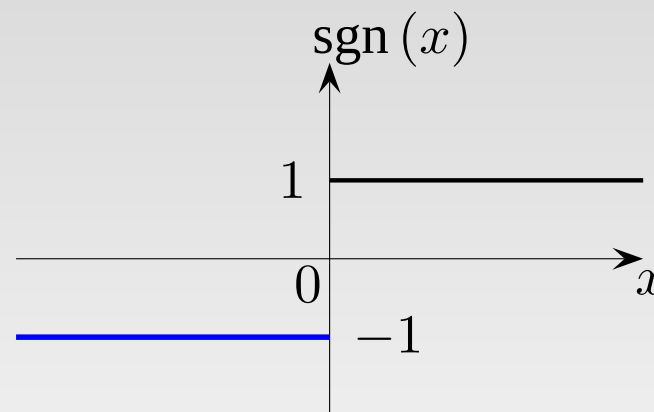
Un'importante osservazione

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \rightarrow x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Esempio: la funzione **segno**

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



Si ha che

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{sgn}(x) = -1$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



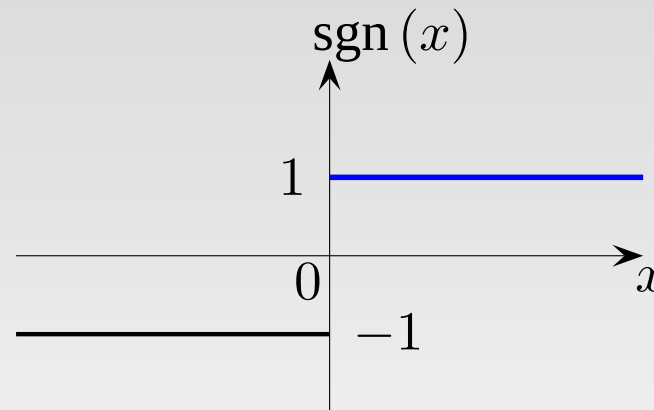
Un'importante osservazione

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \rightarrow x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Esempio: la funzione **segno**

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



Si ha che

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{sgn}(x) = -1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sgn}(x) = 1$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



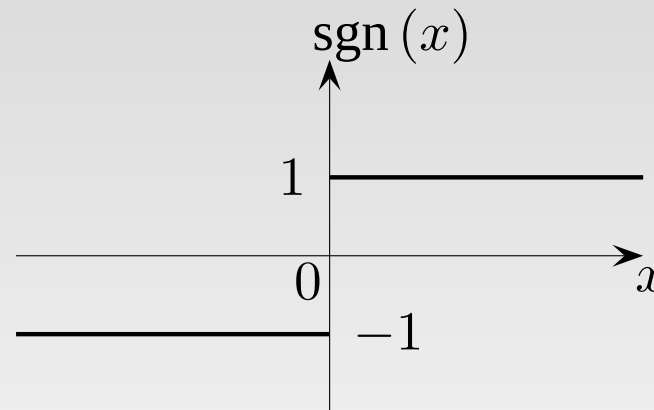
Un'importante osservazione

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \rightarrow x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Esempio: la funzione **segno**

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



Si ha che

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{sgn}(x) = -1 \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sgn}(x) = 1$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



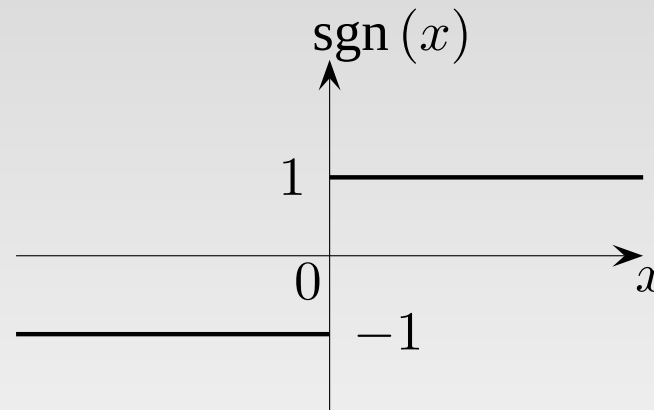
Un'importante osservazione

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \iff$$

esistono i limiti di f per $x \rightarrow x_0$ da destra e da sinistra e sono entrambi uguali ad ℓ

Esempio: la funzione **segno**

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



Si ha che

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \operatorname{sgn}(x) = -1 \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{sgn}(x) = 1$$

quindi il limite della funzione quando $x \rightarrow 0$ non esiste

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

□ □ □ □ □

Analogamente si possono dare le definizioni dei limiti

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty,$$

ed anche

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ell$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Sia $f :]a, b[\setminus \{x_0\} \rightarrow \mathbb{R}$

Si dice che f ha limite $+\infty$ per x tendente a x_0 e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$$

se $\forall M \in \mathbb{R} \exists \delta_M > 0 : x \in]a, b[, 0 < |x - x_0| < \delta_M \implies f(x) > M$

Si dice che f ha limite $+\infty$ per x tendente a x_0 da destra e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$$

se $\forall M \in \mathbb{R} \exists \delta_M > 0 : x \in]a, b[, 0 < x - x_0 < \delta_M \implies f(x) > M$

Si dice che f ha limite $+\infty$ per x tendente a x_0 da sinistra e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$$

se $\forall M \in \mathbb{R} \exists \delta_M > 0 : x \in]a, b[, 0 < x_0 - x < \delta_M \implies f(x) > M$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

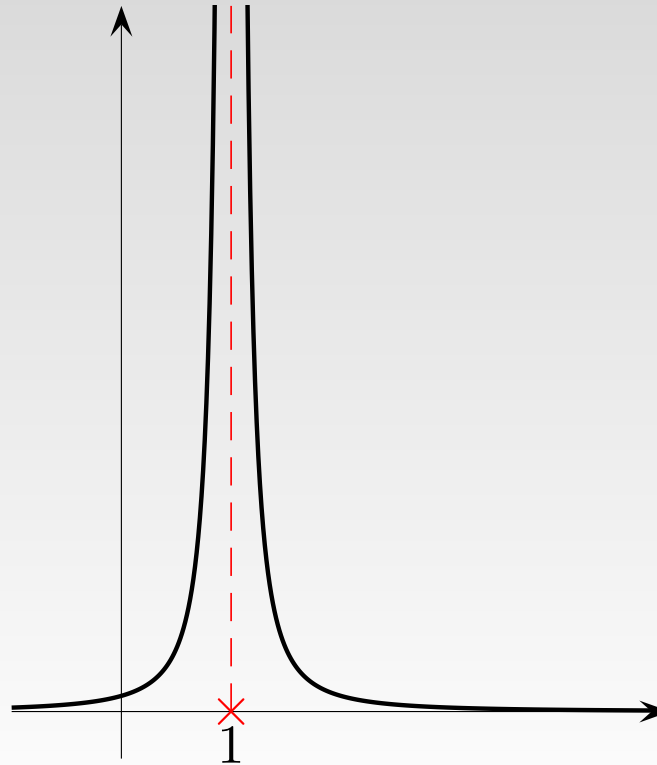
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$



[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Esempio introduttivo](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^\pm\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^\pm\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

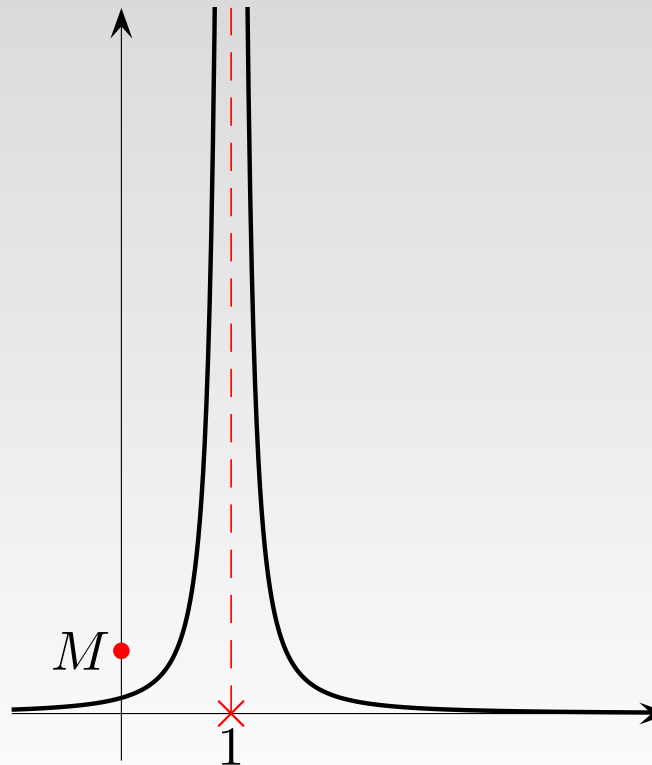


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M



[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Esempio introduttivo](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

