Le funzioni

Definizione di funzione

Siano A e B due insiemi non vuoti. Una funzione (o mappa o applicazione) f di A in B è una *legge* che ad ogni elemento di A fa corrispondere un unico elemento di B:

$$\forall\, x \in A \;\; \exists!\, y \in B \;:\; y = f(x)$$

Notazione:

$$\begin{aligned} f \,:\, A &\rightarrow B \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned}$$

A dominio

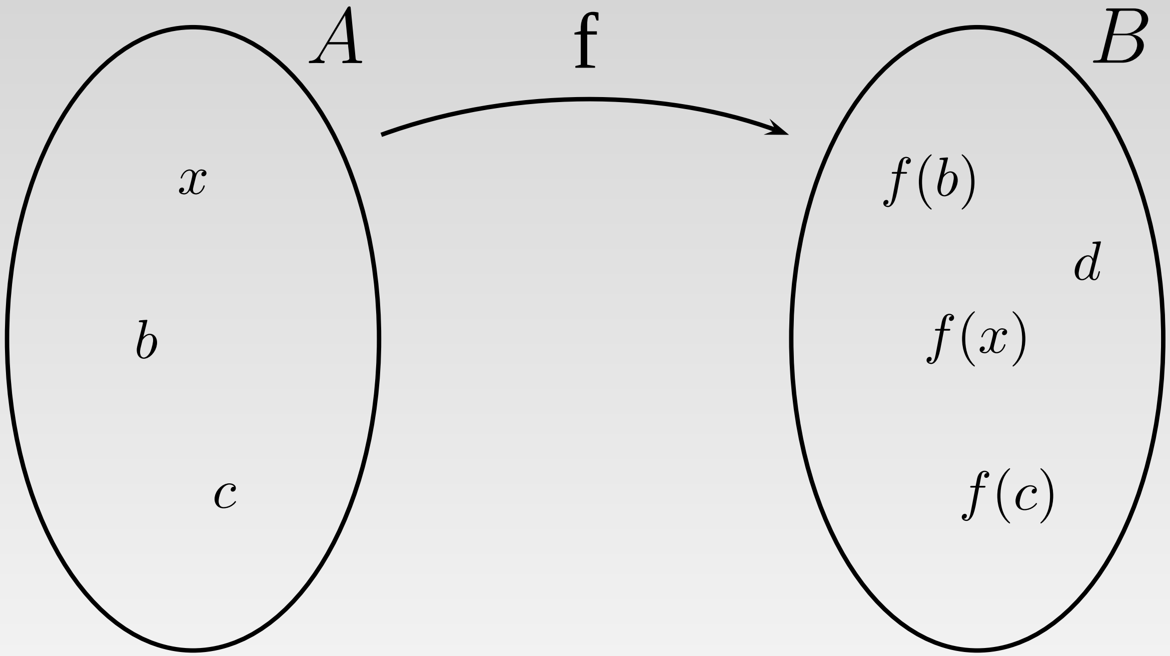
B codominio

x variabile

y valore di f in x

Rappresentazione

Utilizzando i diagrammi di Venn



Rappresentazione

Utilizzando i diagrammi di Venn

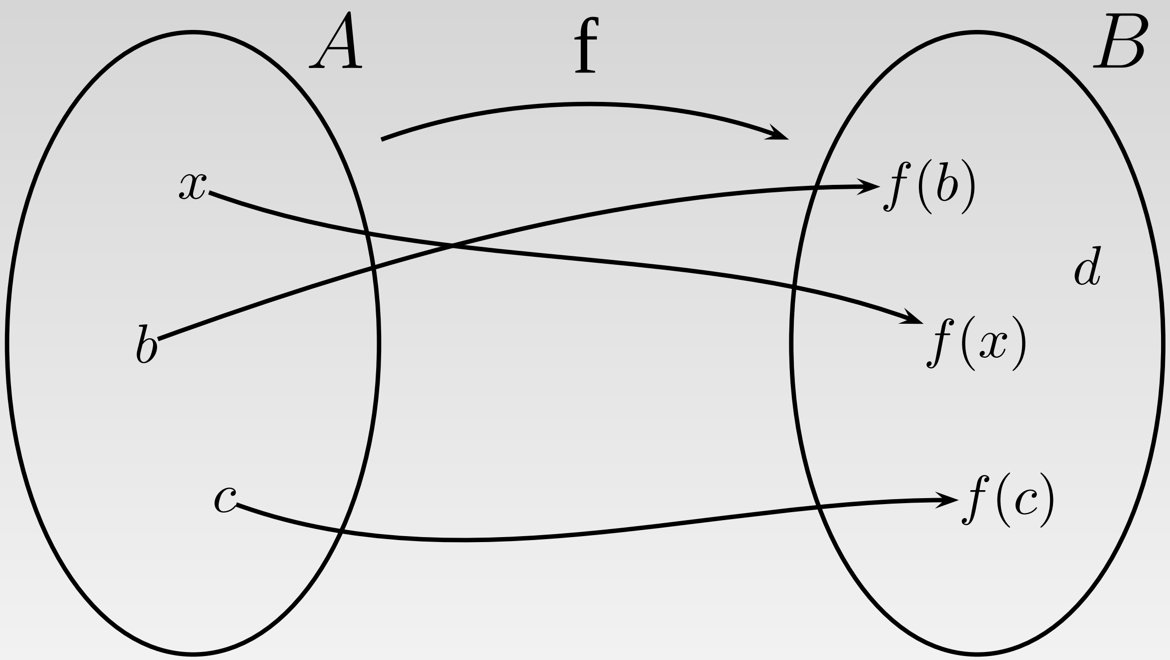


Grafico di una funzione

Sia $f : A \to B$ una funzione

L'insieme

$$G = \{(x, y) \in A \times B \ : \ y = f(x)\}$$
$$= \{(x, f(x)) \ : \ x \in A\}$$

si chiama grafico di f

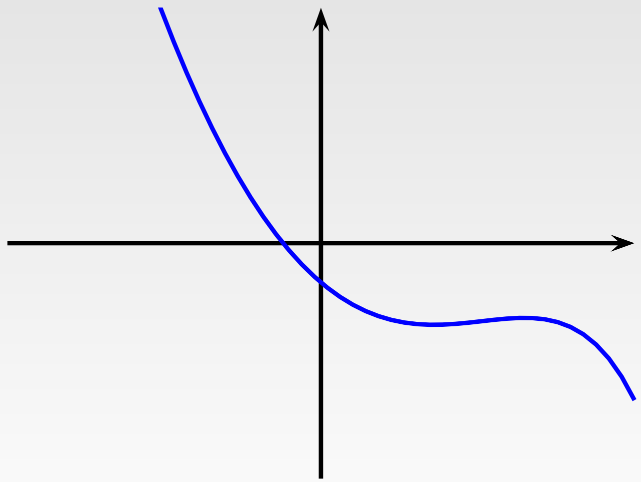
Grafico di una funzione

Sia $f : A \to B$ una funzione

L'insieme

$$G = \{(x, y) \in A \times B \ : \ y = f(x)\}$$
$$= \{(x, f(x)) \ : \ x \in A\}$$

si chiama grafico di f



Esempio di grafico

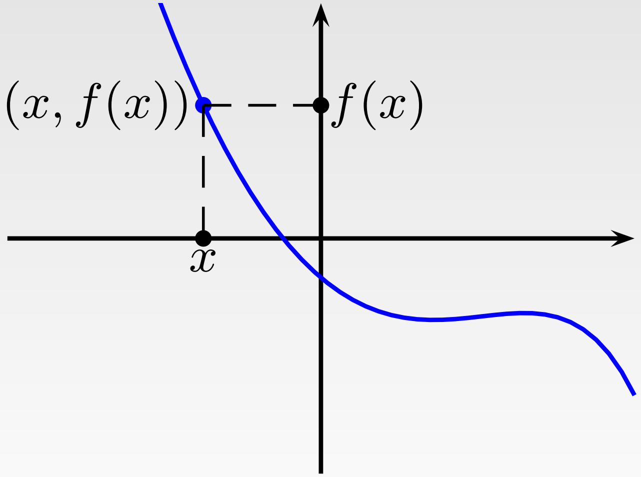
Grafico di una funzione

Sia $f : A \to B$ una funzione

L'insieme

$$\begin{aligned} G &= \{(x, y) \in A \times B \ : \ y = f(x)\} \\ &= \{(x, f(x)) \ : \ x \in A\} \end{aligned}$$