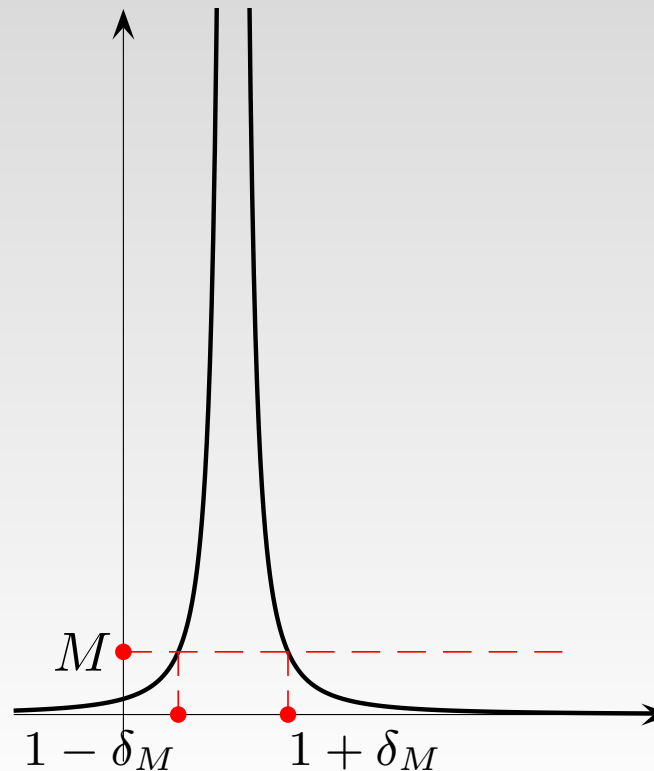


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste $\delta_M > 0$



[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Esempio introduttivo](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

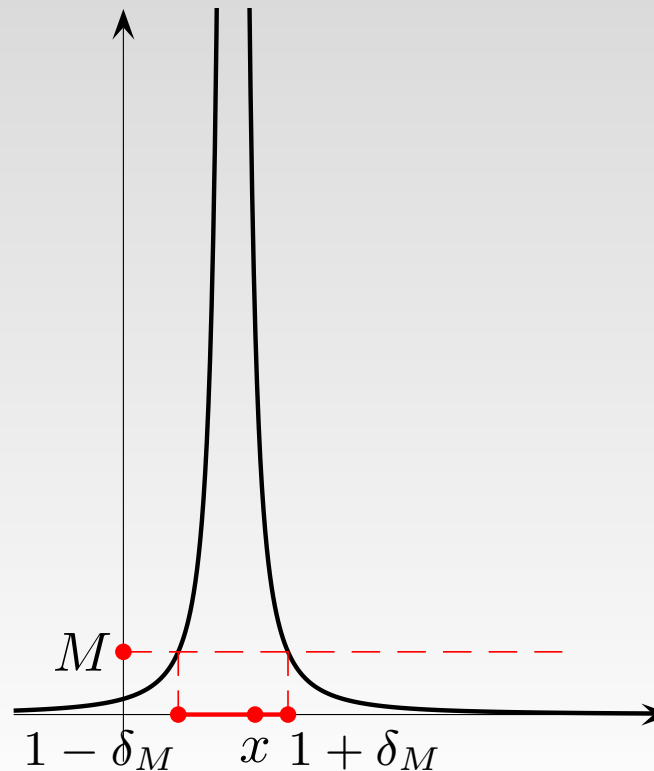


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste $\delta_M > 0$
tale che tutti gli
 $0 < |x - 1| < \delta_M$



[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Esempio introduttivo](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

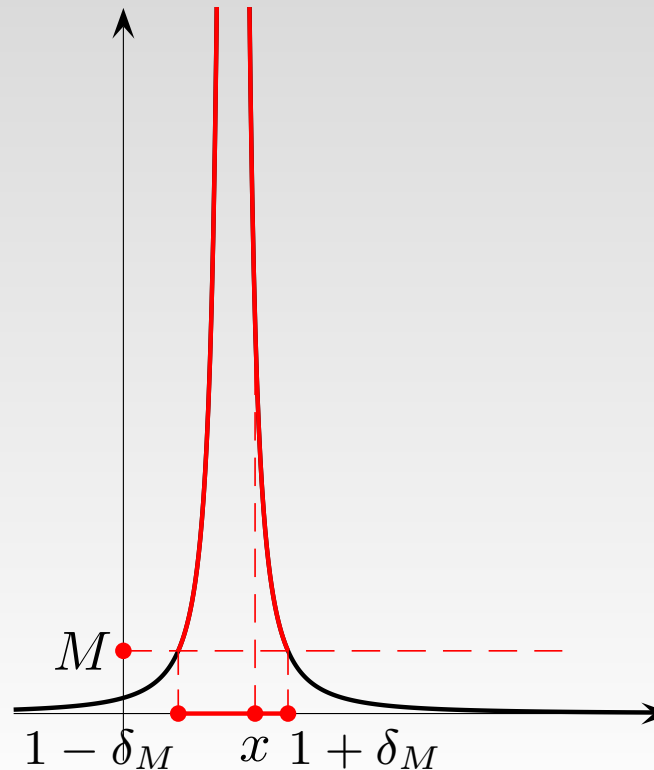


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste $\delta_M > 0$
tale che tutti gli
 $0 < |x - 1| < \delta_M$
hanno valori corrispon-
denti $f(x) > M$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

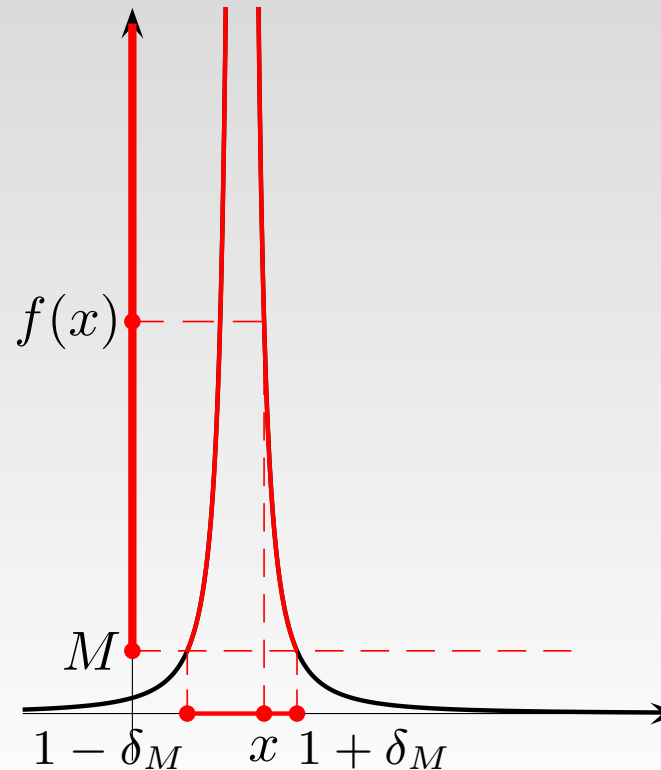


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste $\delta_M > 0$
tale che tutti gli
 $0 < |x - 1| < \delta_M$
hanno valori corrispon-
denti $f(x) > M$



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

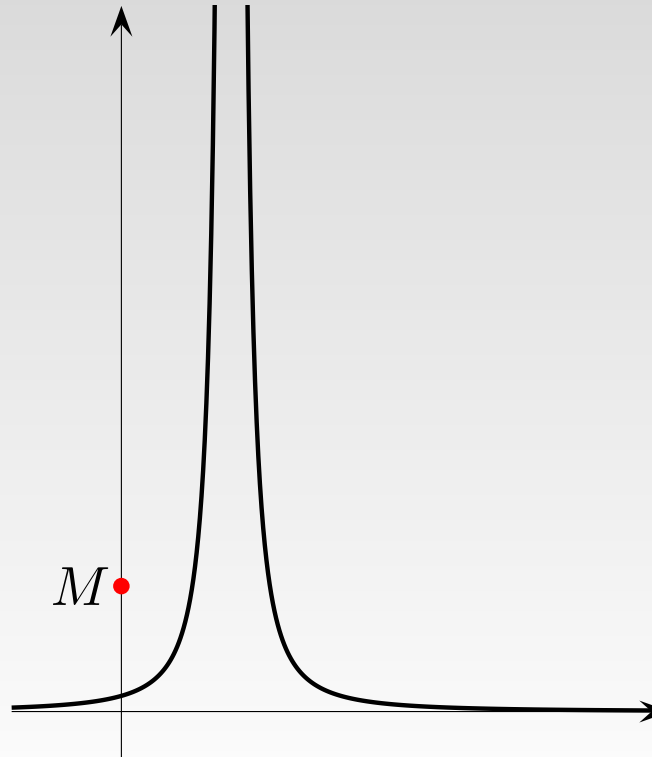


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M



[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Esempio introduttivo](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

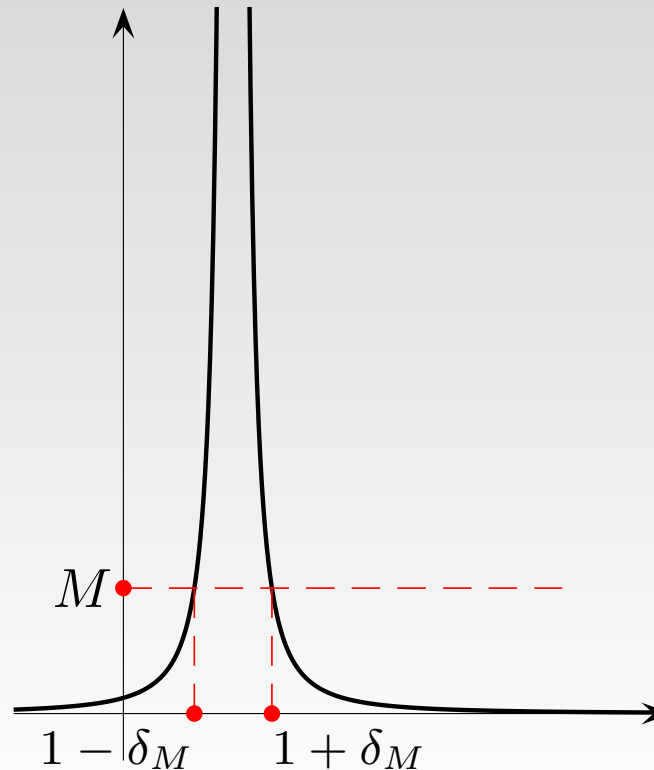


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente δ_M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

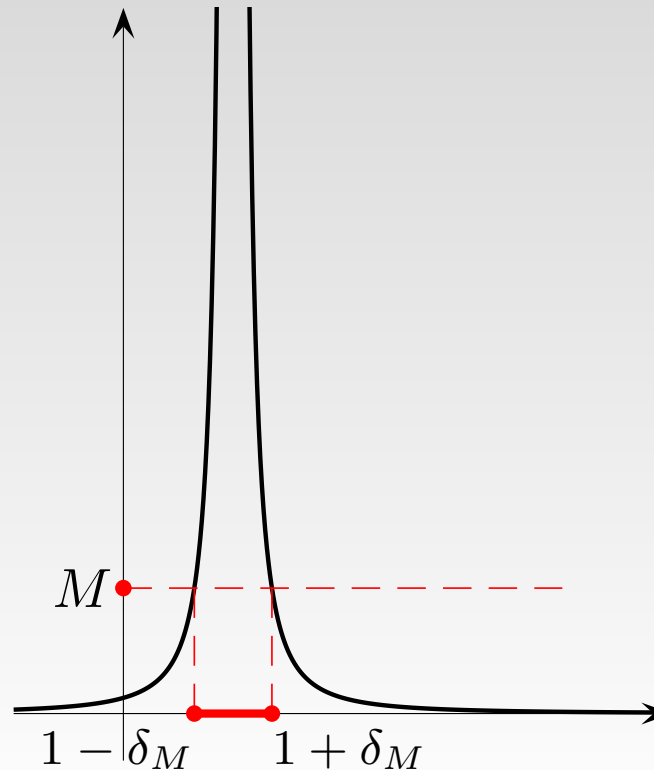


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente δ_M
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

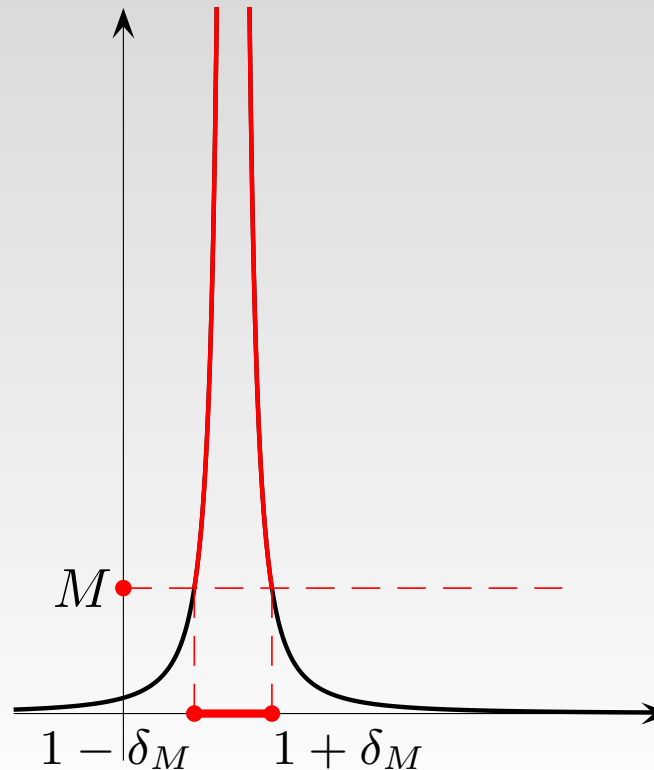


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente δ_M
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

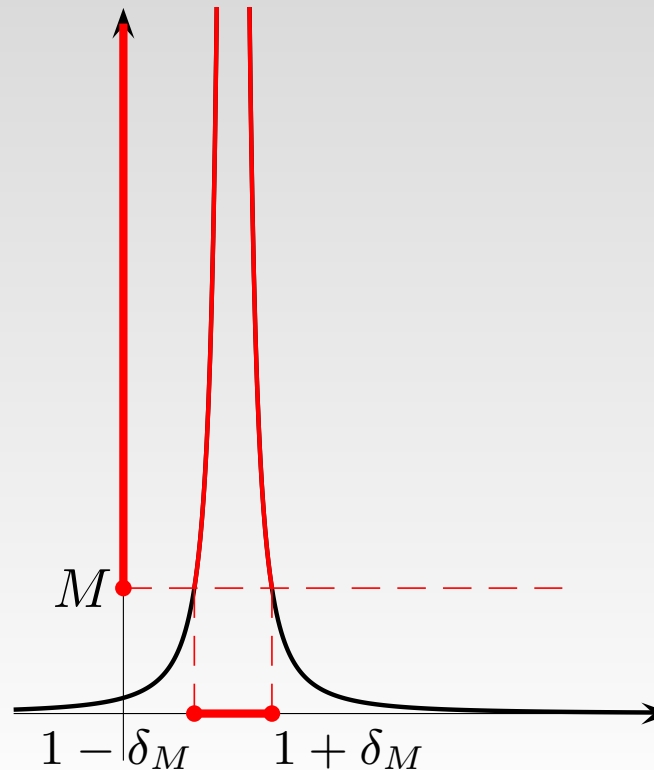


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente δ_M
con analoghe proprietà