si chiama grafico di f



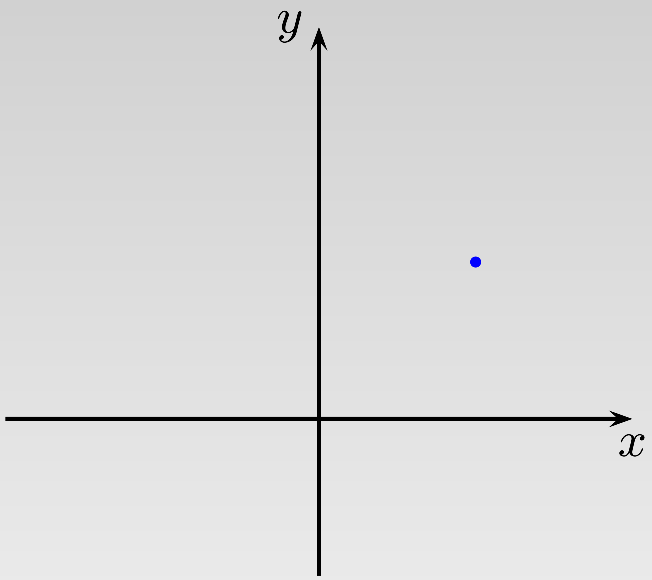
Esempio di grafico

Esempio

Grafico di $f(x) = x^2$

Esempio

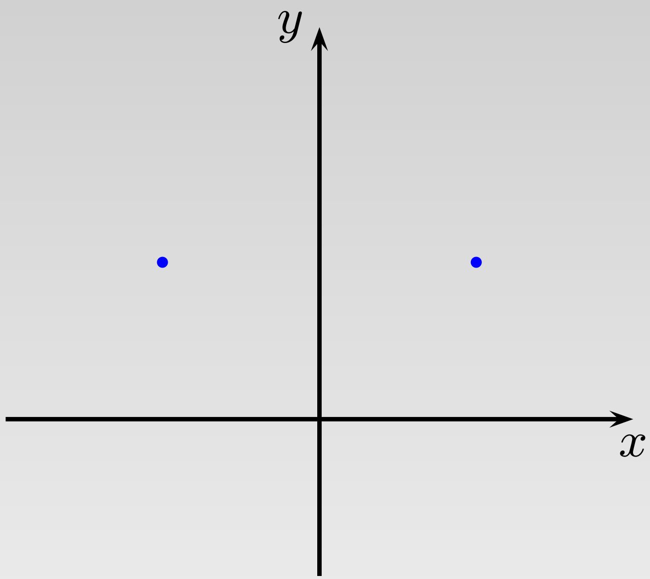
Grafico di $f(x) = x^2$



x	$y = x^2$
1	1^2

Esempio

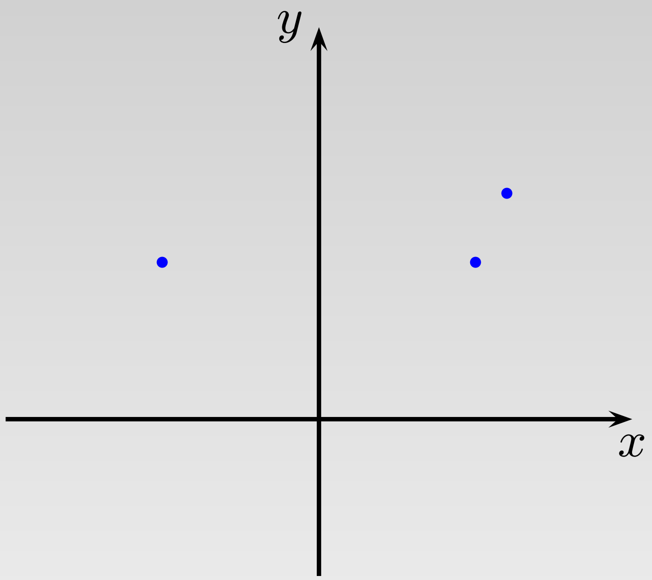
Grafico di $f(x) = x^2$



x	$y = x^2$
1	1^2
-1	1

Esempio

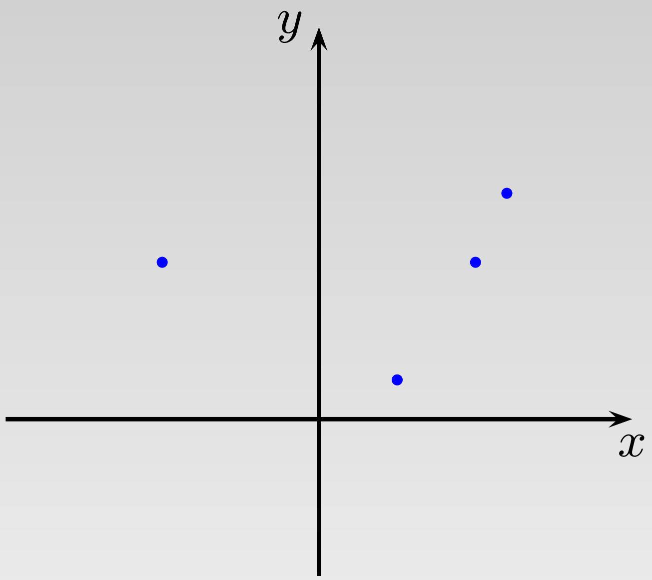
Grafico di $f(x) = x^2$



x	$y = x^2$
1	1^2
-1	1
1.2	1.44

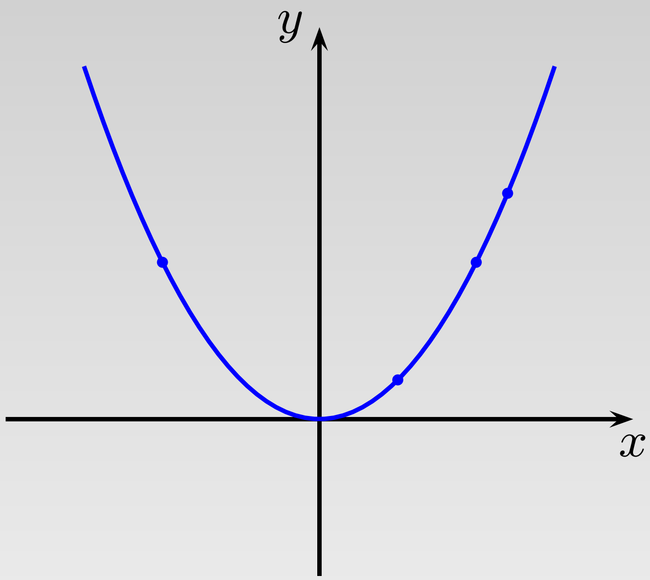
Esempio

Grafico di $f(x) = x^2$



x	$y = x^2$
1	1^2
-1	1
1.2	1.44
0.5	0.25

Grafico di $f(x) = x^2$



x	$y = x^2$
1	1^2
-1	1
1.2	1.44
0.5	0.25

Sia $f : A \to B$ e sia $C \subseteq A$. L'insieme

$$f(C) := \{f(x) \ : \ x \in C\}$$

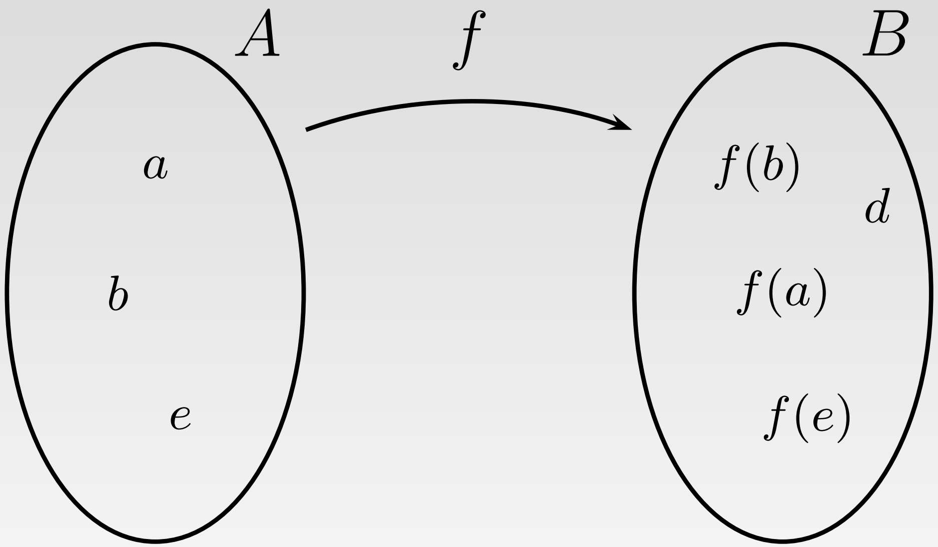
si dice **immagine** di C mediante f

Immagine

Sia $f : A \to B$ e sia $C \subseteq A$. L'insieme

$$f(C) := \{f(x) \ : \ x \in C\}$$

si dice immagine di C mediante f

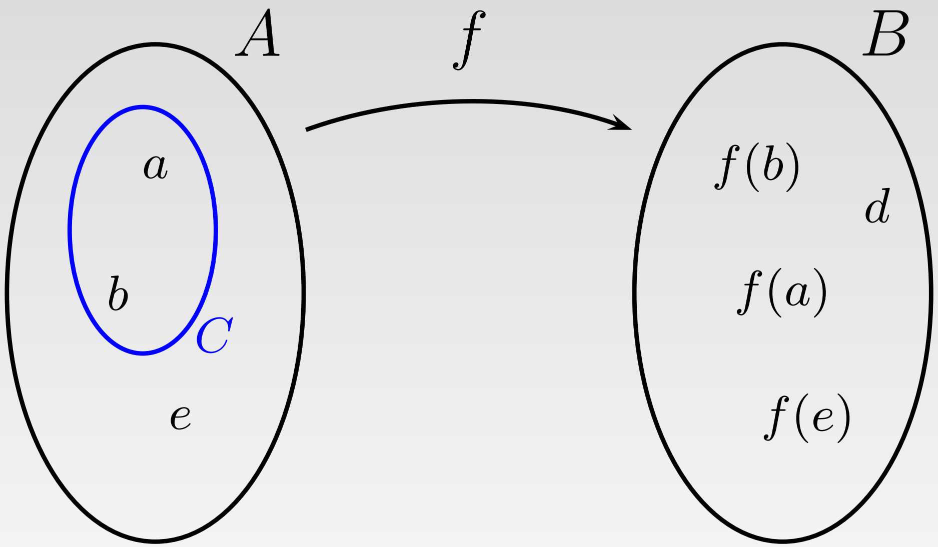


Immagine

Sia $f : A \to B$ e sia $C \subseteq A$. L'insieme

$$f(C) := \{f(x) \ : \ x \in C\}$$

si dice **immagine** di C mediante f



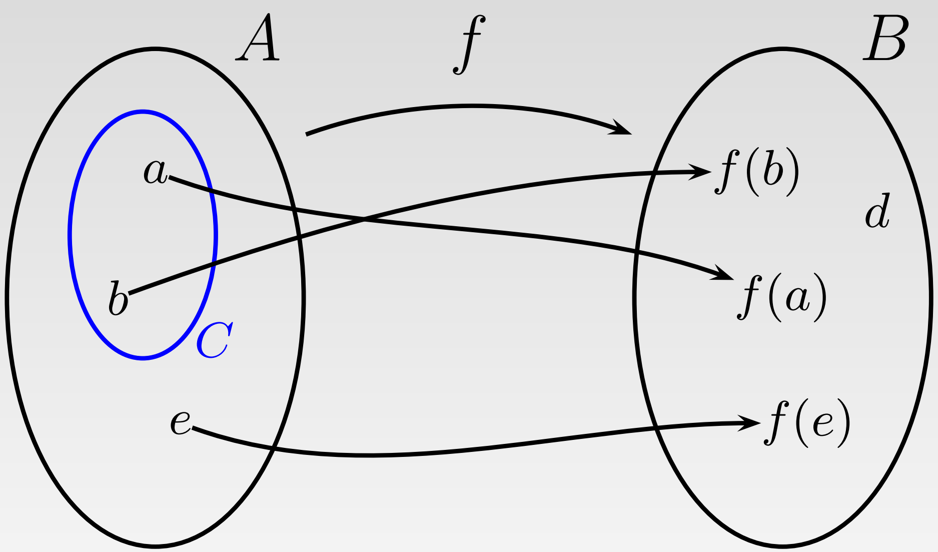
$C = \{a, b\}$

Immagine

Sia $f : A \to B$ e sia $C \subseteq A$. L'insieme

$$f(C) := \{f(x) \ : \ x \in C\}$$

si dice immagine di C mediante f



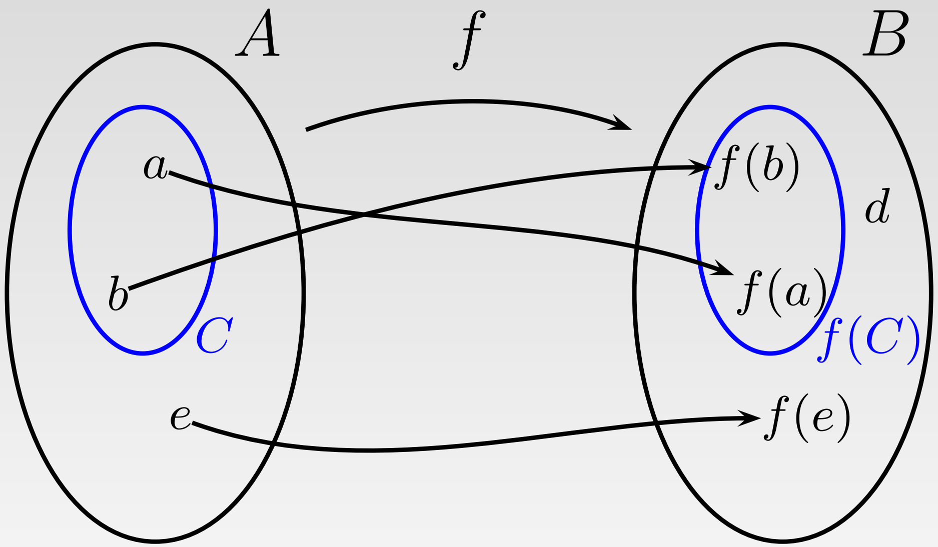
$C = \{a, b\}$

Immagine

Sia $f : A \to B$ e sia $C \subseteq A$. L'insieme

$$f(C) := \{f(x) \ : \ x \in C\}$$

si dice **immagine** di C mediante f



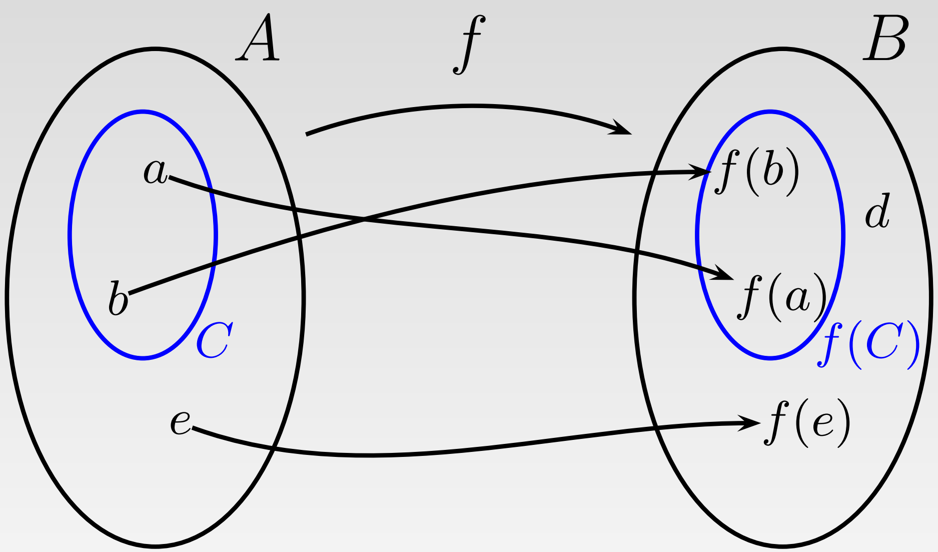
$C = \{a, b\}$ $\qquad$ $f(C) = \{f(a), f(b)\}$

Immagine

Sia $f : A \to B$ e sia $C \subseteq A$. L'insieme

$$f(C) := \{f(x) \ : \ x \in C\}$$

si dice immagine di C mediante f

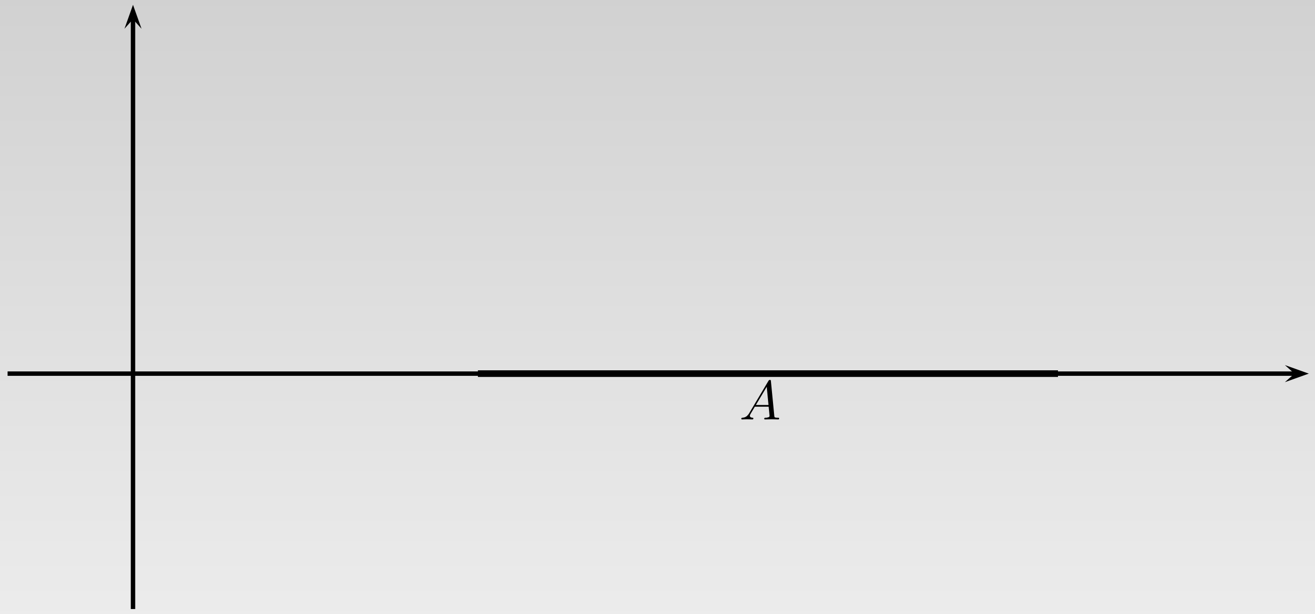


$C = \{a, b\}$ $\qquad$ $f(C) = \{f(a), f(b)\}$

L'immagine di f è $f(A)$

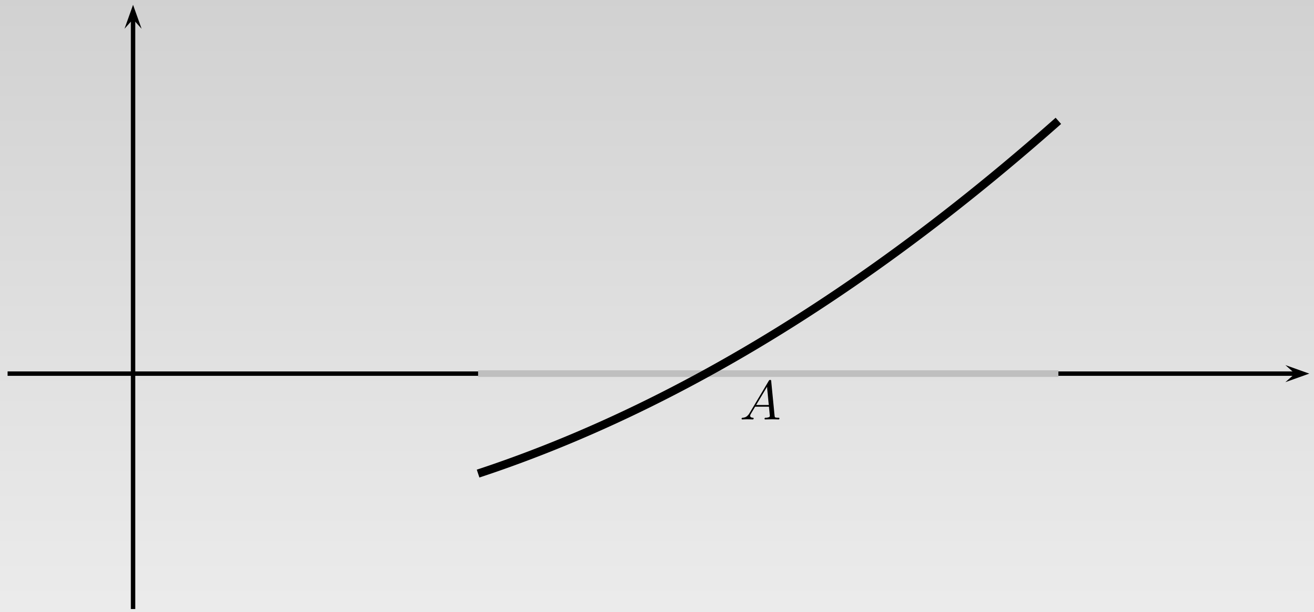
Come si trova l'immagine di una funzione $f : A \mapsto \mathbb{R}$ conoscendone il grafico?

Come si trova l'immagine di una funzione $f : A \mapsto \mathbb{R}$ conoscendone il grafico?



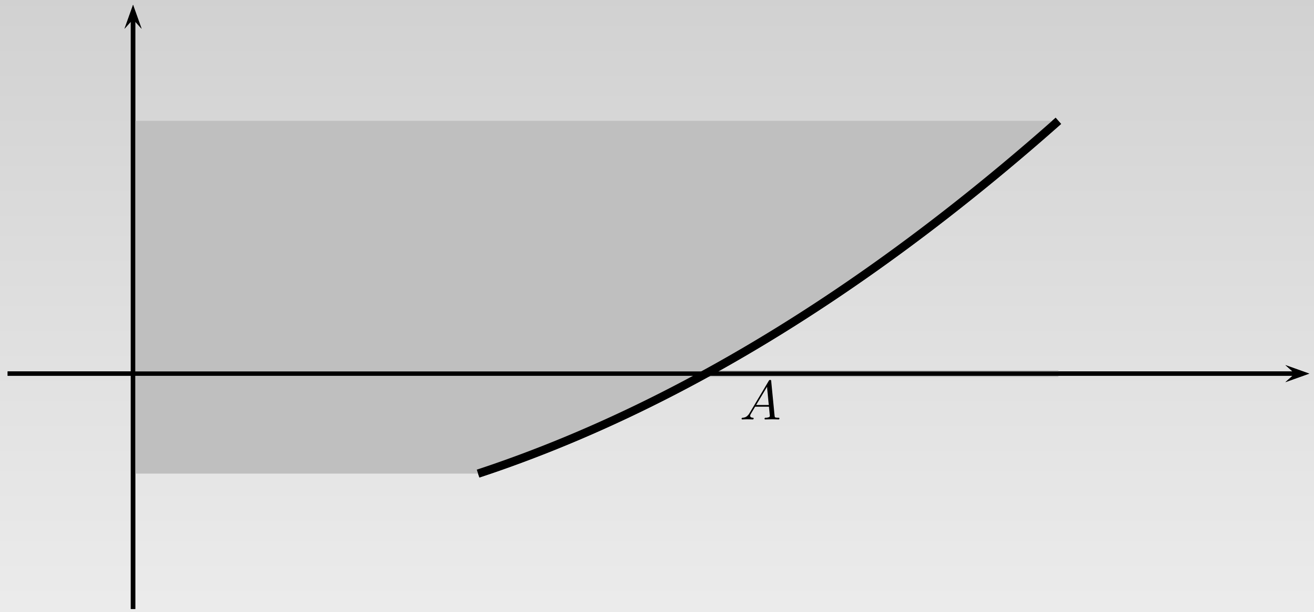
- si considera il dominio A

Come si trova l'immagine di una funzione $f : A \mapsto \mathbb{R}$ conoscendone il grafico?



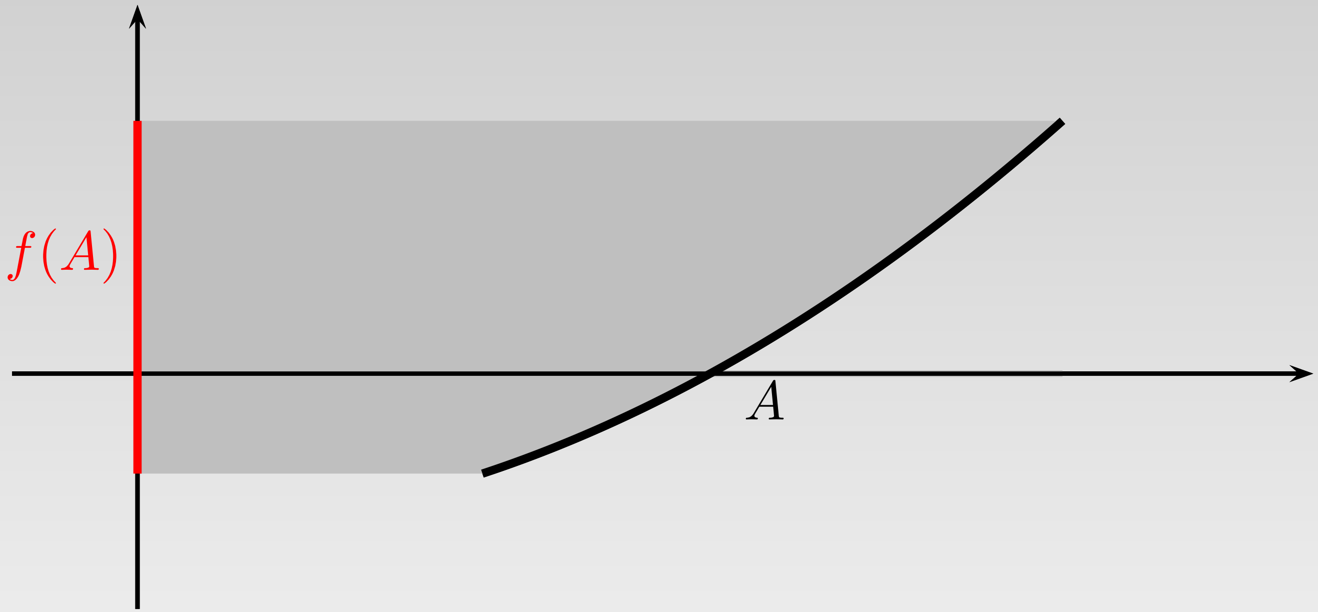
- si considera il dominio A
- si traccia il grafico di f

Come si trova l'immagine di una funzione $f : A \mapsto \mathbb{R}$ conoscendone il grafico?



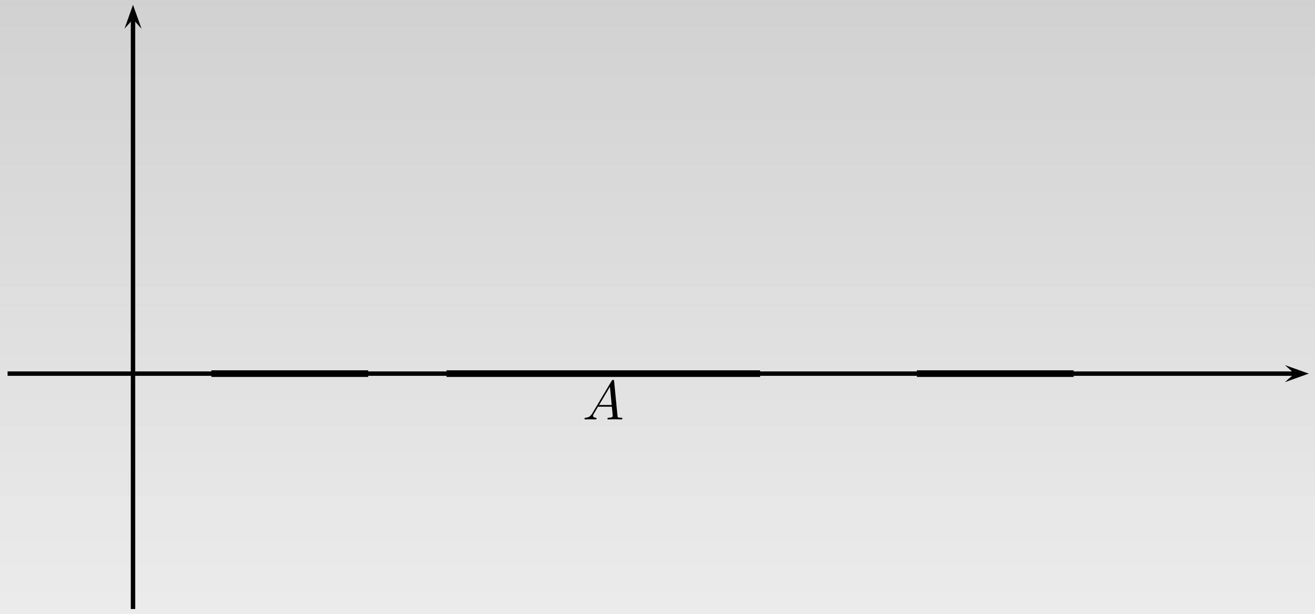
- si considera il dominio A
- si traccia il grafico di f
- si proietta il grafico sull'asse delle ordinate

Come si trova l'immagine di una funzione $f : A \mapsto \mathbb{R}$ conoscendone il grafico?



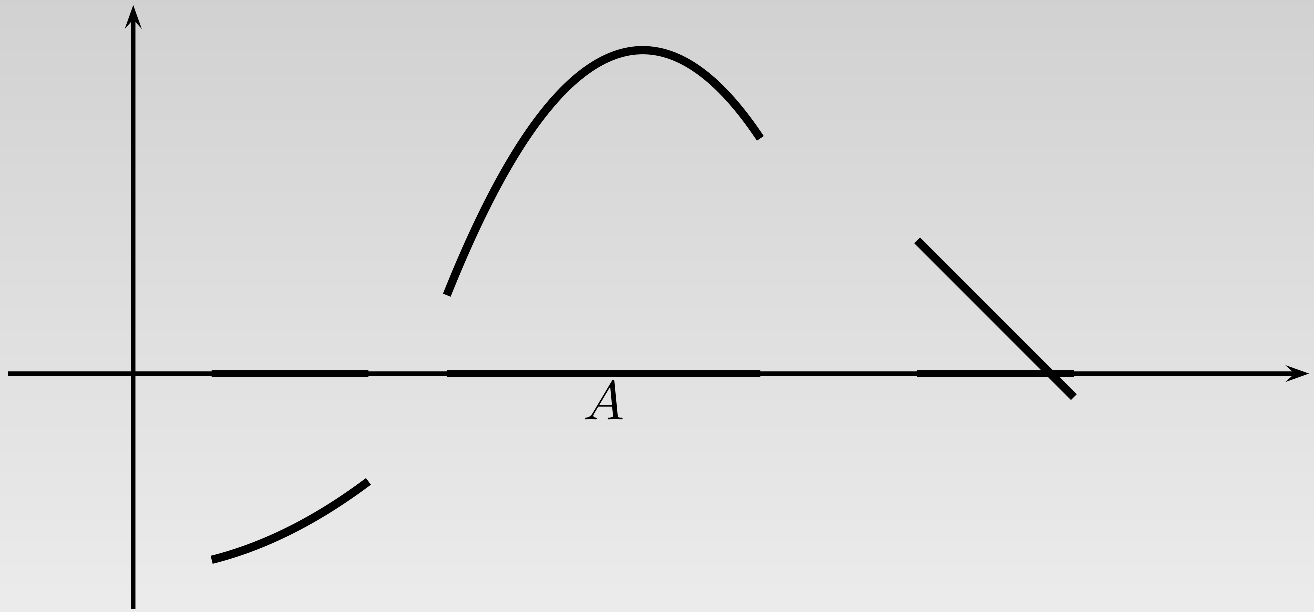
- si considera il dominio A
- si traccia il grafico di f
- si proietta il grafico sull'asse delle ordinate
- l'insieme ottenuto è $f(A)$

Come si trova l'immagine di una funzione $f : A \mapsto \mathbb{R}$ conoscendone il grafico?



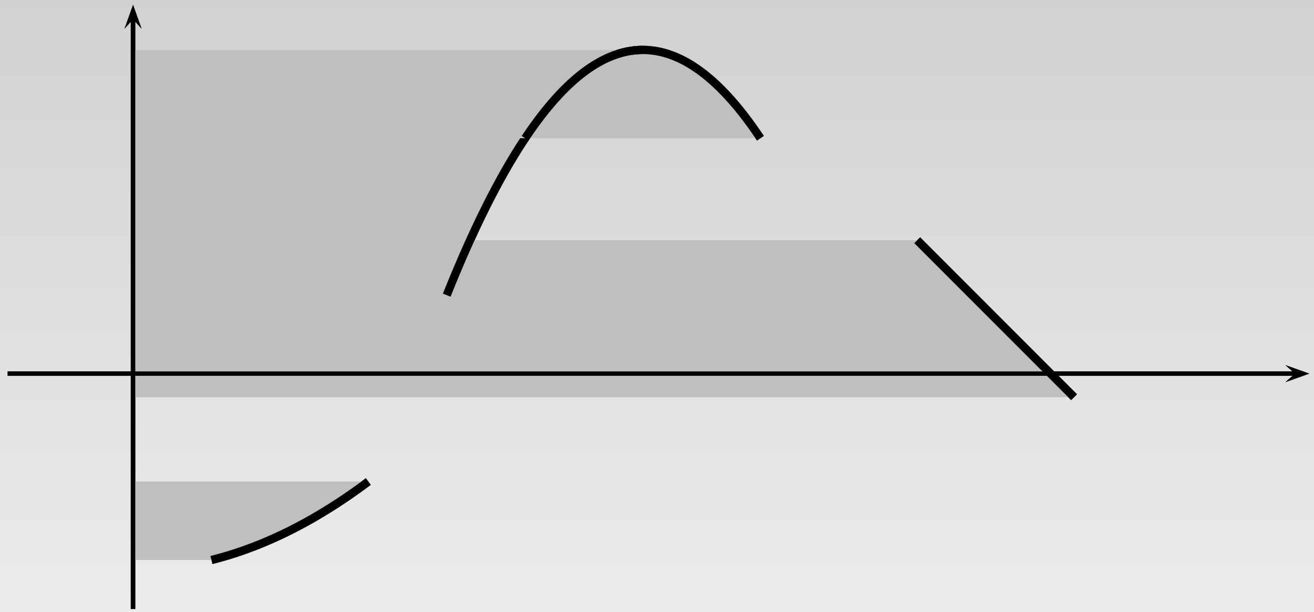
Altro esempio

Come si trova l'immagine di una funzione $f : A \mapsto \mathbb{R}$ conoscendone il grafico?



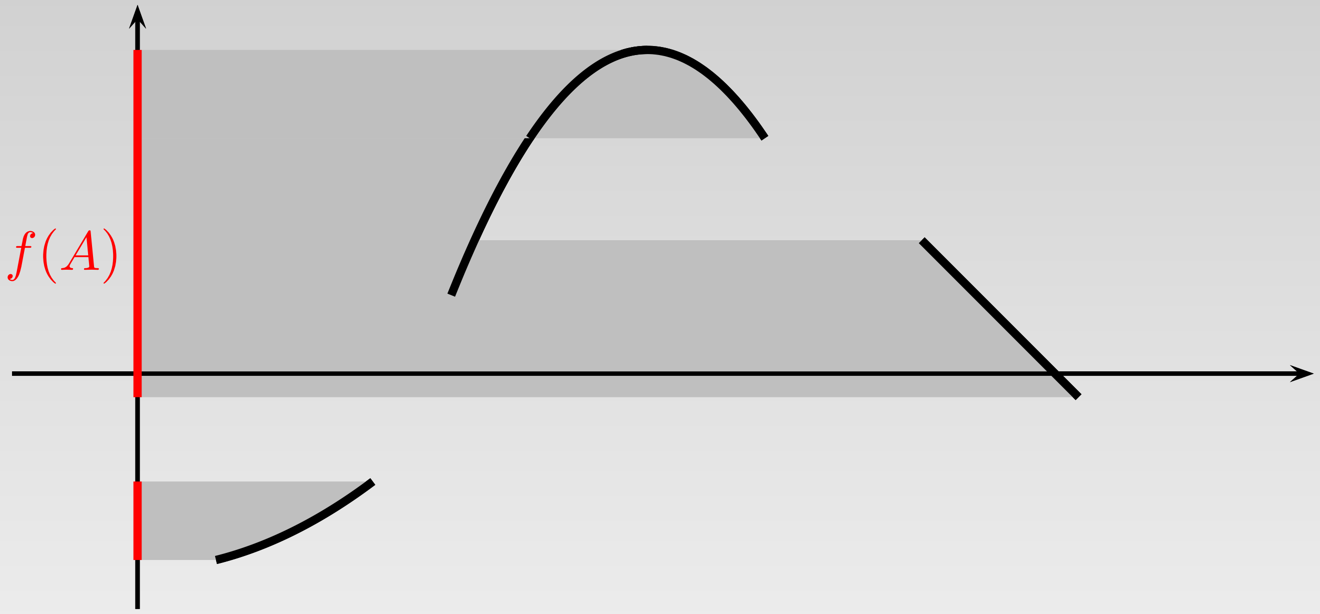
Altro esempio

Come si trova l'immagine di una funzione $f : A \mapsto \mathbb{R}$ conoscendone il grafico?



Altro esempio

Come si trova l'immagine di una funzione $f : A \mapsto \mathbb{R}$ conoscendone il grafico?



Altro esempio

Controimmagine

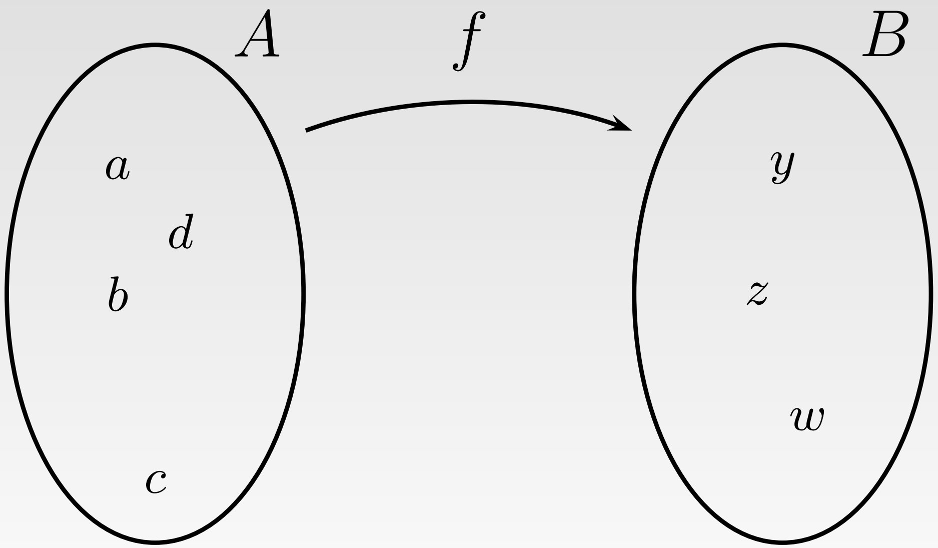
Sia $f : A \to B$ e sia $D \subseteq B$. Si chiama controimmagine o immagine inversa di D mediante f il sottoinsieme di A

$$f^{-1}(D) = \{x \in A \; : \; f(x) \in D\}$$

Controimmagine

Sia $f : A \to B$ e sia $D \subseteq B$. Si chiama **controimmagine** o **immagine inversa** di D mediante f il sottoinsieme di A

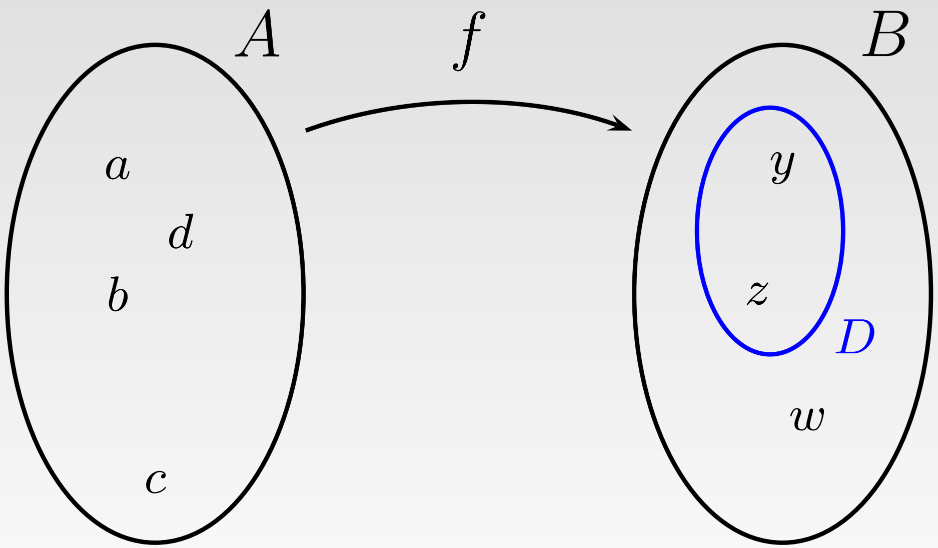
$$f^{-1}(D) = \{x \in A \; : \; f(x) \in D\}$$



Controimmagine

Sia $f : A \to B$ e sia $D \subseteq B$. Si chiama **controimmagine** o **immagine inversa** di D mediante f il sottoinsieme di A

$$f^{-1}(D) = \{x \in A \ : \ f(x) \in D\}$$

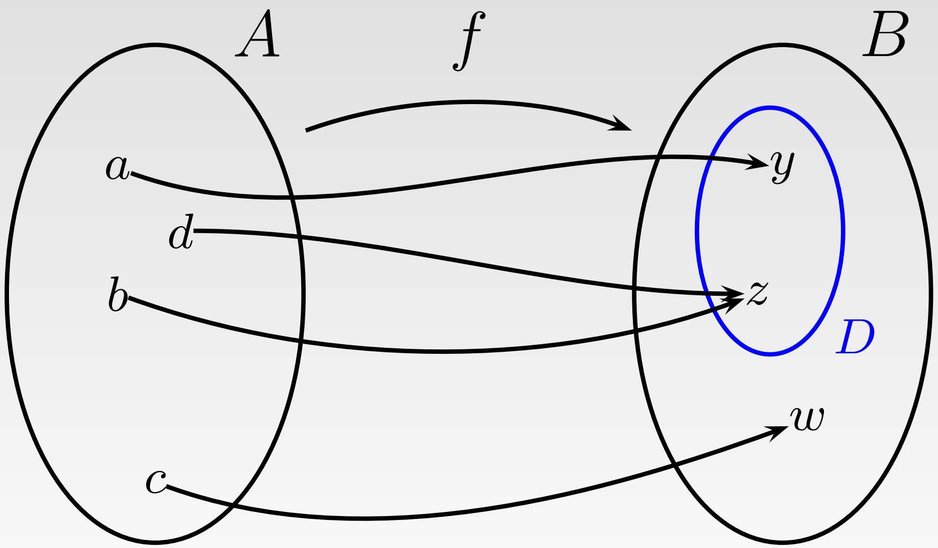


$$D = \{y, z\}$$

Controimmagine

Sia $f : A \to B$ e sia $D \subseteq B$. Si chiama **controimmagine** o **immagine inversa** di D mediante f il sottoinsieme di A

$$f^{-1}(D) = \{x \in A \ : \ f(x) \in D\}$$

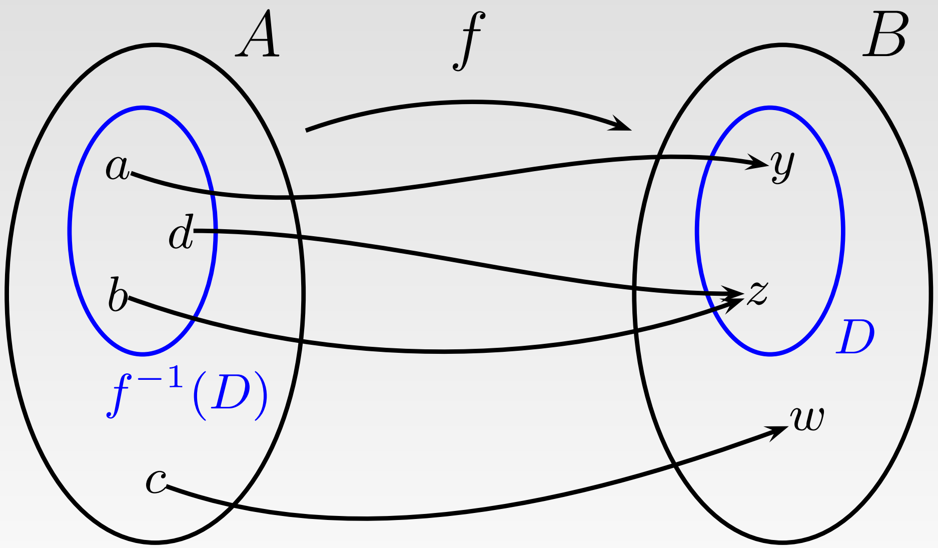


$$D = \{y, z\}$$

Controimmagine

Sia $f : A \to B$ e sia $D \subseteq B$. Si chiama **controimmagine** o **immagine inversa** di D mediante f il sottoinsieme di A

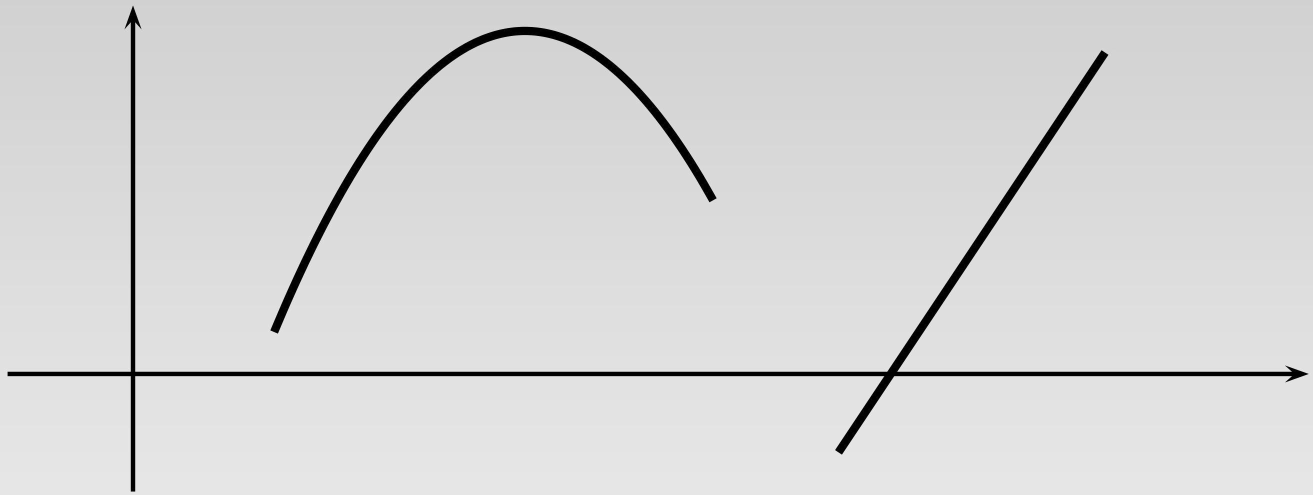
$$f^{-1}(D) = \{x \in A \ : \ f(x) \in D\}$$