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

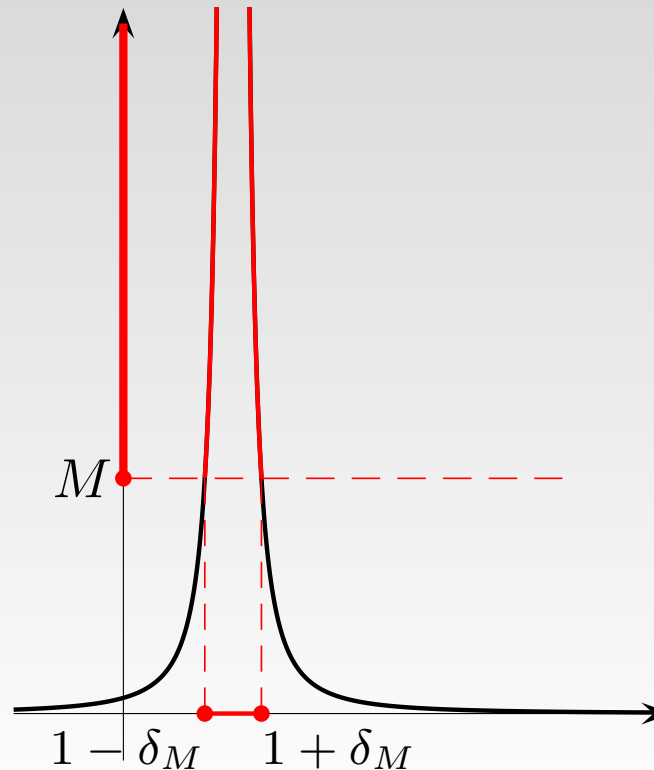


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

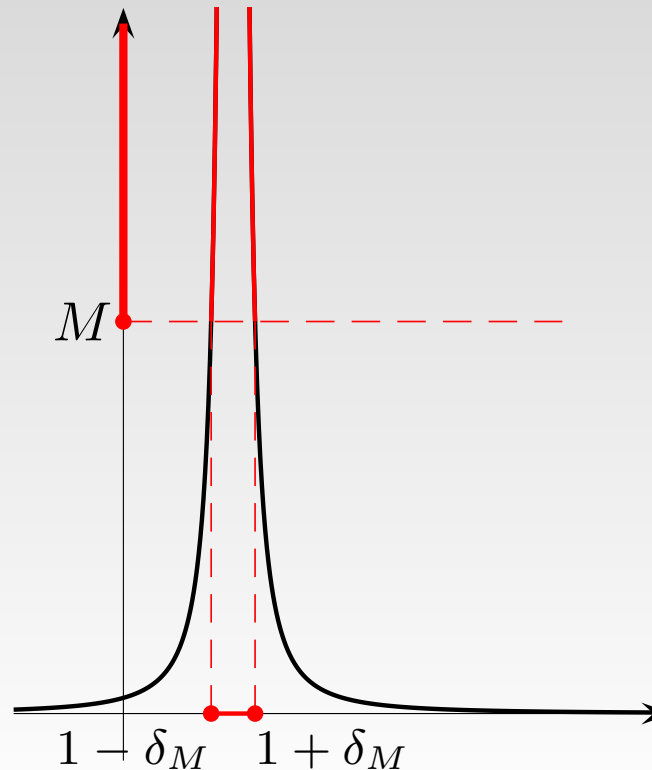


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

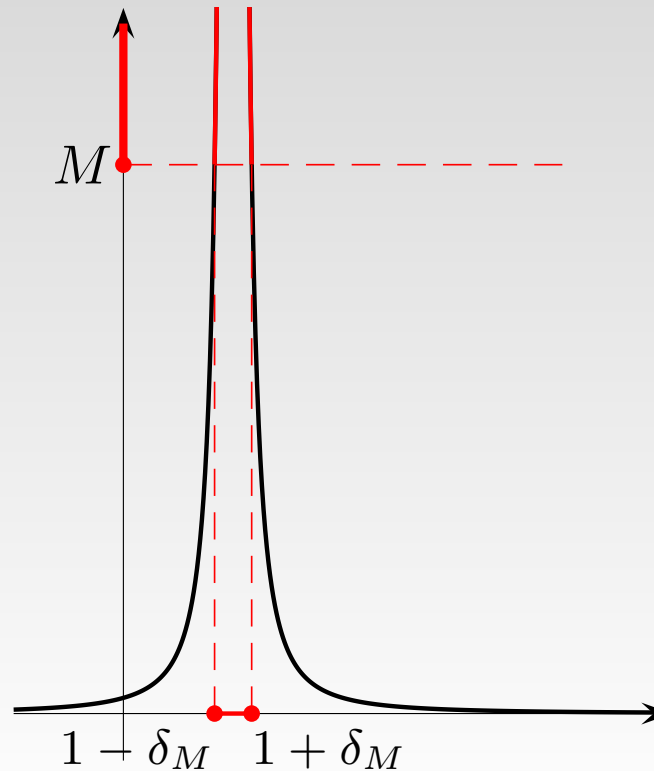


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

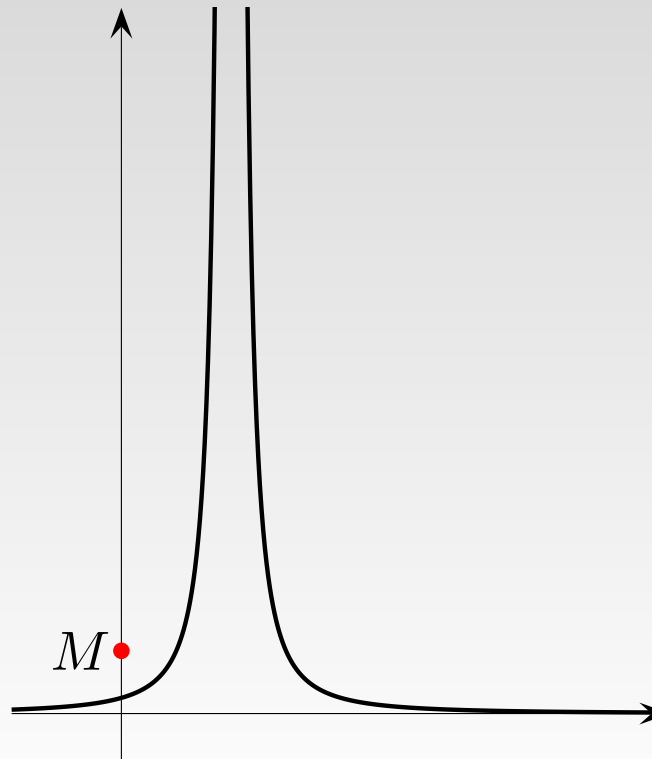


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M



[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Esempio introduttivo](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

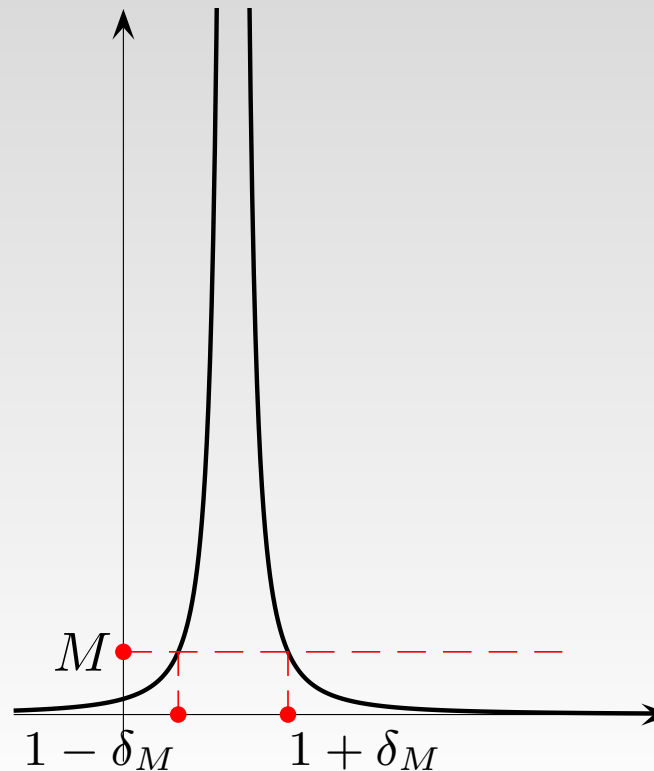
[Limiti e continuità](#)

Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M



[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Esempio introduttivo](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^{\pm}\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

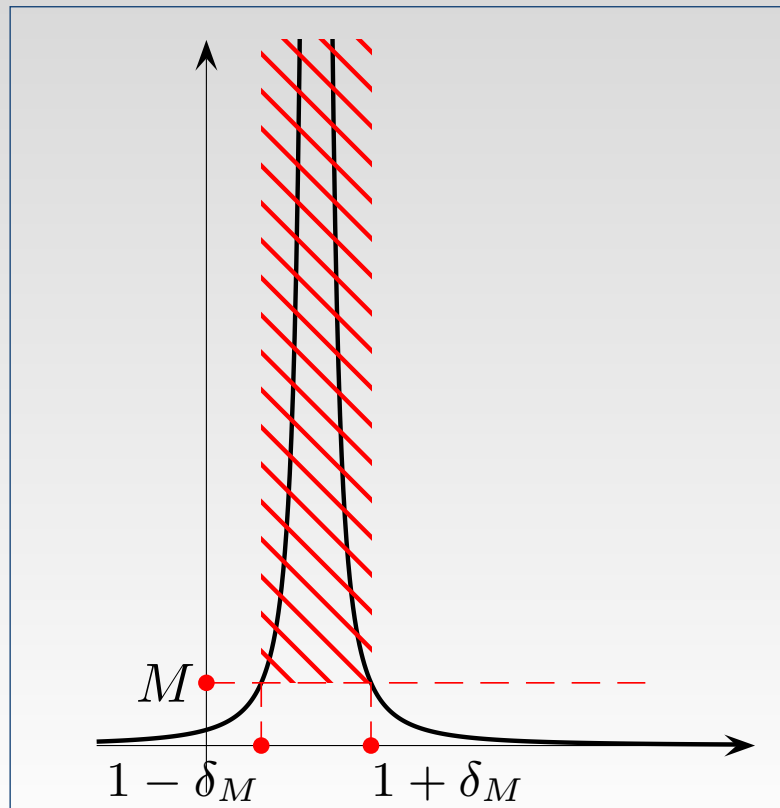


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x - 1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

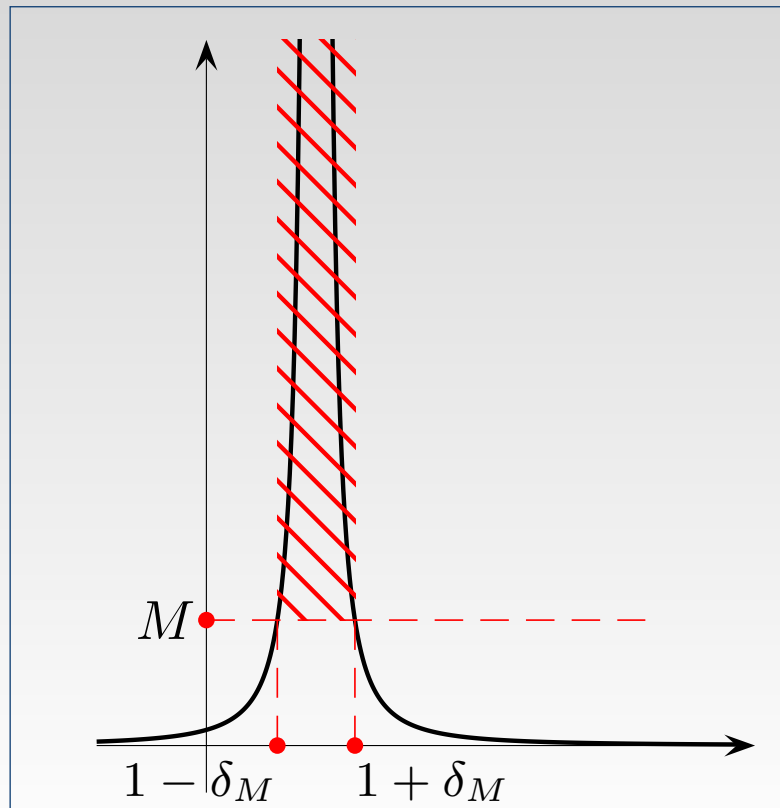
Limiti e continuità

Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x - 1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