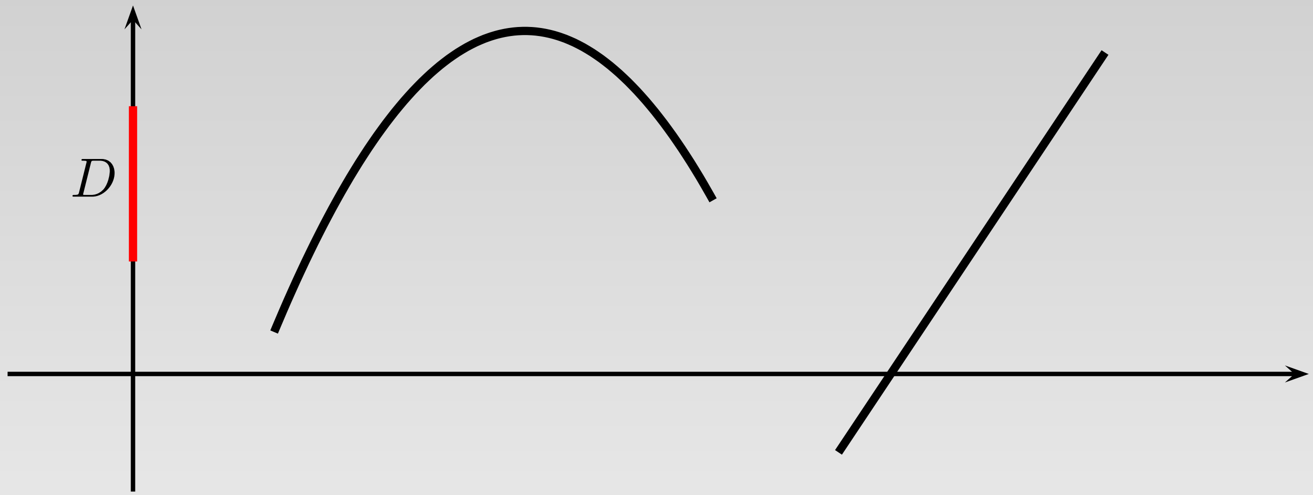
$f^{-1}(D) = \{a, b, d\}$ $\qquad$ $D = \{y, z\}$

Come si trova la controimmagine di D conoscendo il grafico di $f : A \mapsto \mathbb{R}$?

Come si trova la controimmagine di D conoscendo il grafico di $f : A \mapsto \mathbb{R}$?

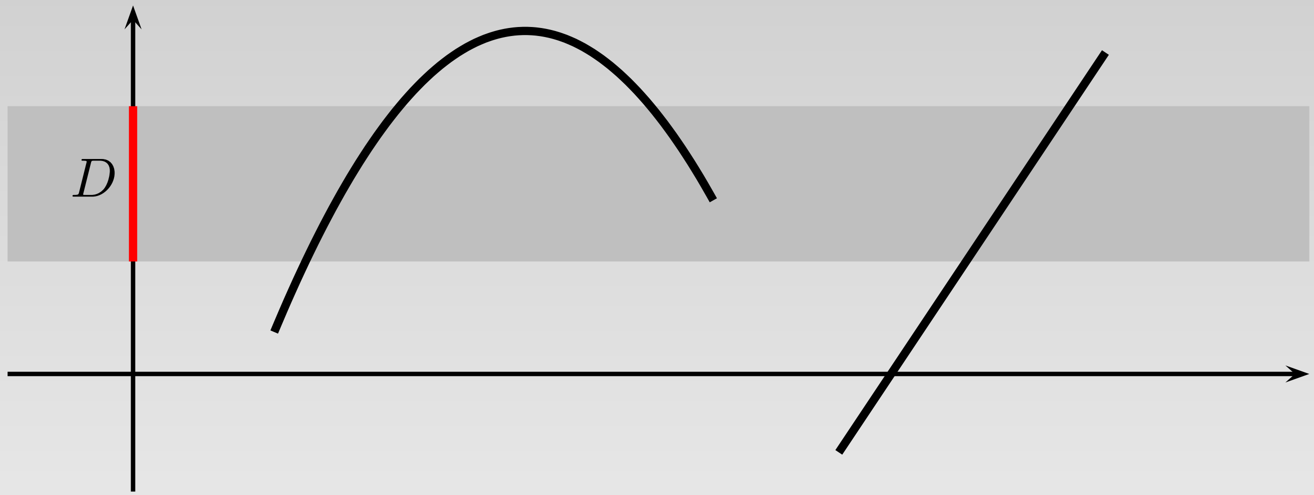


Come si trova la controimmagine di D conoscendo il grafico di $f : A \mapsto \mathbb{R}$?



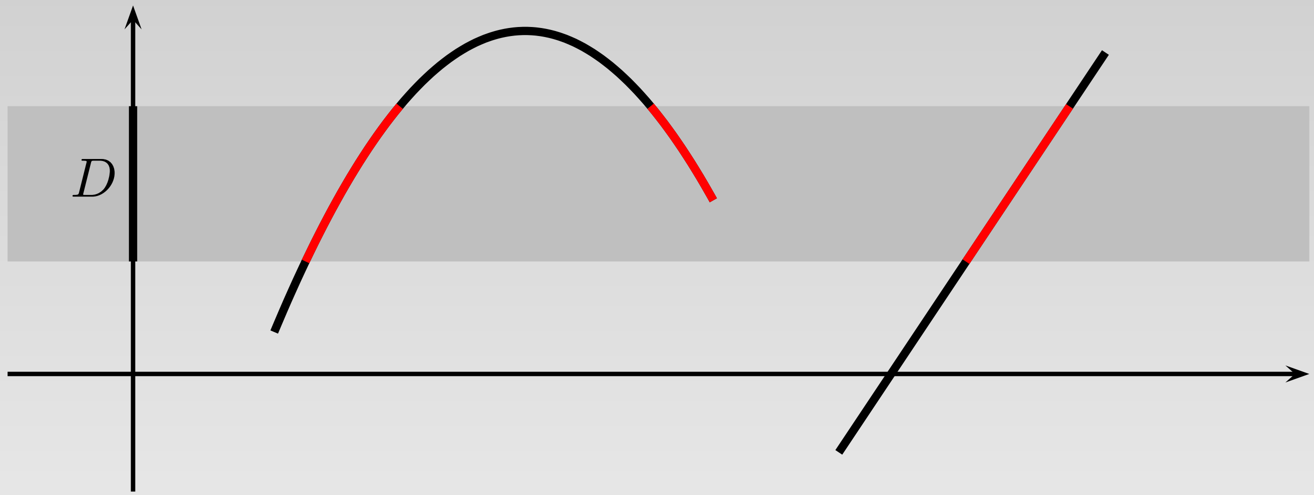
- si considera l'insieme D nel codominio

Come si trova la controimmagine di D conoscendo il grafico di $f : A \mapsto \mathbb{R}$?



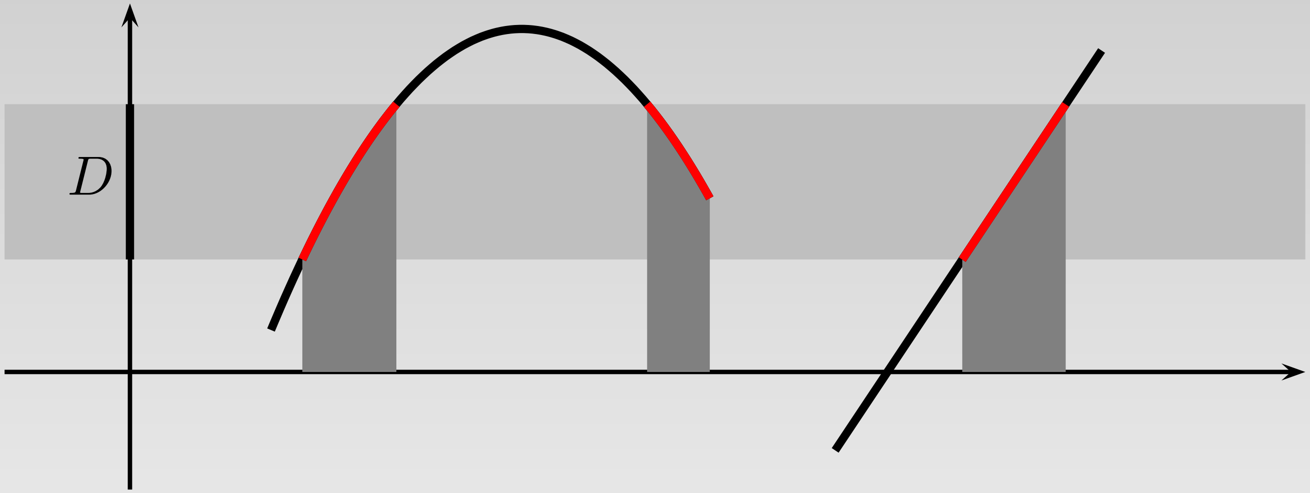
- si considera l'insieme D nel codominio
- si proietta D orizzontalmente

Come si trova la controimmagine di D conoscendo il grafico di $f : A \mapsto \mathbb{R}$?



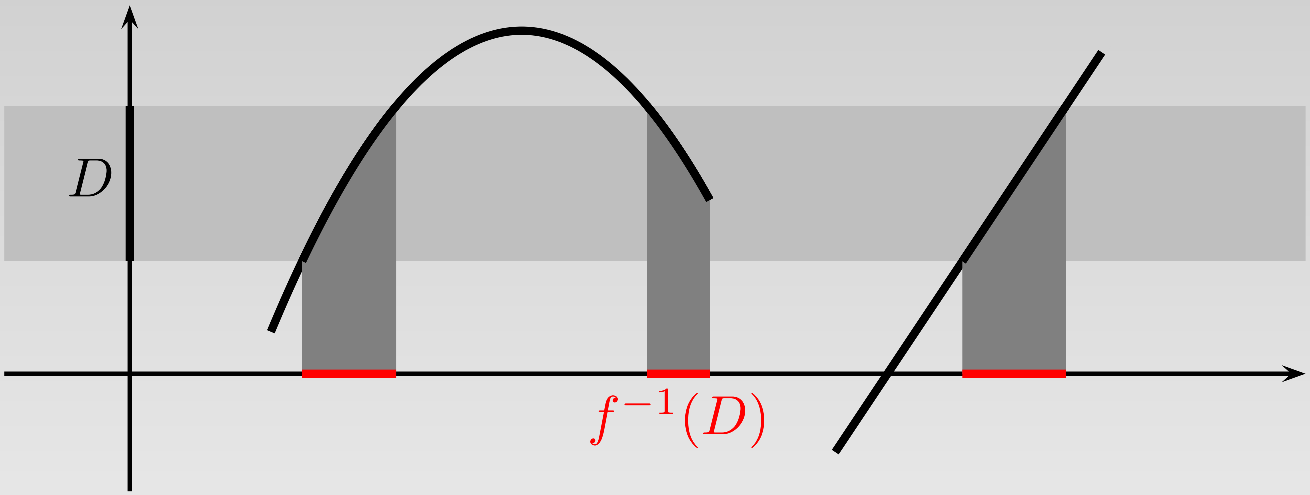
- si considera l'insieme D nel codominio
- si proietta D orizzontalmente
- si prende la parte di grafico di f nella striscia

Come si trova la controimmagine di D conoscendo il grafico di $f : A \mapsto \mathbb{R}$?



- si considera l'insieme D nel codominio
- si proietta D orizzontalmente
- si prende la parte di grafico di f nella striscia
- la si proietta sull'asse delle ascisse

Come si trova la controimmagine di D conoscendo il grafico di $f : A \mapsto \mathbb{R}$?



- si considera l'insieme D nel codominio
- si proietta D orizzontalmente
- si prende la parte di grafico di f nella striscia
- la si proietta sull'asse delle ascisse
- l'insieme ottenuto è $f^{-1}(D)$

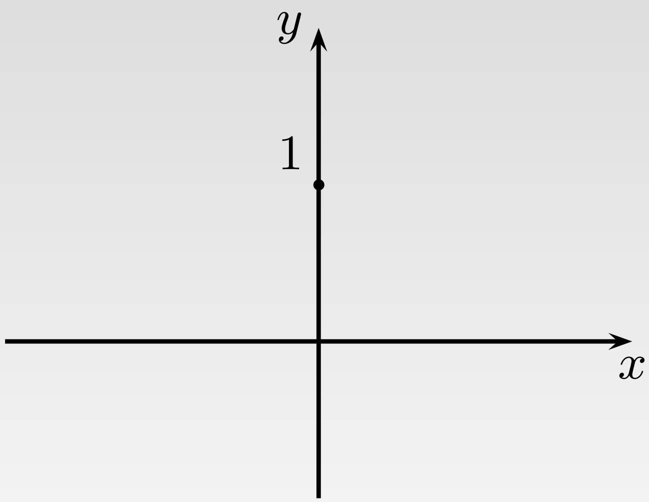
applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2)\ \ \forall\, x_1, x_2 \in A$$

applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \ \forall\, x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di $f(x) = 1$



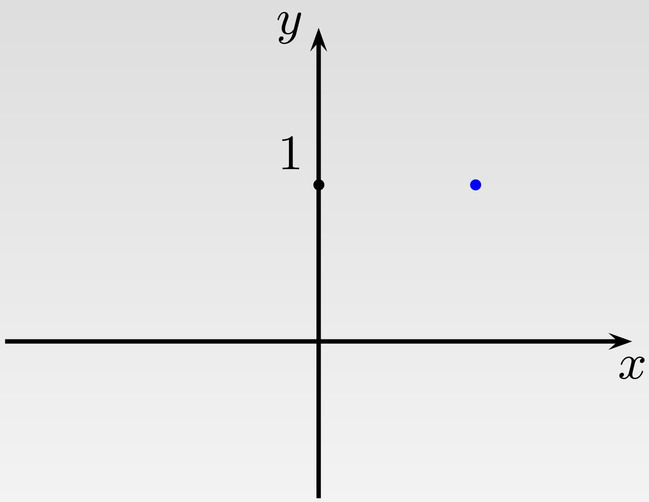
$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto y = 1$$

Esempi

applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \ \forall x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di $f(x) = 1$



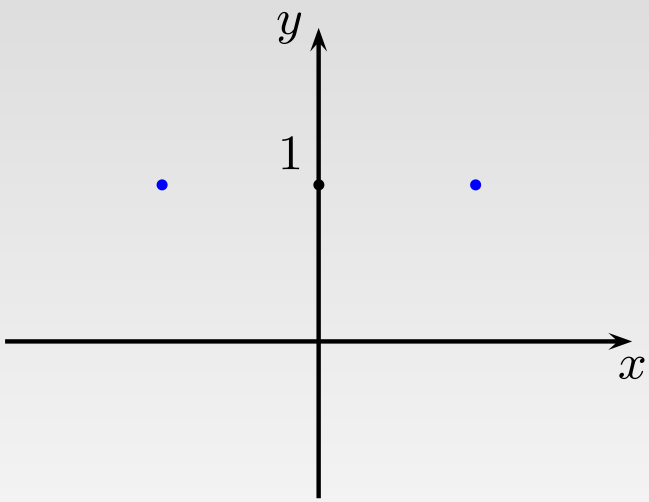
$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = 1$$

applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \;\; \forall\, x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di $f(x) = 1$

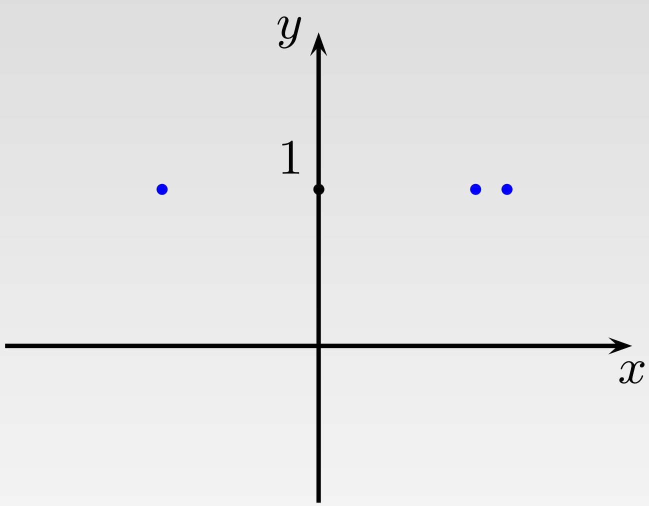


$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto y = 1$$

applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \;\; \forall\, x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di $f(x) = 1$



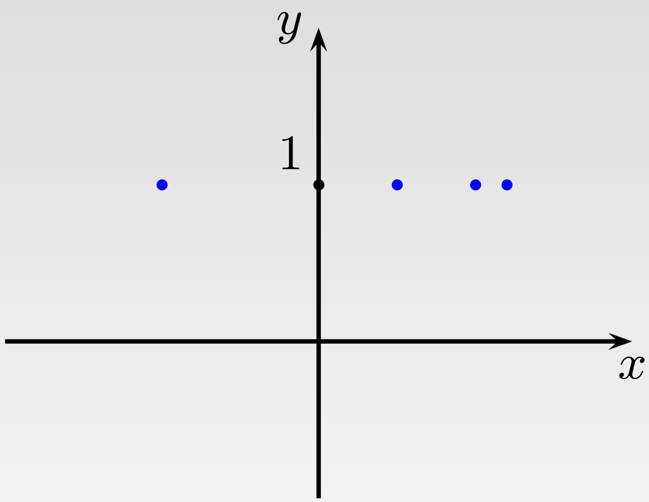
$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = 1$$

applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2)\ \ \forall\, x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di $f(x) = 1$



$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

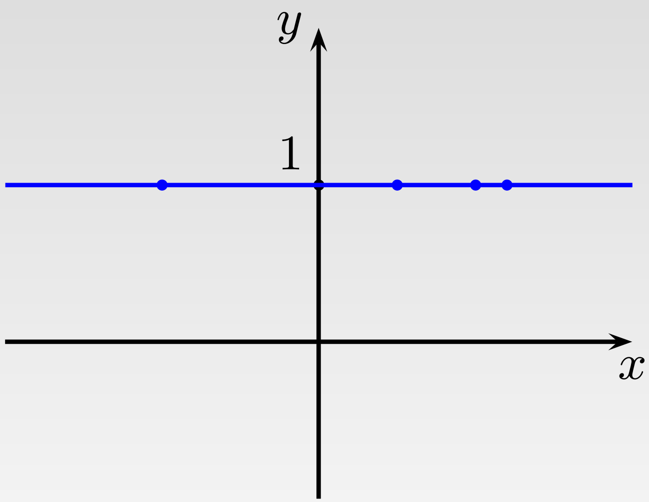
$$x \mapsto y = 1$$

Esempi

applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \ \ \forall x_1, x_2 \in A$$

Esempio: grafico di $f(x) = 1$



$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = 1$$

Esempi

applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \;\; \forall\, x_1, x_2 \in A$$

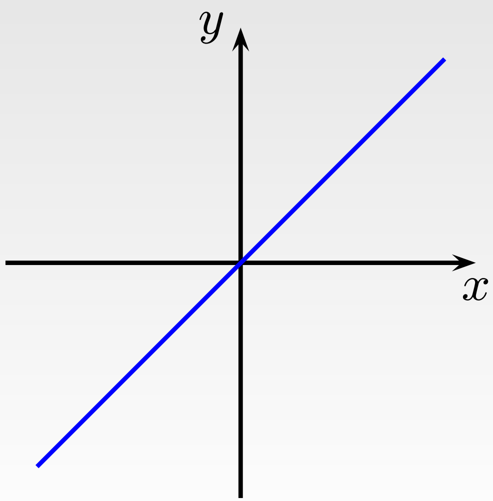
identità: $\mathrm{id}_A : A \to A$ definita da $\mathrm{id}_A(x) = x$

applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \;\; \forall\, x_1, x_2 \in A$$

identità: $\mathrm{id}_A : A \to A$ definita da $\mathrm{id}_A(x) = x$

Esempio: grafico di $\mathrm{id}_{\mathbb{R}}$



$$\begin{aligned} \mathrm{id}_{\mathbb{R}} : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto x \end{aligned}$$

applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \;\; \forall\, x_1, x_2 \in A$$

identità: $\mathrm{id}_A : A \to A$ definita da $\mathrm{id}_A(x) = x$

successioni in A: sono le funzioni

$$a : \mathbb{N} \to A$$

Si indicano con $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$

anziché $a(1), a(2), \ldots, a(n), \ldots$

Esempi

applicazione costante: ogni funzione definita in A con la proprietà

$$f(x_1) = f(x_2) \ \ \forall x_1, x_2 \in A$$

identità: $\mathrm{id}_A : A \to A$ definita da $\mathrm{id}_A(x) = x$

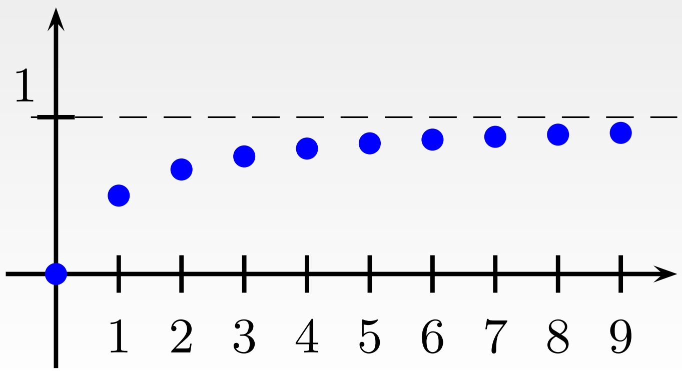
successioni in A: sono le funzioni

$$a : \mathbb{N} \to A$$

Grafico: ad esempio

$a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$

$a(n) = \frac{n}{n+1}$



Funzione composta

Siano $f : A \to B$ e $g : B \to C$

Diremo **funzione composta** di f e g la funzione

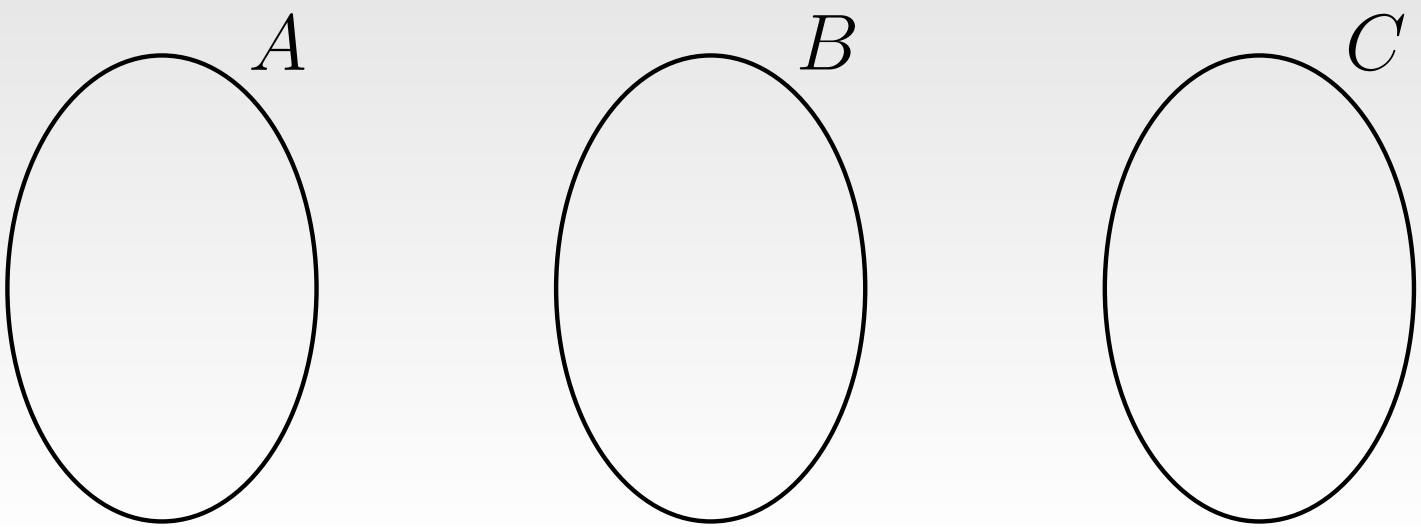
$$\begin{aligned} g \circ f : A &\to C \\ x &\mapsto g \circ f(x) := g\big(f(x)\big) \end{aligned}$$

Funzione composta

Siano $f : A \to B$ e $g : B \to C$

Diremo funzione composta di f e g la funzione

$$\begin{aligned} g \circ f : A &\to C \\ x &\mapsto g \circ f(x) := g\big(f(x)\big) \end{aligned}$$

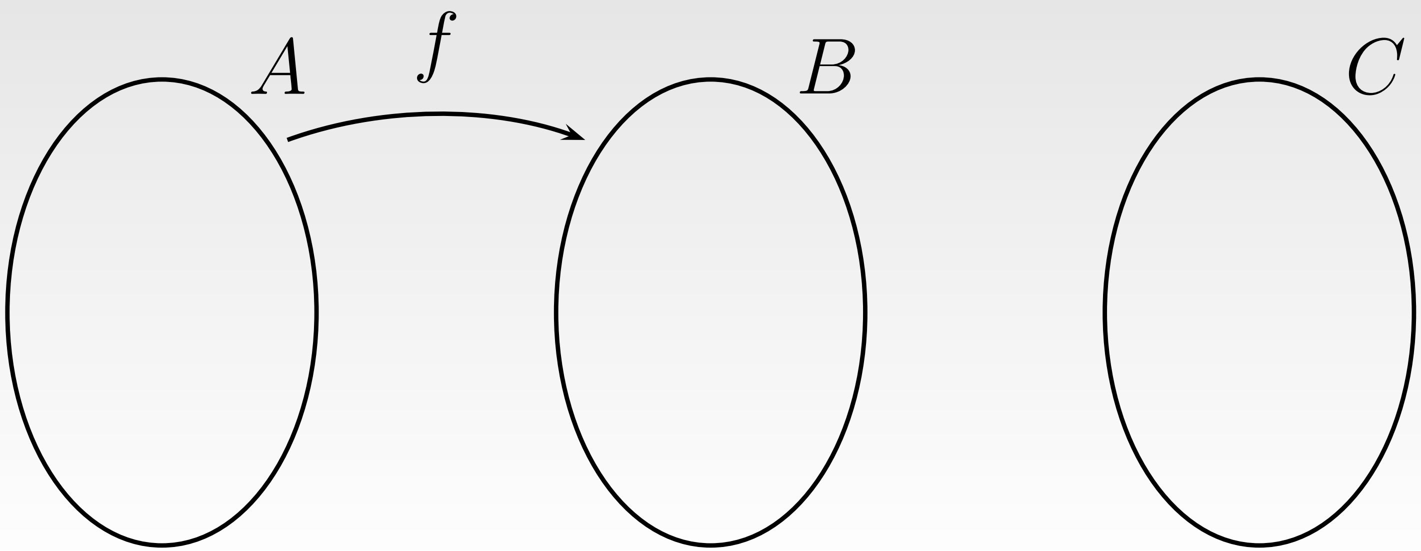


Funzione composta

Siano $f : A \to B$ e $g : B \to C$

Diremo funzione composta di f e g la funzione

$$\begin{aligned} g \circ f : A &\to C \\ x &\mapsto g \circ f(x) := g\big(f(x)\big) \end{aligned}$$

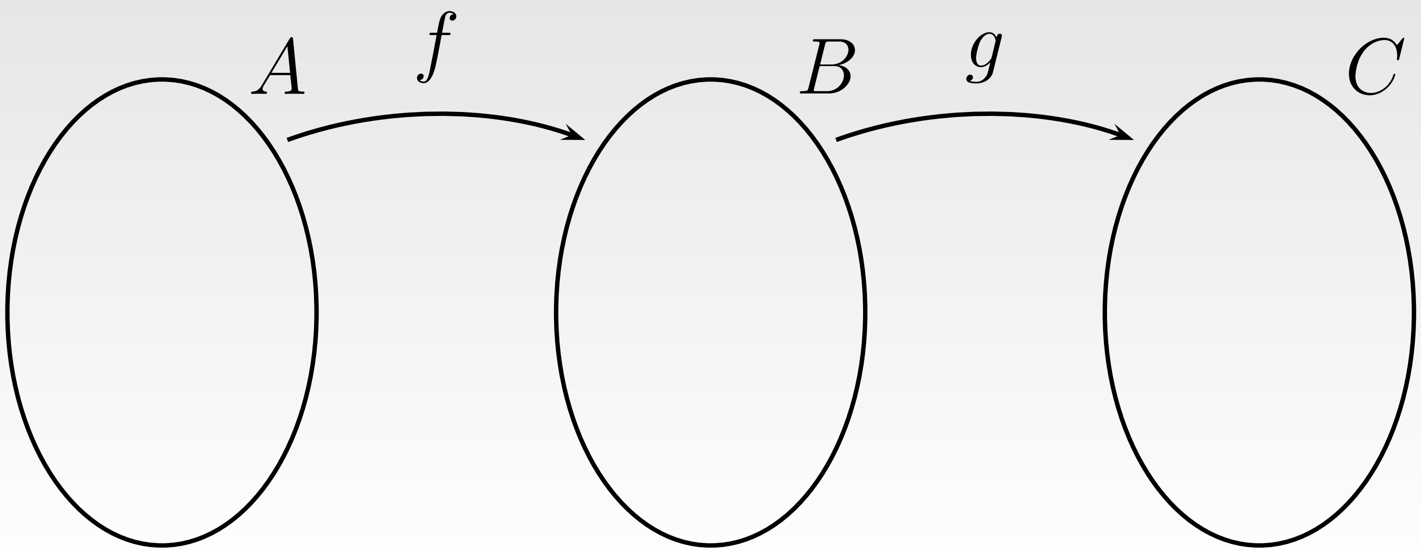


Funzione composta

Siano $f : A \to B$ e $g : B \to C$

Diremo funzione composta di f e g la funzione

$$\begin{aligned} g \circ f : A &\to C \\ x &\mapsto g \circ f(x) := g\big(f(x)\big) \end{aligned}$$

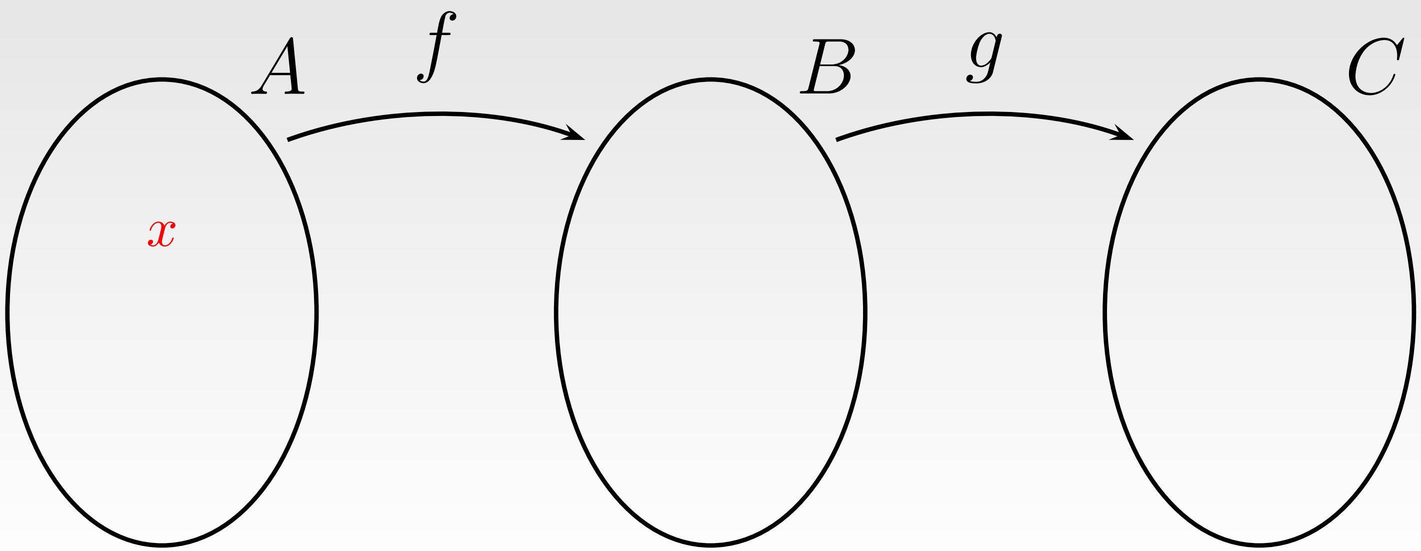


Funzione composta

Siano $f : A \to B$ e $g : B \to C$

Diremo funzione composta di f e g la funzione

$$\begin{aligned} g \circ f : A &\to C \\ x &\mapsto g \circ f(x) := g\big(f(x)\big) \end{aligned}$$

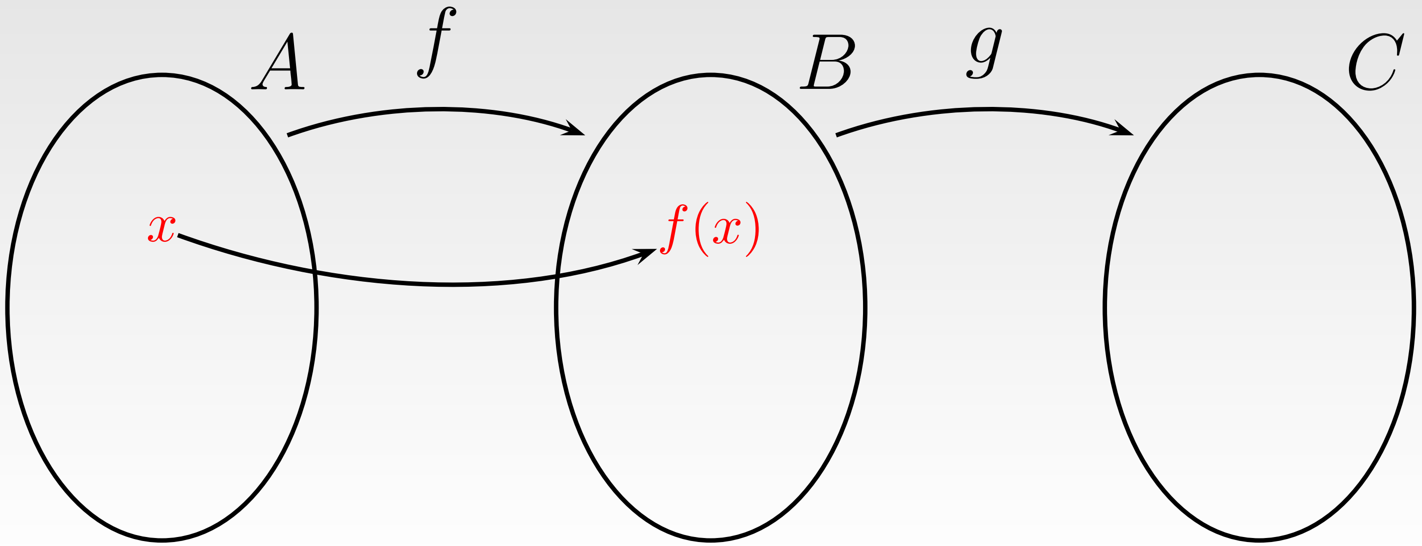


Funzione composta

Siano $f : A \to B$ e $g : B \to C$

Diremo funzione composta di f e g la funzione

$$\begin{aligned} g \circ f : A &\to C \\ x &\mapsto g \circ f(x) := g\big(f(x)\big) \end{aligned}$$