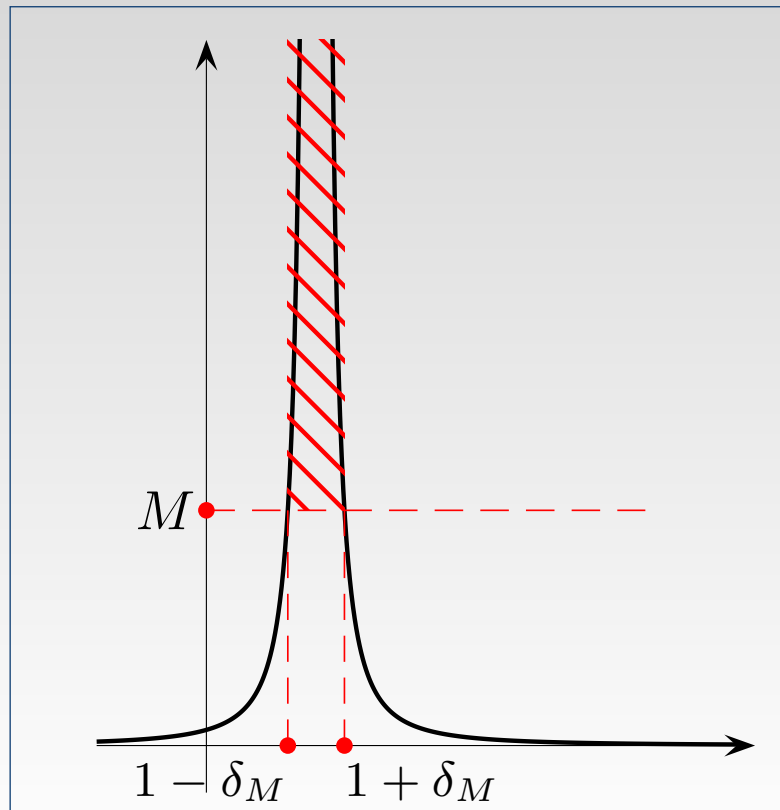
Limiti e continuità

Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x - 1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

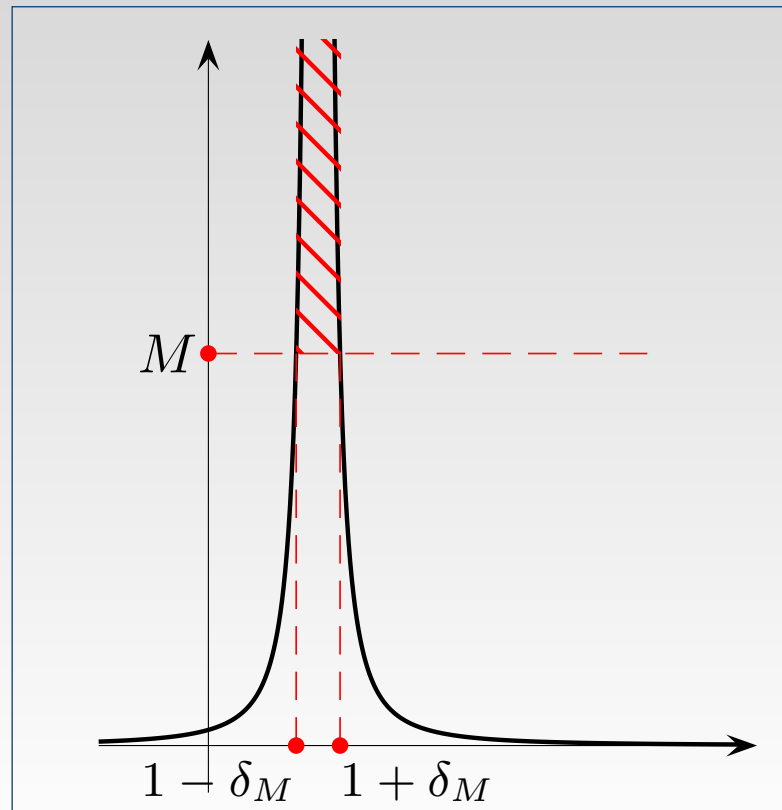
Limiti e continuità

Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x - 1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

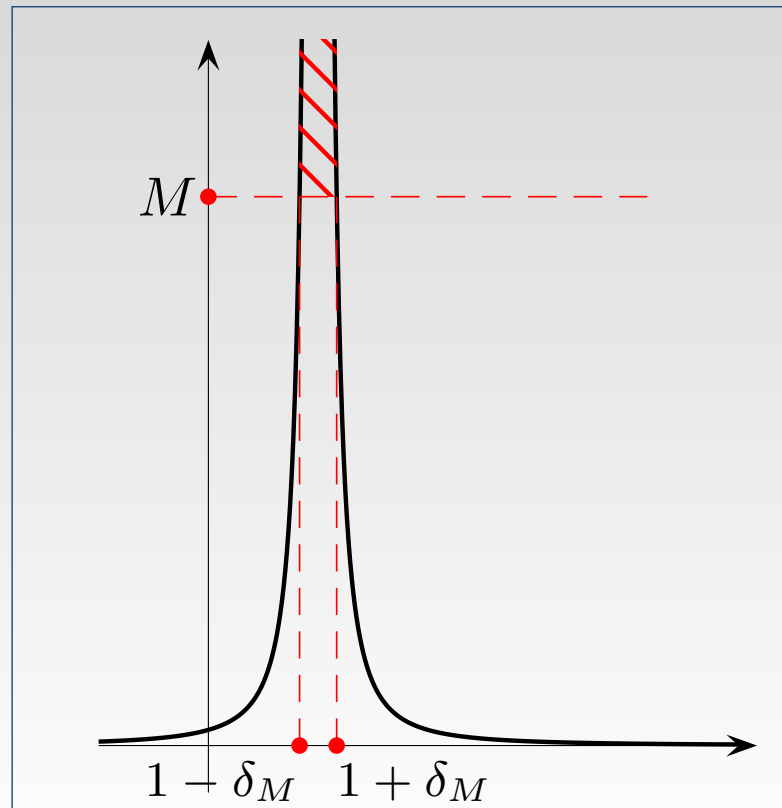
Limiti e continuità

Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la prima definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x - 1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

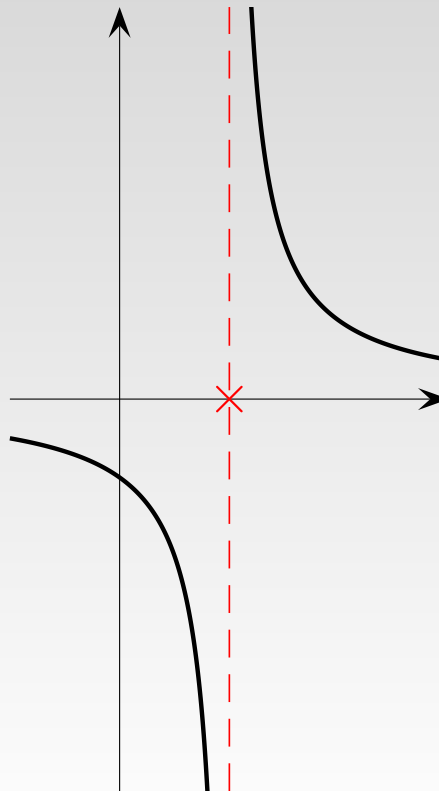
Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$



[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Esempio introduttivo](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^\pm\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^\pm\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