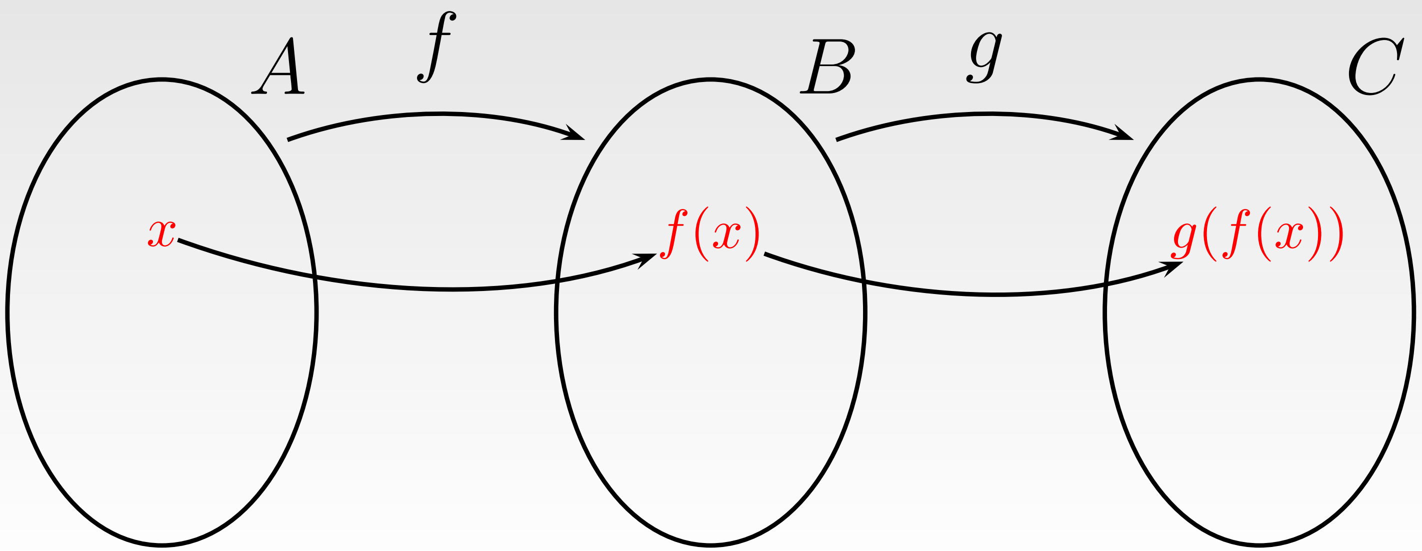


Funzione composta

Siano $f : A \to B$ e $g : B \to C$

Diremo funzione composta di f e g la funzione

$$
\begin{aligned}
g \circ f :\ & A \to C \\
& x \mapsto g \circ f(x) := g\big(f(x)\big)
\end{aligned}
$$

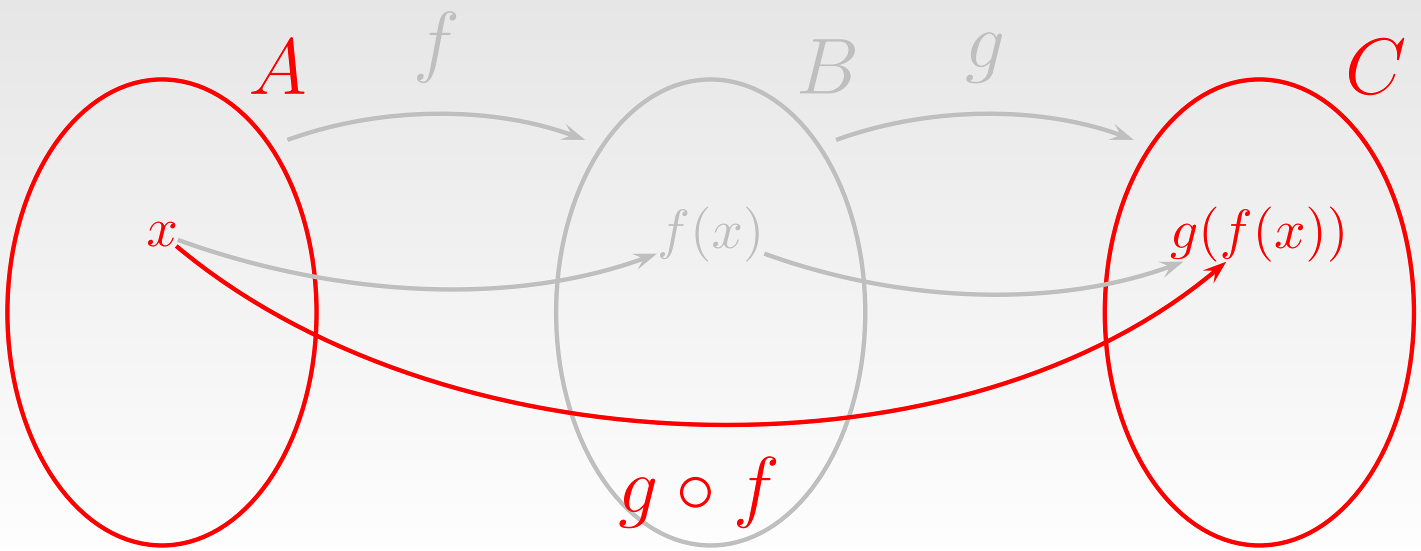


Funzione composta

Siano $f : A \to B$ e $g : B \to C$

Diremo funzione composta di f e g la funzione

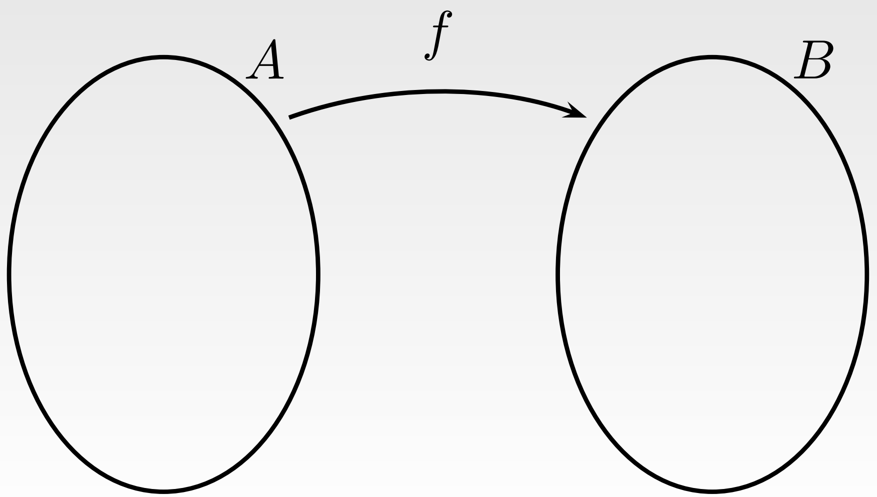
$$\begin{aligned} g \circ f : A &\to C \\ x &\mapsto g \circ f(x) := g\big(f(x)\big) \end{aligned}$$



Funzione inversa

Se ogni elemento di B è il corrispondente di esattamente un elemento di A, cioè se

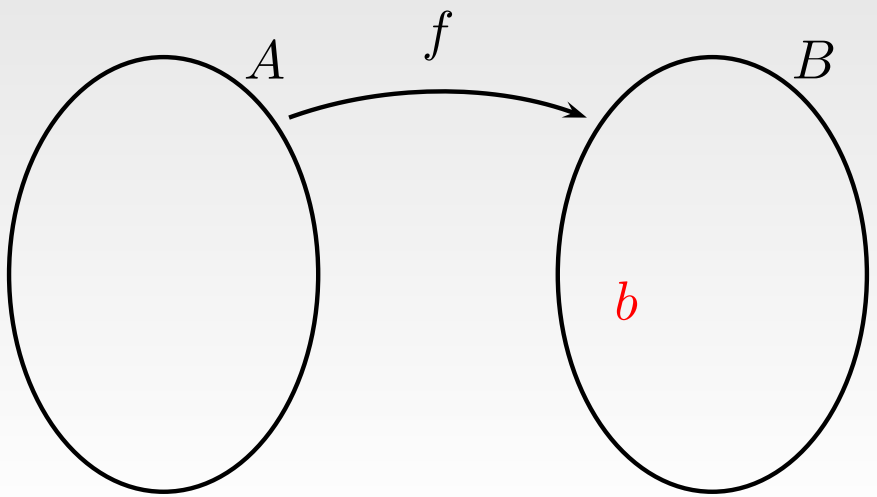
$$\forall\, b \in B \;\; \exists!\, a \in A : f(a) = b$$



Funzione inversa

Se ogni elemento di B è il corrispondente di esattamente un elemento di A, cioè se

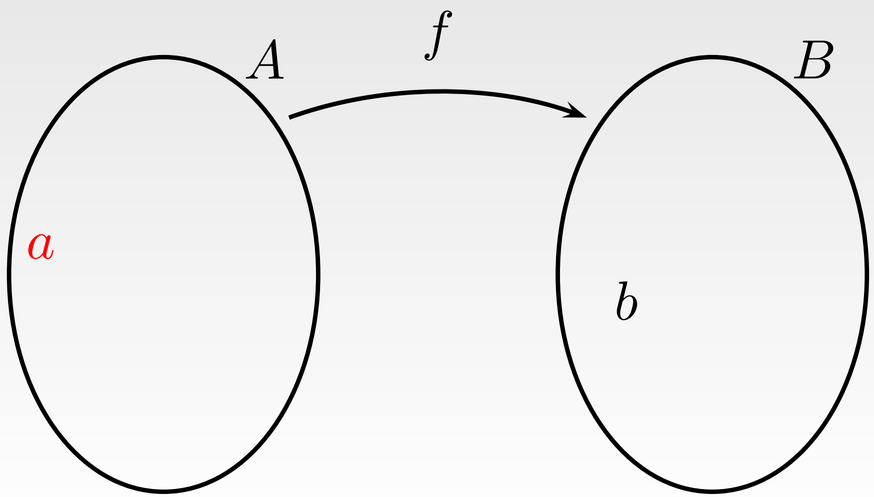
$$\forall\, b \in B \quad \exists!\, a \in A : f(a) = b$$



Funzione inversa

Se ogni elemento di B è il corrispondente di esattamente un elemento di A, cioè se

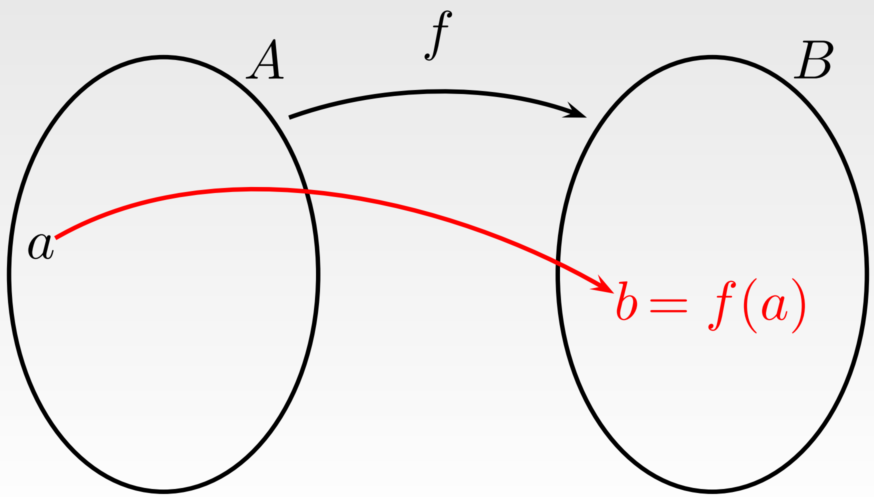
$$\forall\, b \in B \;\; \exists!\, a \in A : f(a) = b$$



Funzione inversa

Se ogni elemento di B è il corrispondente di esattamente un elemento di A, cioè se

$$\forall\, b \in B \;\; \exists!\, a \in A : f(a) = b$$



Funzione inversa

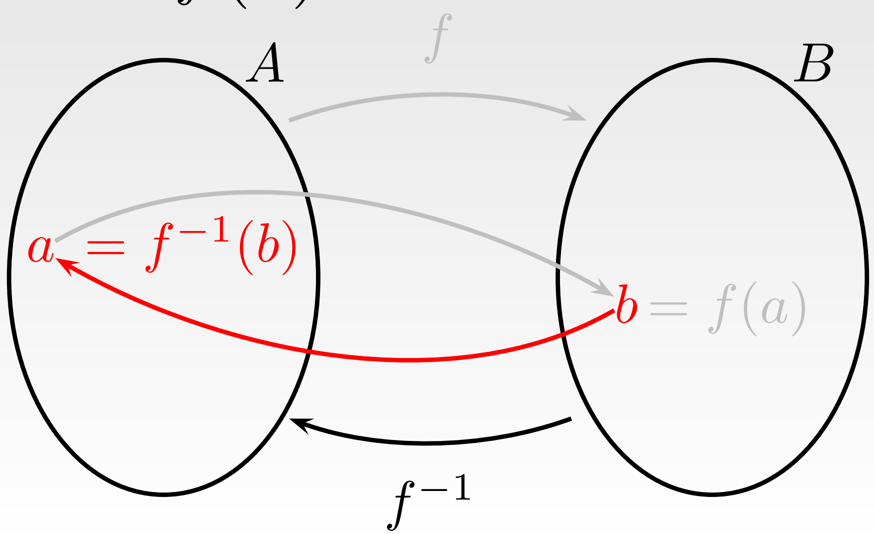
Se ogni elemento di B è il corrispondente di esattamente un elemento di A, cioè se

$$\forall\, b \in B \;\; \exists!\, a \in A : f(a) = b$$

si può considerare la funzione inversa di f

$$f^{-1} : B \mapsto A$$

che associa ad ogni b quell'unico elemento $a \in A$ tale che $f(a) = b$



Proprietà della funzione inversa

È immediato verificare che

- per definizione

$$x = f^{-1}(y) \qquad \Longleftrightarrow \qquad f(x) = y$$

Proprietà della funzione inversa

È immediato verificare che

- per definizione

$$x = f^{-1}(y) \qquad \Longleftrightarrow \qquad f(x) = y$$

- dalla definizione segue che

$$f^{-1} \circ f(a) = a \quad \forall a \in A$$

$$f \circ f^{-1}(b) = b \quad \forall b \in B$$

Proprietà della funzione inversa

È immediato verificare che

- per definizione

$$x = f^{-1}(y) \qquad \Longleftrightarrow \qquad f(x) = y$$

- dalla definizione segue che

$$f^{-1} \circ f(a) = a \quad \forall a \in A$$

$$f \circ f^{-1}(b) = b \quad \forall b \in B$$

- anche f^{-1} è biiettiva

Proprietà della funzione inversa

È immediato verificare che

- per definizione

$$x = f^{-1}(y) \qquad \Longleftrightarrow \qquad f(x) = y$$

- dalla definizione segue che

$$f^{-1} \circ f(a) = a \quad \forall a \in A$$

$$f \circ f^{-1}(b) = b \quad \forall b \in B$$

- anche f^{-1} è biiettiva
- la sua inversa è $(f^{-1})^{-1} = f$

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

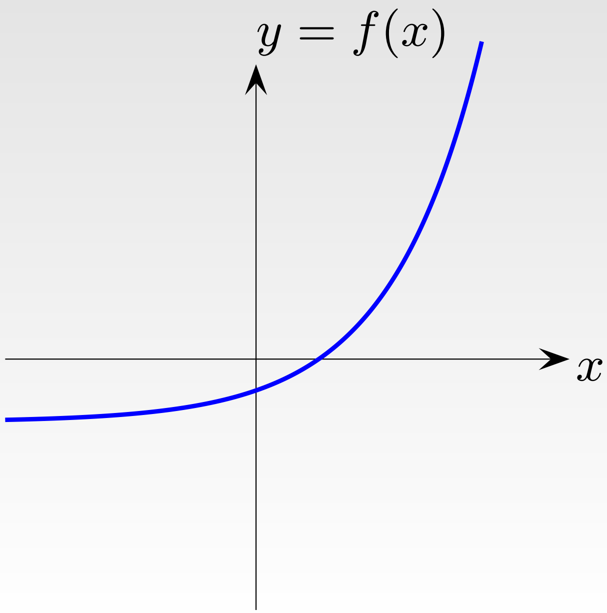
quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



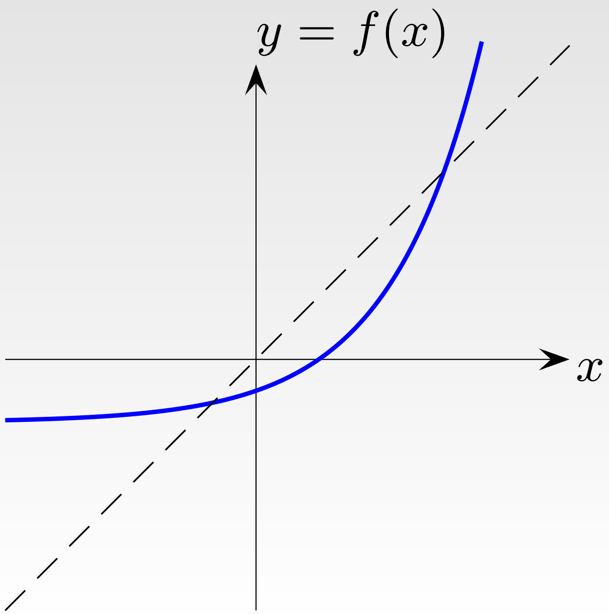
Consideriamo ad esempio il grafico della seguente funzione invertibile

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



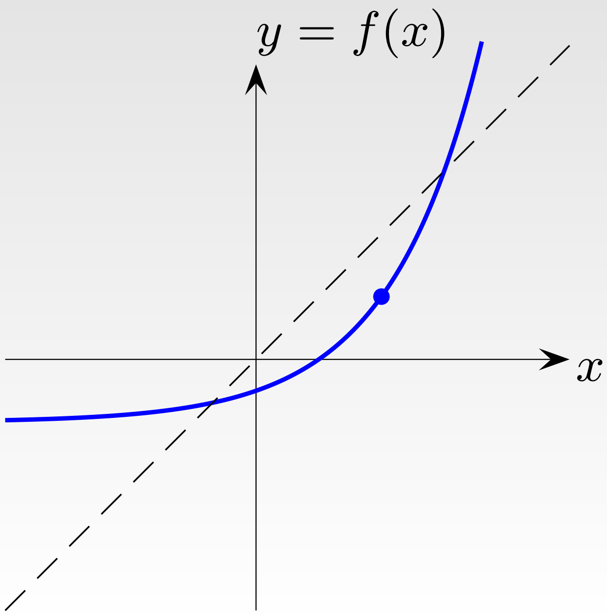
Consideriamo ad esempio il grafico della seguente funzione invertibile e operiamo la simmetria rispetto alla bisettrice

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



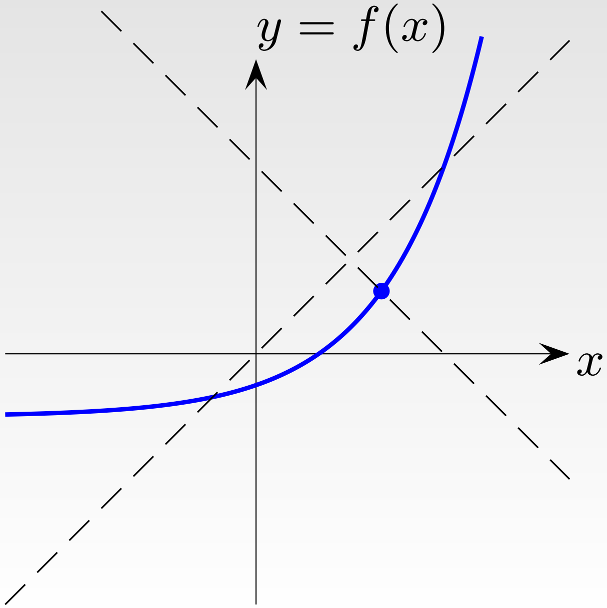
Preso un punto del grafico di f

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



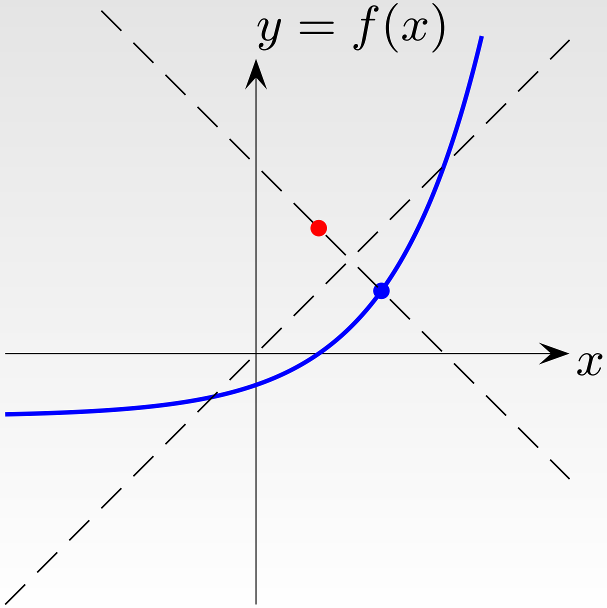
Preso un punto del grafico di f individuiamo il suo simmetrico rispetto all'asse di simmetria

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



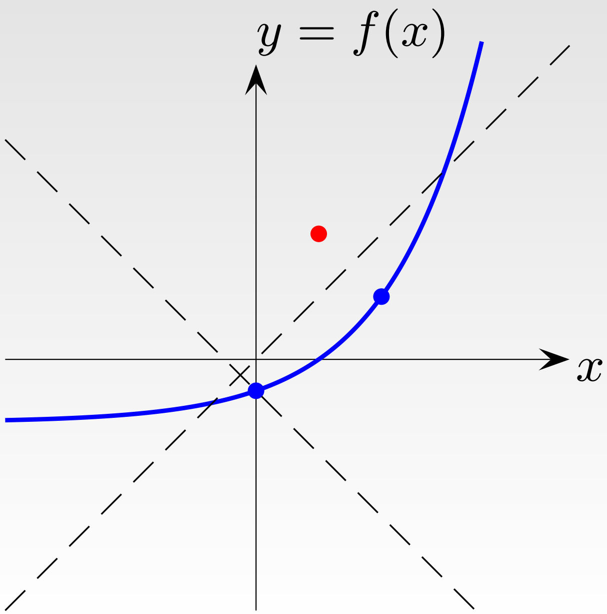
Preso un punto del grafico di f individuiamo il suo simmetrico rispetto all'asse di simmetria

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



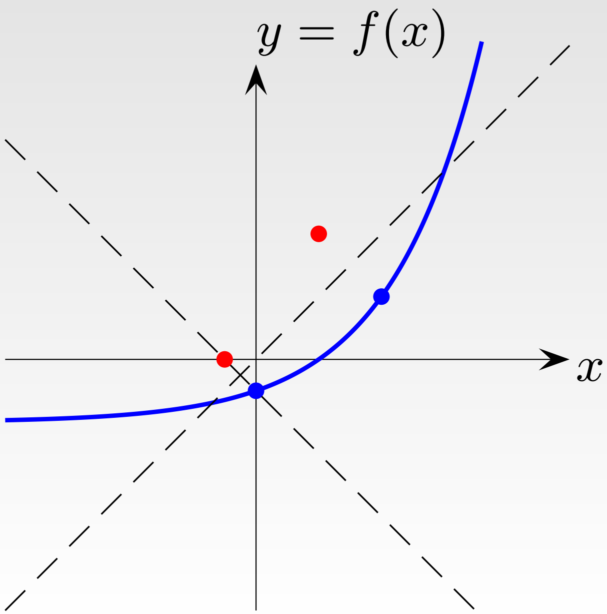
Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di f

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



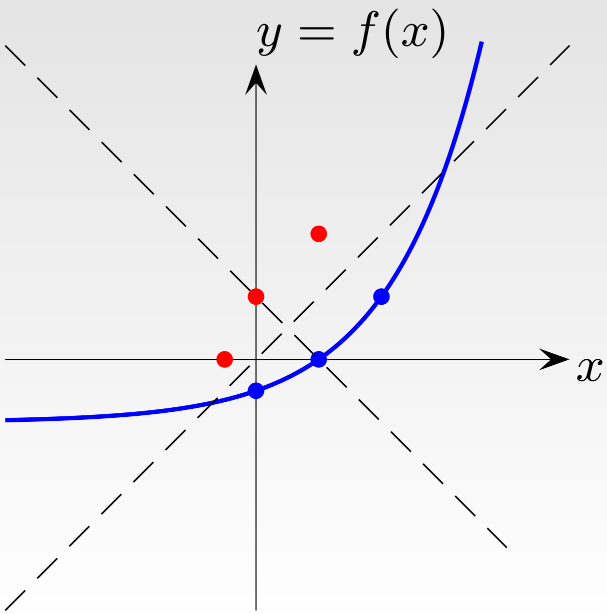
Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di f

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



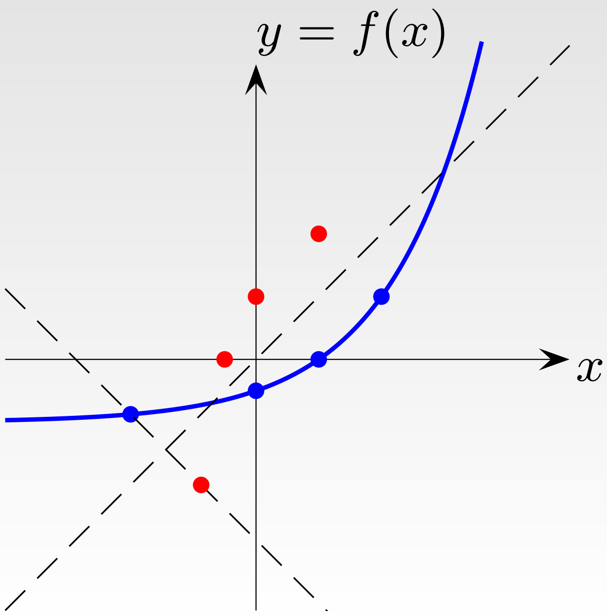
Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di f

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



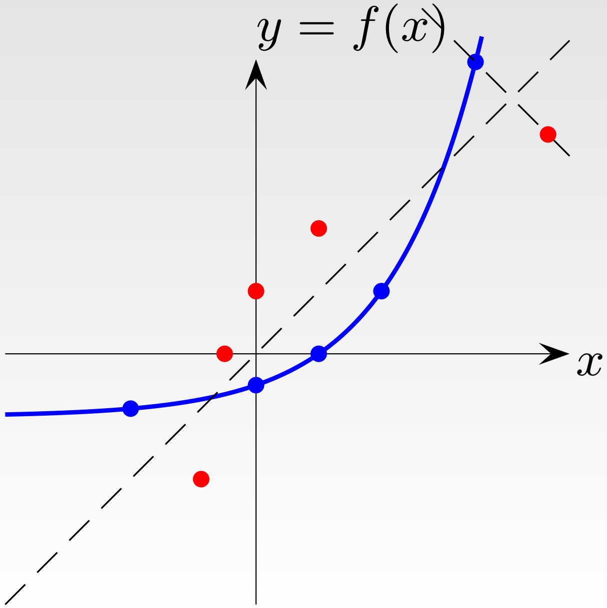
Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di f

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



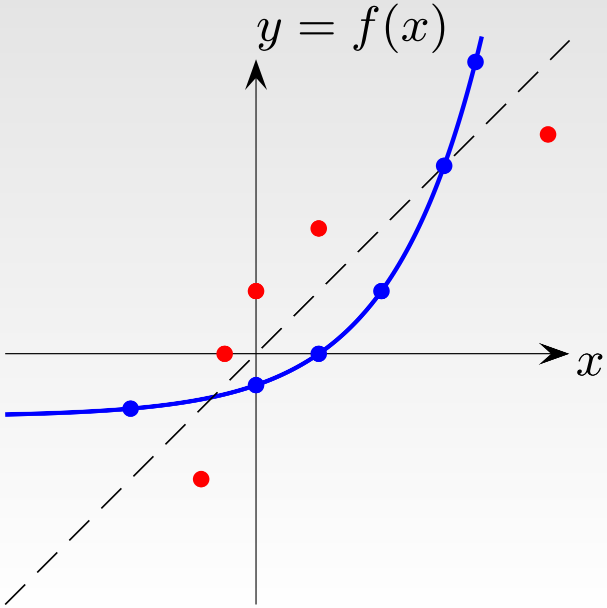
Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di f

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



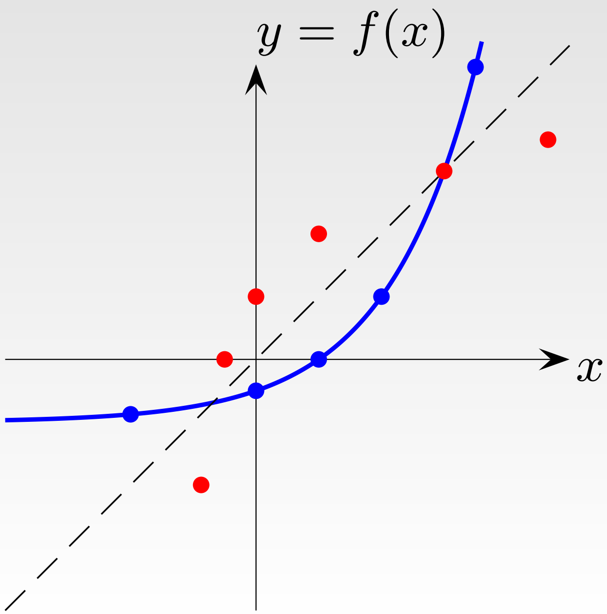
Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di f

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



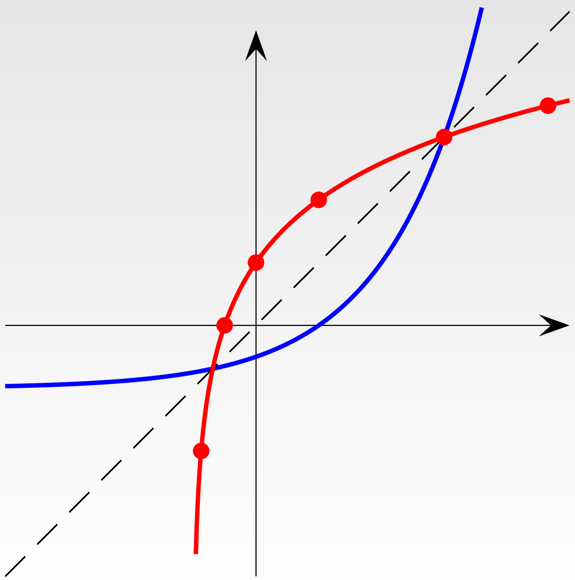
Si possono trovare i punti simmetrici di altri punti del grafico di f

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante



Se facciamo questo per ogni punto del grafico di f otteniamo il grafico della funzione inversa

Grafico della funzione inversa

Se f è invertibile allora

$$y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$$

quindi il grafico di f^{-1} si può ottenere da quello di f scambiando gli assi, oppure riflettendo simmetricamente il grafico di f rispetto alla bisettrice del I e III quadrante

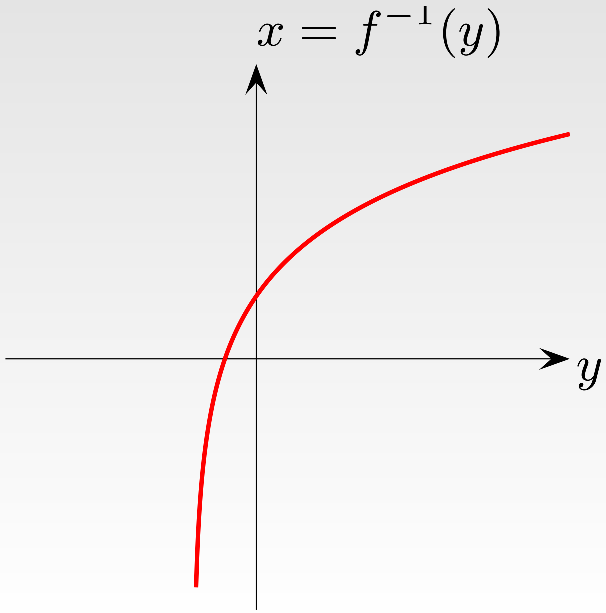


Grafico di f^{-1}

Funzioni reali di variabile reale

Le funzioni reali di una variabile reale

$$f : A \mapsto \mathbb{R}$$

hanno come dominio e codominio dei sottoinsiemi di $\mathbb{R}$

Somma, prodotto e quoziente

Siano $f : A \to \mathbb{R}$ e $g : B \to \mathbb{R}$

Si definiscono le funzioni somma di f e g e prodotto di f e g nel seguente modo

$$f + g : A \cap B \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto (f+g)(x) := f(x) + g(x)$$

$$f \cdot g : A \cap B \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto (f \cdot g)(x) := f(x) \cdot g(x)$$

Nel caso del quoziente di f e g dobbiamo assicurarci che $g(x)$ sia diverso da 0

Nel caso del quoziente di f e g dobbiamo assicurarci che $g(x)$ sia diverso da 0

La funzione quoziente sarà allora definita come

$$f/g : A \cap B \cap \{x \ : \ g(x) \neq 0\} \to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{f}{g}(x) := \frac{f(x)}{g(x)}$$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Esempio: $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Esempio: $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$

$$f(-x)$$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Esempio: $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$

$$f(-x) = (-x)^4 - 4(-x)^2 + 3$$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Esempio: $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^4 - 4(-x)^2 + 3 \\ &= x^4 - 4x^2 + 3 \end{aligned}$$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Esempio: $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^4 - 4(-x)^2 + 3 \\ &= x^4 - 4x^2 + 3 = f(x) \end{aligned}$$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Esempio: $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^4 - 4(-x)^2 + 3 \\ &= x^4 - 4x^2 + 3 = f(x) \end{aligned}$$

è una funzione pari

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è pari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, f(x))$$

appartengono entrambi al grafico

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

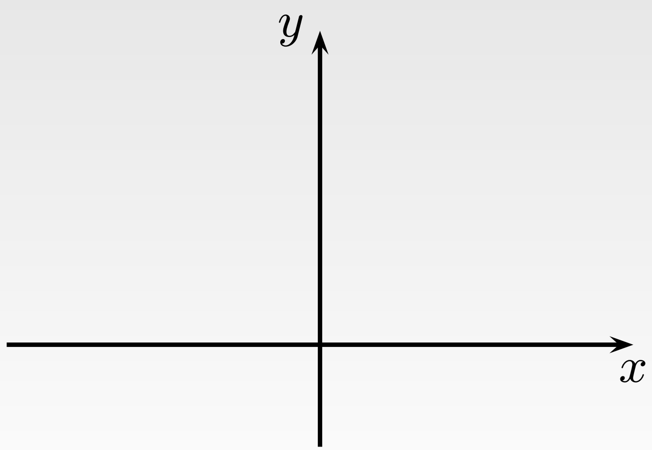
$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è pari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, f(x))$$

appartengono entrambi al grafico

Esempio:



$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

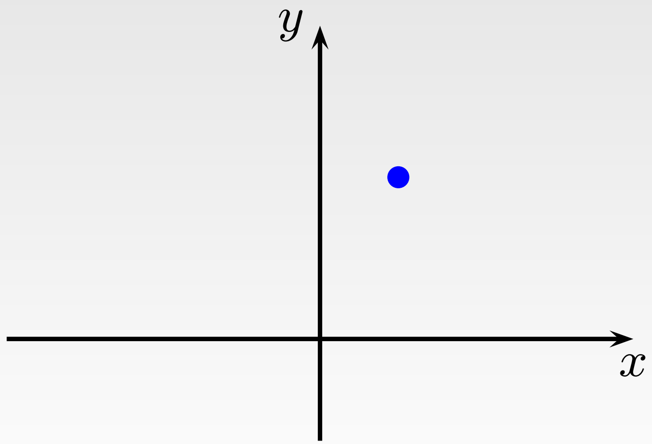
$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è pari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, f(x))$$

appartengono entrambi al grafico

Esempio:



$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

$$(0.5, 2.065)$$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

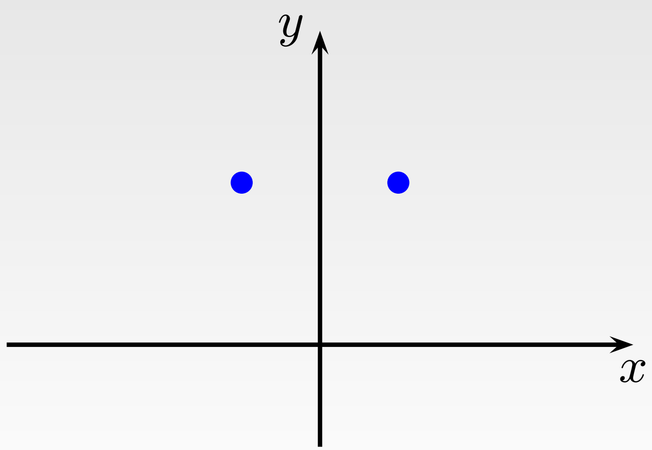
$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è pari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, f(x))$$

appartengono entrambi al grafico

Esempio:



$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

$$(0.5, 2.065) \qquad (-0.5, 2.065)$$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