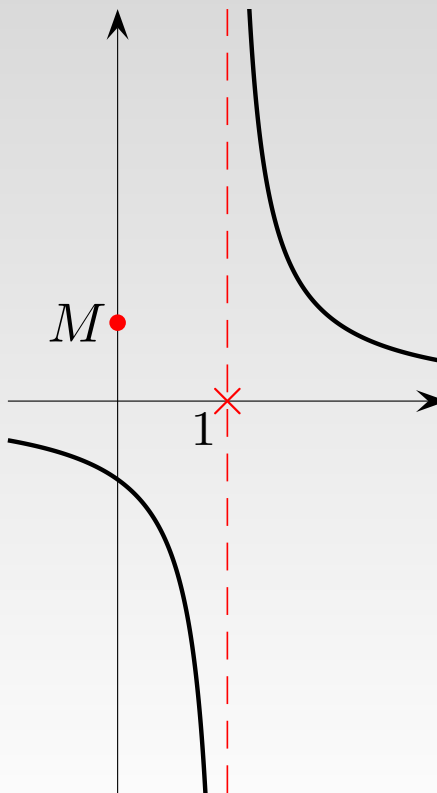


Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

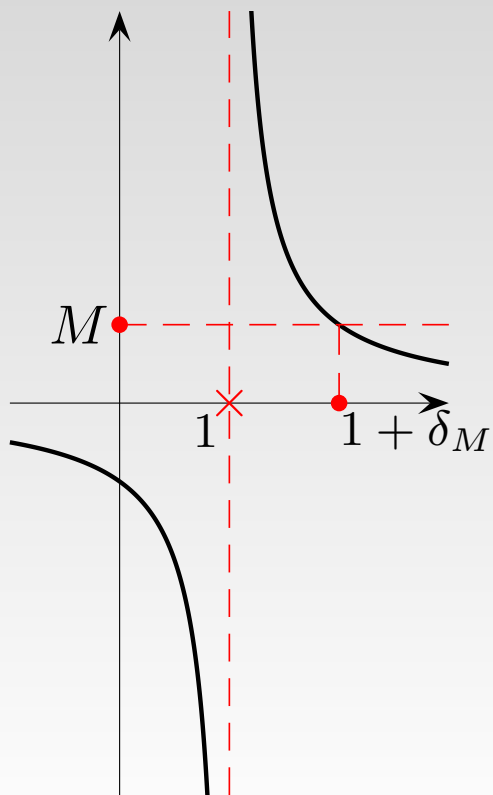


Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
si riesce a trovare un δ_M



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

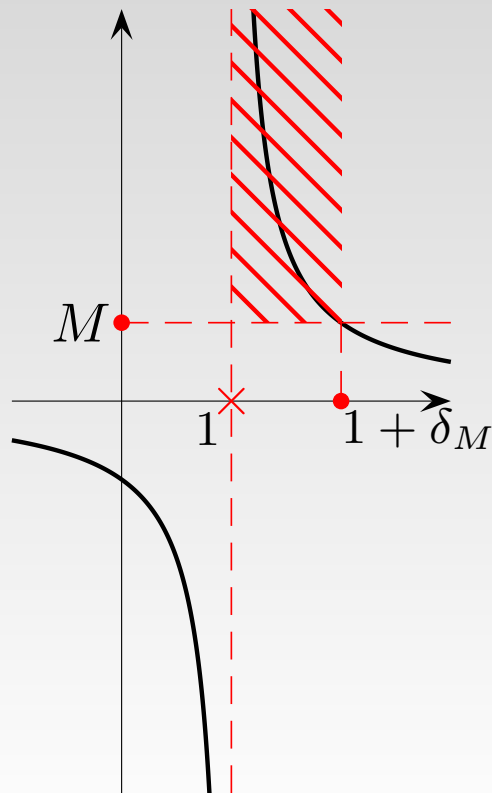
Limiti e continuità



Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

Dato un arbitrario M
 si riesce a trovare un δ_M
 tale che il grafico,
 per $1 < x < 1 + \delta_M$,
 stia tutto nella striscia
 tratteggiata



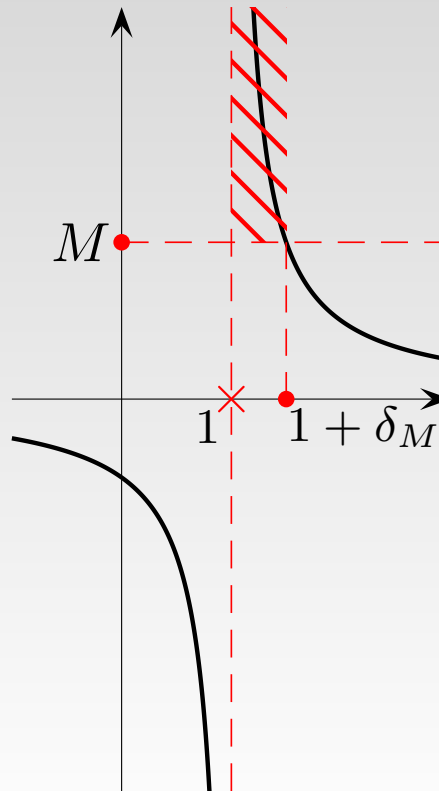
- p. 26/39

Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
 si riesce a trovare un δ_M
 tale che il grafico,
 per $1 < x < 1 + \delta_M$,
 stia tutto nella striscia
 tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

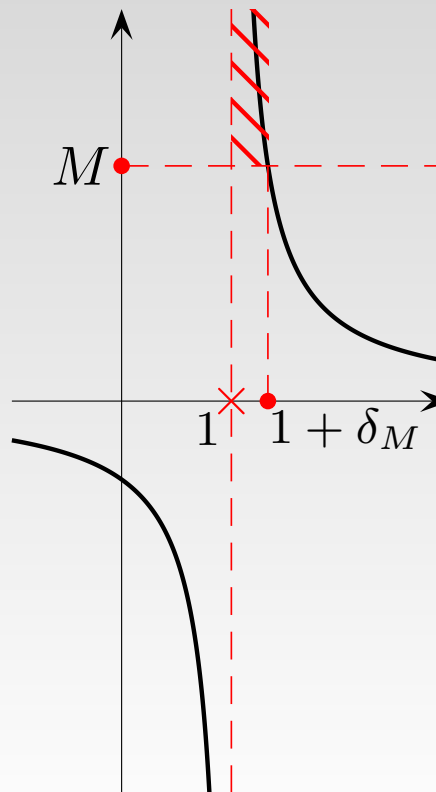
Limiti e continuità



Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

Dato un arbitrario M
 si riesce a trovare un δ_M
 tale che il grafico,
 per $1 < x < 1 + \delta_M$,
 stia tutto nella striscia
 tratteggiata



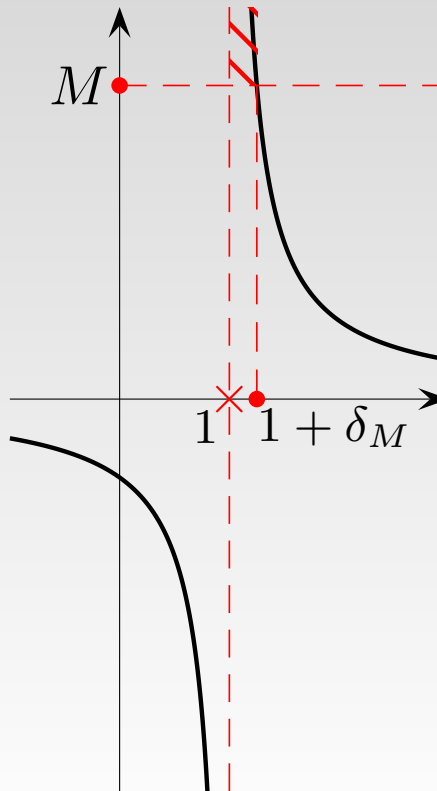
- p. 26/39

Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
 si riesce a trovare un δ_M
 tale che il grafico,
 per $1 < x < 1 + \delta_M$,
 stia tutto nella striscia
 tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

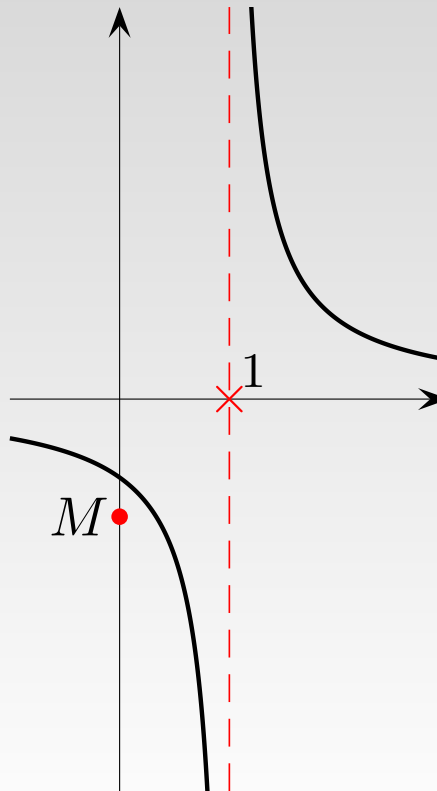


Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
si riesce a trovare un δ_M
tale che il grafico,
per $1 - \delta_M < x < 1$,
stia tutto nella striscia
tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

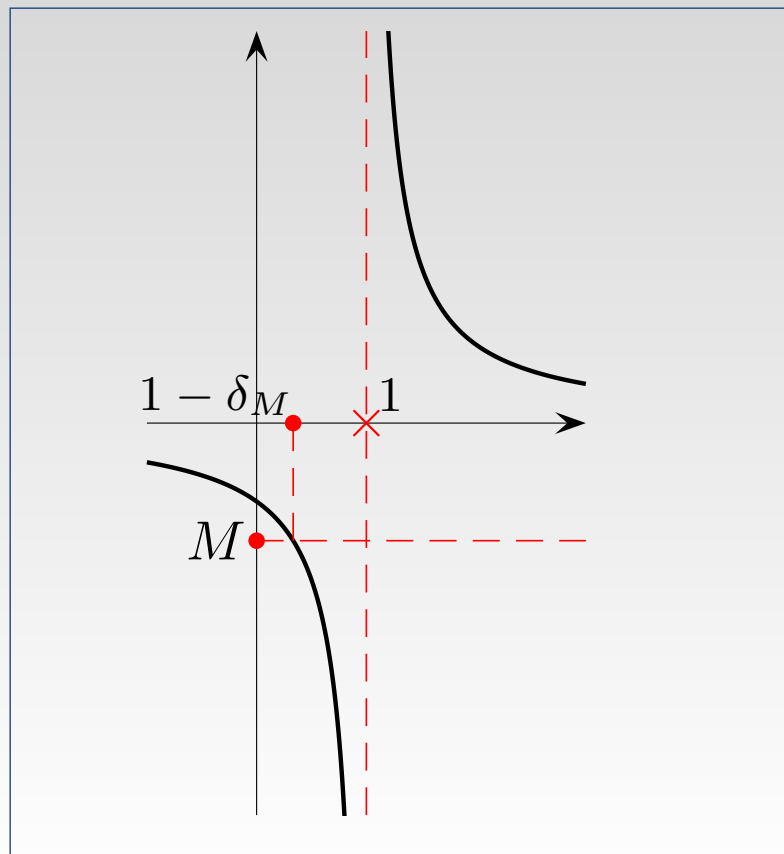


Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
 si riesce a trovare un δ_M
 tale che il grafico,
 per $1 - \delta_M < x < 1$,
 stia tutto nella striscia
 tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

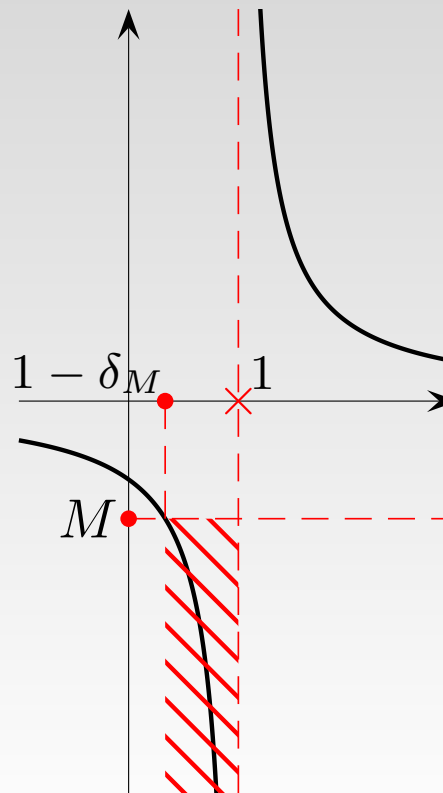


Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
 si riesce a trovare un δ_M
 tale che il grafico,
 per $1 - \delta_M < x < 1$,
 stia tutto nella striscia
 tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

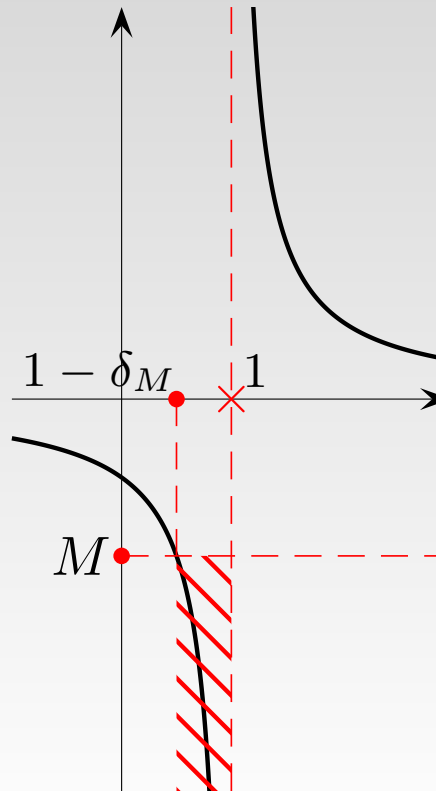


Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
 si riesce a trovare un δ_M
 tale che il grafico,
 per $1 - \delta_M < x < 1$,
 stia tutto nella striscia
 tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

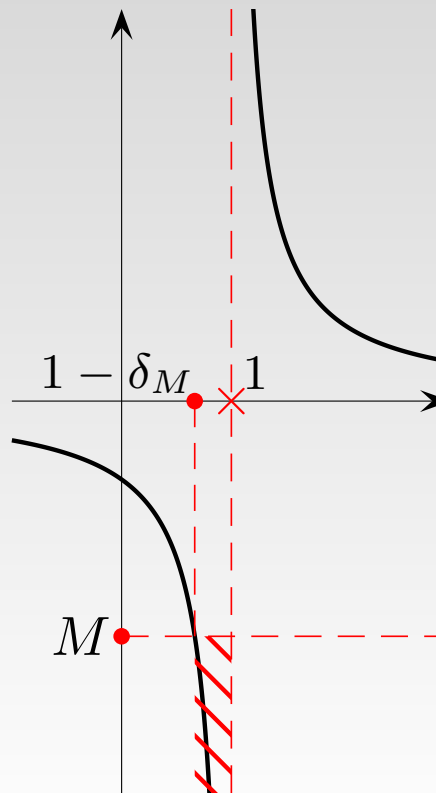


Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
 si riesce a trovare un δ_M
 tale che il grafico,
 per $1 - \delta_M < x < 1$,
 stia tutto nella striscia
 tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

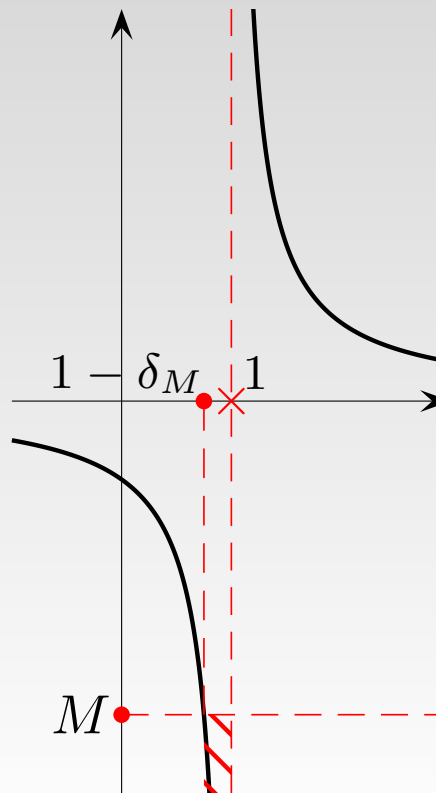


Illustriamo le altre definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
 si riesce a trovare un δ_M
 tale che il grafico,
 per $1 - \delta_M < x < 1$,
 stia tutto nella striscia
 tratteggiata



Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^\pm$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^\pm$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

■ Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

fornisce informazioni sul comportamento della funzione quando x è molto grande

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Esempio introduttivo](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0\$](#)

[Illustrazione della definizione](#)

[Limite finito per \$x \rightarrow x_0^\pm\$](#)

[Un'importante osservazione](#)

[Altri limiti](#)

[Limite \$+\infty\$ per \$x \rightarrow x_0^\pm\$](#)

[Illustrazione delle definizioni](#)

[Ricapitolazione](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

■ Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

fornisce informazioni sul comportamento della funzione quando x è molto grande

■ Il limite

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

fornisce informazioni sul comportamento della funzione quando x è vicino a x_0 (ma diverso da x_0)

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Un'importante osservazione

Altri limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^{\pm}$

Illustrazione delle definizioni

Ricapitolazione

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Verifiche di limite

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Problematiche e obiettivi](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$,

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right|$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right|$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \leq |x| \cdot 1$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \leq |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \leq |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, **fissato un qualunque $\varepsilon > 0$** , bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \leq |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, **fissato un qualunque $\varepsilon > 0$** , bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \leq |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, **fissato un qualunque $\varepsilon > 0$** , bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \leq |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, **fissato un qualunque $\varepsilon > 0$** , bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \leq |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 1

Verifichiamo che

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

Per definizione, fissato un qualunque $\varepsilon > 0$, bisogna trovare un $\delta > 0$ tale che

$$x \neq 0, -\delta < x < \delta \implies -\varepsilon < x \operatorname{sen} \frac{1}{x} < \varepsilon$$

ovvero che

$$0 < |x| < \delta \implies \left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| < \varepsilon$$

Prendendo $\delta = \varepsilon$, se $0 < |x| < \delta = \varepsilon$, allora

$$\left| x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| = |x| \cdot \left| \operatorname{sen} \frac{1}{x} \right| \leq |x| \cdot 1 < \varepsilon$$

Ricapitolando. **Quindi, per definizione**

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

Esempio 2

Si può verificare che

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 1}{x + 1} = 1$$

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Problematiche e obiettivi](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Esempio 2

Si può verificare che

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 1}{x + 1} = 1$$

Per definizione, dato $\varepsilon > 0$, tutto sta a trovare $\delta_\varepsilon > 0$ tale che

$$0 < |x - 1| < \delta_\varepsilon \text{ implica } \left| \frac{3x - 1}{x + 1} - 1 \right| < \varepsilon$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 2

Si può verificare che

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 1}{x + 1} = 1$$

Per definizione, dato $\varepsilon > 0$, tutto sta a trovare $\delta_\varepsilon > 0$ tale che

$$0 < |x - 1| < \delta_\varepsilon \text{ implica } \left| \frac{3x - 1}{x + 1} - 1 \right| < \varepsilon$$

Per $\varepsilon < 2$ si può prendere

$$\delta_\varepsilon = \min \left\{ \frac{2\varepsilon}{2 + \varepsilon}, \frac{2\varepsilon}{2 - \varepsilon} \right\}$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Esempio 2

Si può verificare che

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 1}{x + 1} = 1$$

Per definizione, dato $\varepsilon > 0$, tutto sta a trovare $\delta_\varepsilon > 0$ tale che

$$0 < |x - 1| < \delta_\varepsilon \text{ implica } \left| \frac{3x - 1}{x + 1} - 1 \right| < \varepsilon$$

Per $\varepsilon < 2$ si può prendere

$$\delta_\varepsilon = \min \left\{ \frac{2\varepsilon}{2 + \varepsilon}, \frac{2\varepsilon}{2 - \varepsilon} \right\}$$

Questa scelta non è evidente (vedi Libro)

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità



Posto $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$, osserviamo che $f(1) = 1$ cioè

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Problematiche e obiettivi](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Posto $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$, osserviamo che $f(1) = 1$ cioè

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

In questo caso il limite di f per $x \rightarrow x_0$
si ottiene calcolando il valore $f(x_0)$

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Problematiche e obiettivi](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Posto $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$, osserviamo che $f(1) = 1$ cioè

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

In questo caso il limite di f per $x \rightarrow x_0$
si ottiene calcolando il valore $f(x_0)$

Problema: È una situazione generale?

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Problematiche e obiettivi](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Problematiche e obiettivi

Verificare il limite mediante la definizione è scomodo e difficile

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Problematiche e obiettivi](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Problematiche e obiettivi

Verificare il limite mediante la definizione è scomodo e difficile

Obiettivo: trovare dei metodi più rapidi per il calcolo e la verifica dei limiti

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Problematiche e obiettivi](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Problematiche e obiettivi

Verificare il limite mediante la definizione è scomodo e difficile

Obiettivo: trovare dei metodi più rapidi per il calcolo e la verifica dei limiti

↓
Teoremi sui limiti

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Problematiche e obiettivi](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Problematiche e obiettivi

Verificare il limite mediante la definizione è scomodo e difficile

Obiettivo: trovare dei metodi più rapidi per il calcolo e la verifica dei limiti

Teoremi sui limiti

Funzioni continue

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Problematiche e obiettivi](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)



Problematiche e obiettivi

Verificare il limite mediante la definizione è scomodo e difficile

Obiettivo: trovare dei metodi più rapidi per il calcolo e la verifica dei limiti

Teoremi sui limiti

Funzioni continue

Operazioni coi limiti

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Esempio 1

Esempio 2

Problematiche e obiettivi

Operazioni con i limiti

Limiti e continuità

□ □ □ □

Operazioni con i limiti

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

I numeri reali ampliati

Teorema (operazioni con i limiti)

Limiti e continuità

I numeri reali ampliati

Definiamo

$$\overline{\mathbb{R}} := \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$$

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[I numeri reali ampliati](#)

[Teorema \(operazioni con i limiti\)](#)

[Limiti e continuità](#)



I numeri reali ampliati

Definiamo

$$\overline{\mathbb{R}} := \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$$

con le seguenti regole di calcolo:

$$+\infty + c = c + \infty := +\infty, \quad -\infty + c = c - \infty := -\infty,$$

$$+\infty + \infty := +\infty, \quad -\infty - \infty := -\infty$$

$$\frac{c}{\pm\infty} := 0 \quad \text{dove } c \in \mathbb{R}$$

$$(\pm\infty) \cdot (\pm\infty) := (\text{prodotto dei segni})\infty$$

$$(\pm\infty) \cdot c := (\text{prodotto dei segni})\infty \quad \text{dove } c \neq 0$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

I numeri reali ampliati

Teorema (operazioni con i limiti)

Limiti e continuità



I numeri reali ampliati

Definiamo

$$\overline{\mathbb{R}} := \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$$

con le seguenti regole di calcolo:

$$+\infty + c = c + \infty := +\infty, \quad -\infty + c = c - \infty := -\infty,$$

$$+\infty + \infty := +\infty, \quad -\infty - \infty := -\infty$$

$$\frac{c}{\pm\infty} := 0 \quad \text{dove } c \in \mathbb{R}$$

$$(\pm\infty) \cdot (\pm\infty) := (\text{prodotto dei segni})\infty$$

$$(\pm\infty) \cdot c := (\text{prodotto dei segni})\infty \quad \text{dove } c \neq 0$$

Restano indeterminati i risultati delle seguenti operazioni

$$+\infty - \infty \quad (\pm\infty) \cdot 0 \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty} \quad \frac{0}{0} \quad \frac{\pm\infty}{0}$$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

I numeri reali ampliati

Teorema (operazioni con i limiti)

Limiti e continuità



Teorema (operazioni con i limiti)

Teorema. Siano f e g due funzioni con

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \alpha \in \overline{\mathbb{R}}, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \beta \in \overline{\mathbb{R}}$$

con $x_0 \in \overline{\mathbb{R}}$.

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[I numeri reali ampliati](#)

[Teorema \(operazioni con i limiti\)](#)

[Limiti e continuità](#)



Teorema (operazioni con i limiti)

Teorema. Siano f e g due funzioni con

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \alpha \in \overline{\mathbb{R}}, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \beta \in \overline{\mathbb{R}}$$

con $x_0 \in \overline{\mathbb{R}}$. Allora si ha

■ **somma:** $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \alpha + \beta$

in tutti i casi in cui $\alpha + \beta$ è definito

■ **prodotto:** $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \alpha \cdot \beta$

in tutti i casi in cui $\alpha \cdot \beta$ è definito

■ **quoziente:** se $\alpha \neq 0$ e $f(x) \neq 0 \quad \forall x$ allora

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\alpha}$$

■ **valore assoluto:** $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\alpha|$

Limiti di funzioni reali

Limiti di successioni

Altri Limiti

Verifiche di limite

Operazioni con i limiti

I numeri reali ampliati

Teorema (operazioni con i limiti)

Limiti e continuità



Limiti e continuità

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

[Definizioni](#)

[Teoremi sulla continuità](#)

[Continuità e funzioni elementari](#)

Sia I un intervallo di estremi a e b con $a < b$.
Sia $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione e $x_0 \in I$

Si dice che f è **continua in x_0** se

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

intendendo eventualmente il limite da destra o da sinistra se x_0 è estremo di I

Se f non è continua in x_0 si dice che è **discontinua in x_0**

Si dice che f è **continua in I** se è continua in ogni punto di I

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

[Definizioni](#)

[Teoremi sulla continuità](#)

[Continuità e funzioni elementari](#)

Teoremi sulla continuità

Dal Teorema sulle operazioni con i limiti si ha

Teorema. Siano $f, g : I \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni continue in $x_0 \in I$. Allora

- $f + g$ è continua in x_0
- $f \cdot g$ è continua in x_0
- f/g è continua in x_0 , se $g(x_0) \neq 0$
- $|f|$ è continua in x_0
- l'inversa di una funzione continua è continua
- la composta di funzioni continue è continua

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

[Definizioni](#)

[Teoremi sulla continuità](#)

[Continuità e funzioni elementari](#)

Continuità e funzioni elementari

Teorema. Tutte le funzioni elementari sono funzioni continue sul relativo dominio di definizione

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

[Definizioni](#)

[Teoremi sulla continuità](#)

[Continuità e funzioni elementari](#)



Continuità e funzioni elementari

Teorema. Tutte le funzioni elementari sono funzioni continue sul relativo dominio di definizione

Sono dunque continue le seguenti funzioni:

- funzioni lineari e affini
- potenze e radici n -esime
- polinomi
- funzioni razionali
- funzioni esponenziali e logaritmiche
- valore assoluto
- funzioni trigonometriche (sen, cos, tan)
- funzioni trigonometriche inverse

[Limiti di funzioni reali](#)

[Limiti di successioni](#)

[Altri Limiti](#)

[Verifiche di limite](#)

[Operazioni con i limiti](#)

[Limiti e continuità](#)

[Definizioni](#)

[Teoremi sulla continuità](#)

[Continuità e funzioni elementari](#)