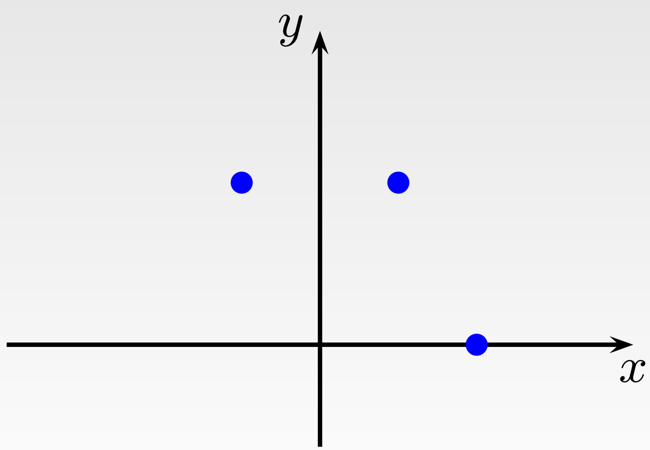
$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è pari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, f(x))$$

appartengono entrambi al grafico

Esempio:



$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

$(0.5, 2.065)$ $\quad$ $(-0.5, 2.065)$

$(1, 0)$

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

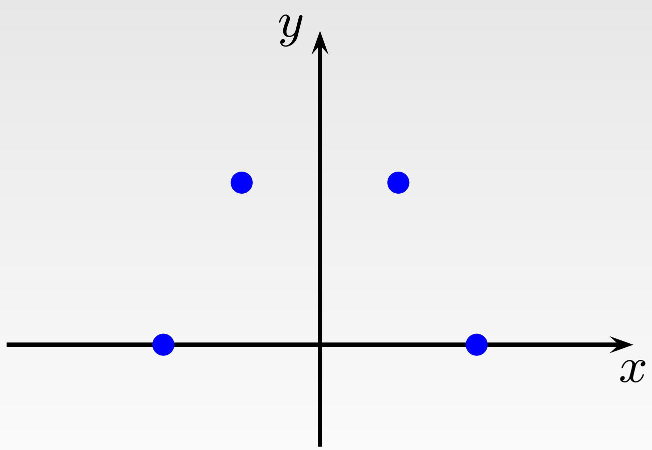
$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è pari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, f(x))$$

appartengono entrambi al grafico

Esempio:



$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

$(0.5, 2.065)$ $\quad (-0.5, 2.065)$

$(1, 0)$ $\quad (-1, 0)$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

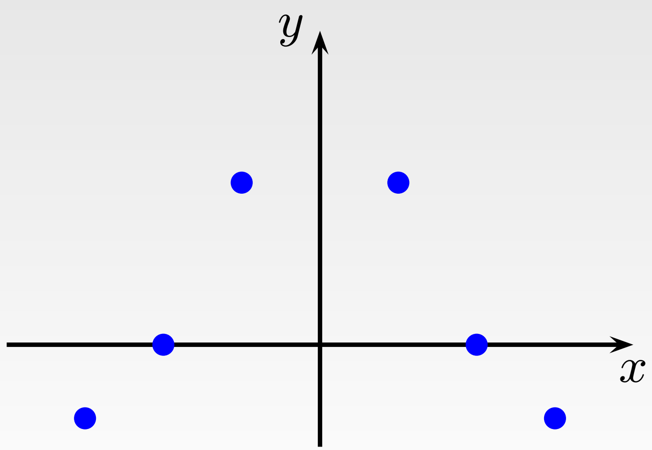
$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è pari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, f(x))$$

appartengono entrambi al grafico

Esempio:



$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

$(0.5, 2.065)$	$(-0.5, 2.065)$
$(1, 0)$	$(-1, 0)$
$(1.5, 0.9375)$	$(-1.5, 0.9375)$

Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

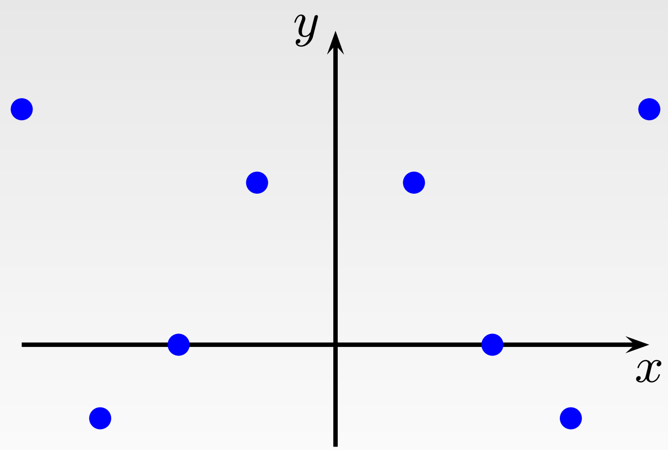
$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è pari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, f(x))$$

appartengono entrambi al grafico

Esempio:



$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

$(0.5, 2.065)$	$(-0.5, 2.065)$
$(1, 0)$	$(-1, 0)$
$(1.5, 0.9375)$	$(-1.5, 0.9375)$
$(2, 3)$	$(-2, 3)$

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

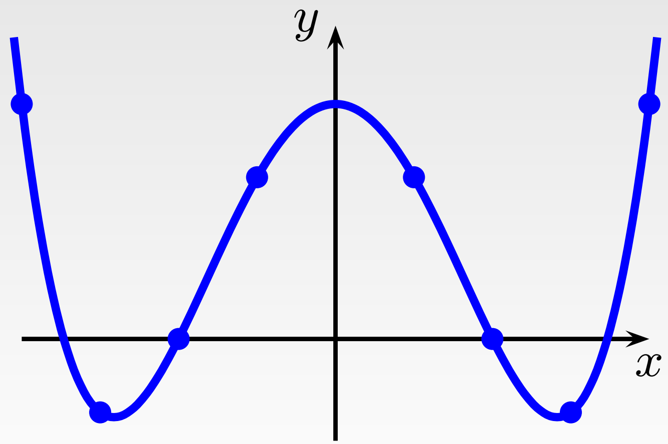
$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è pari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, f(x))$$

appartengono entrambi al grafico

Esempio:



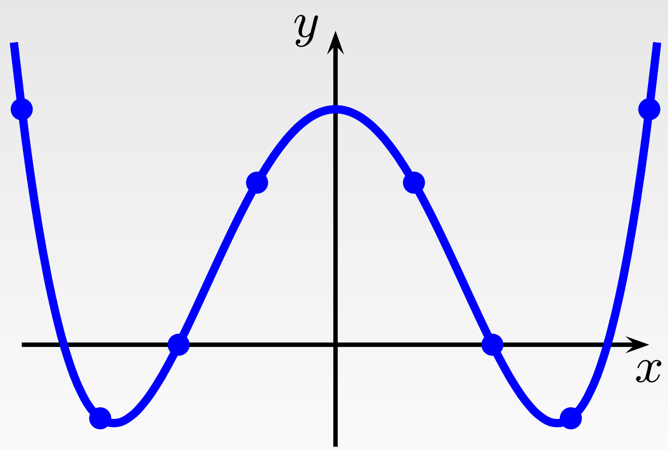
$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

$(0.5, 2.065)$	$(-0.5, 2.065)$
$(1, 0)$	$(-1, 0)$
$(1.5, 0.9375)$	$(-1.5, 0.9375)$
$(2, 3)$	$(-2, 3)$

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Il grafico di una funzione pari è simmetrico rispetto all'asse delle ordinate



Esempio:

$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

$(0.5, 2.065)$	$(-0.5, 2.065)$
$(1, 0)$	$(-1, 0)$
$(1.5, 0.9375)$	$(-1.5, 0.9375)$
$(2, 3)$	$(-2, 3)$

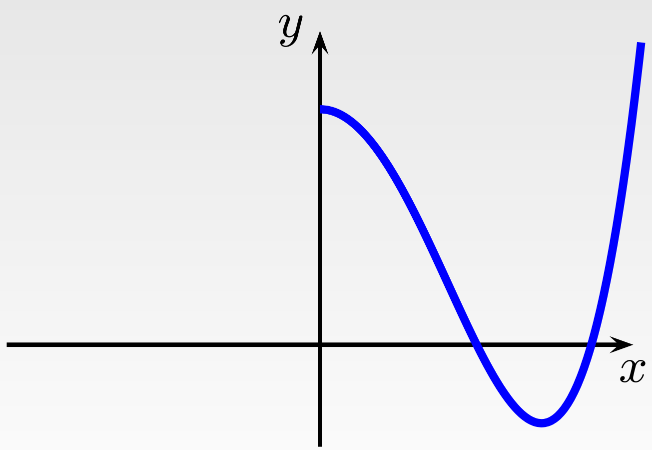
Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

pari se $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Il grafico di una funzione pari è simmetrico rispetto all'asse delle ordinate

Esempio:



$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

$(0.5, 2.065)$	$(-0.5, 2.065)$
$(1, 0)$	$(-1, 0)$
$(1.5, 0.9375)$	$(-1.5, 0.9375)$
$(2, 3)$	$(-2, 3)$

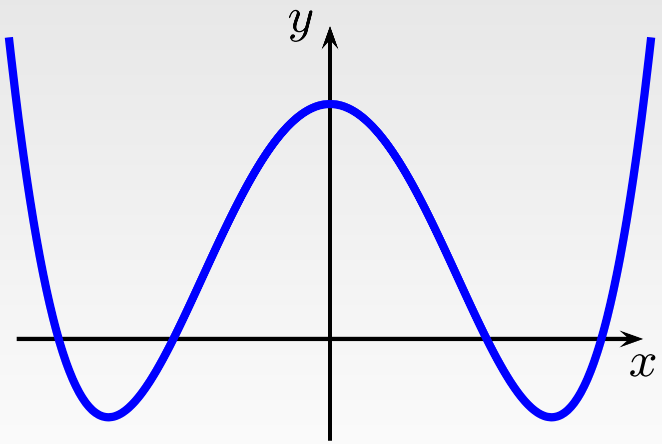
Funzioni pari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{pari se } f(-x) = f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Il grafico di una funzione pari è simmetrico rispetto all'asse delle ordinate

Esempio:



$$f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$$

$(0.5, 2.065)$	$(-0.5, 2.065)$
$(1, 0)$	$(-1, 0)$
$(1.5, 0.9375)$	$(-1.5, 0.9375)$
$(2, 3)$	$(-2, 3)$

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Esempio: $f(x) = x^3 - 3x$

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Esempio: $f(x) = x^3 - 3x$

$$f(-x) = (-x)^3 - 3(-x)$$

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

dispari se $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Esempio: $f(x) = x^3 - 3x$

$$f(-x) = (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x$$

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Esempio: $f(x) = x^3 - 3x$

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x \\ &= -(x^3 - 3x) \end{aligned}$$

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

dispari se $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Esempio: $f(x) = x^3 - 3x$

$$f(-x) = (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x$$
$$= -(x^3 - 3x) = -f(x)$$

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

dispari se $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Esempio: $f(x) = x^3 - 3x$

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^3 - 3(-x) = -x^3 + 3x \\ &= -(x^3 - 3x) = -f(x) \end{aligned}$$

è una funzione dispari

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

dispari se $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Se f è dispari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, -f(x))$$

appartengono entrambi al grafico

Funzioni dispari

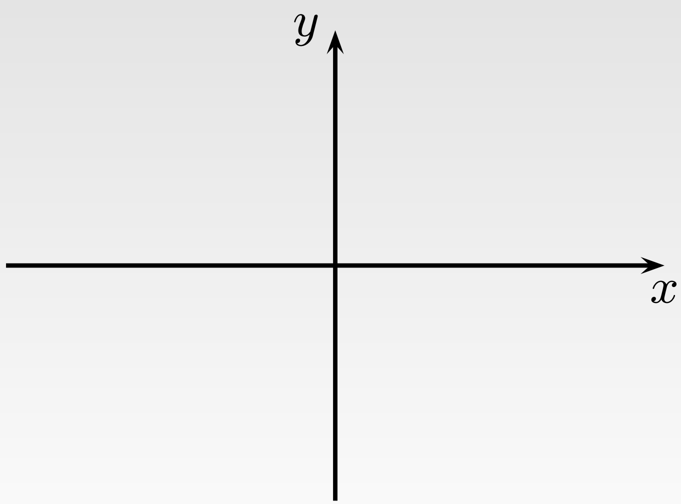
Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è dispari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, -f(x))$$

appartengono entrambi al grafico



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

Funzioni dispari

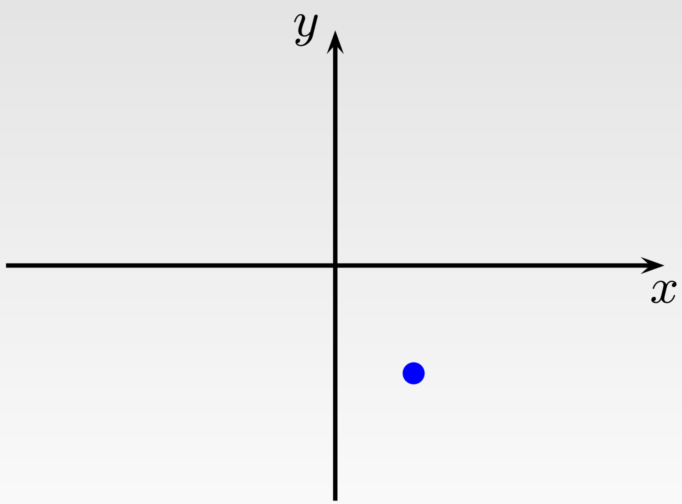
Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è dispari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, -f(x))$$

appartengono entrambi al grafico



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$(0.5, -1.375)$$

Funzioni dispari

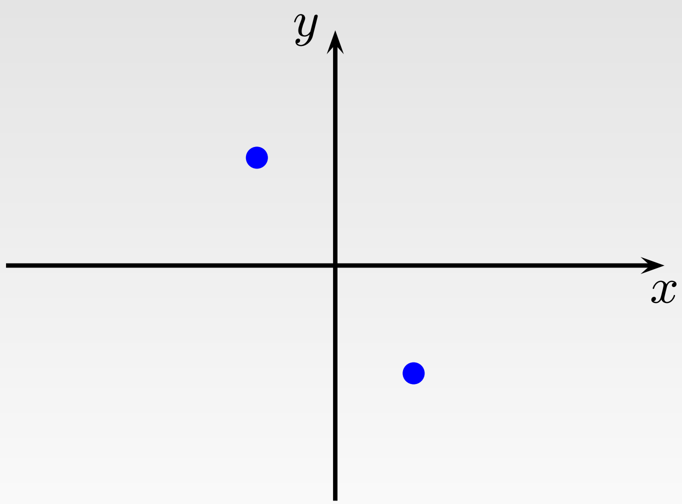
Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è dispari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, -f(x))$$

appartengono entrambi al grafico



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$(0.5, -1.375) \quad (-0.5, 1.375)$$

Funzioni dispari

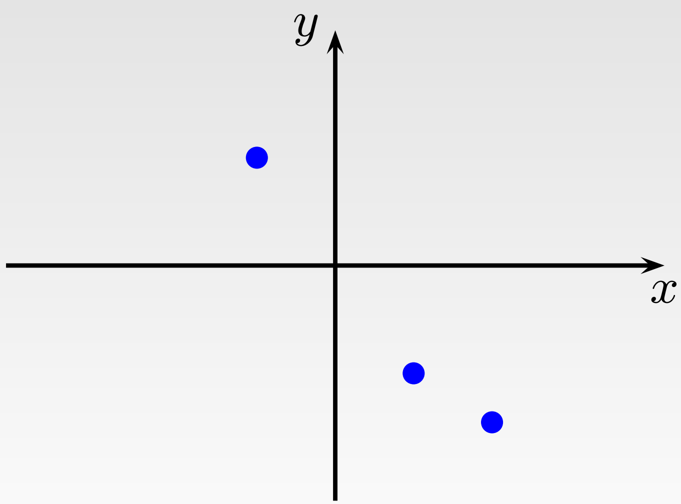
Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è dispari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, -f(x))$$

appartengono entrambi al grafico



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$(0.5, -1.375)$ $(-0.5, 1.375)$

$(1, -2)$

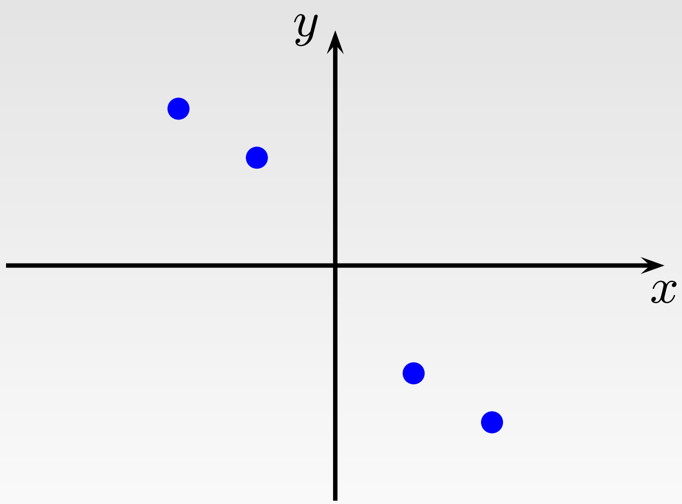
Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è dispari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, -f(x))$$

appartengono entrambi al grafico



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$(0.5, -1.375)$ $(-0.5, 1.375)$

$(1, -2)$ $(-1, 2)$

Funzioni dispari

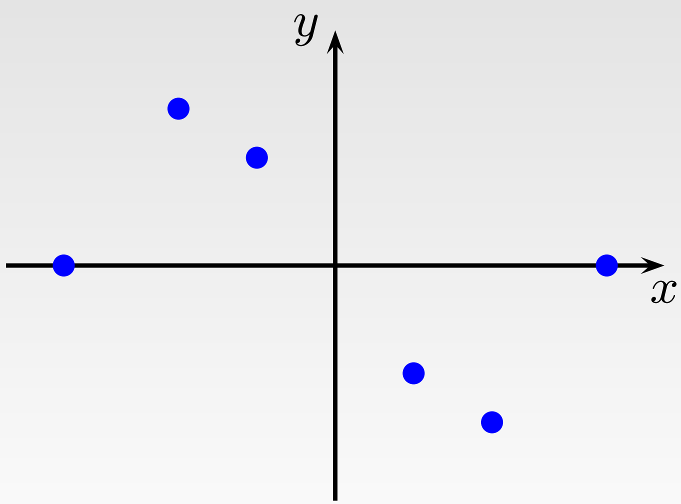
Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è dispari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, -f(x))$$

appartengono entrambi al grafico



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$(0.5, -1.375)$ $\quad$ $(-0.5, 1.375)$

$(1, -2)$ $\quad$ $(-1, 2)$

$(1.732, 0)$ $\quad$ $(-1.732, 0)$

Funzioni dispari

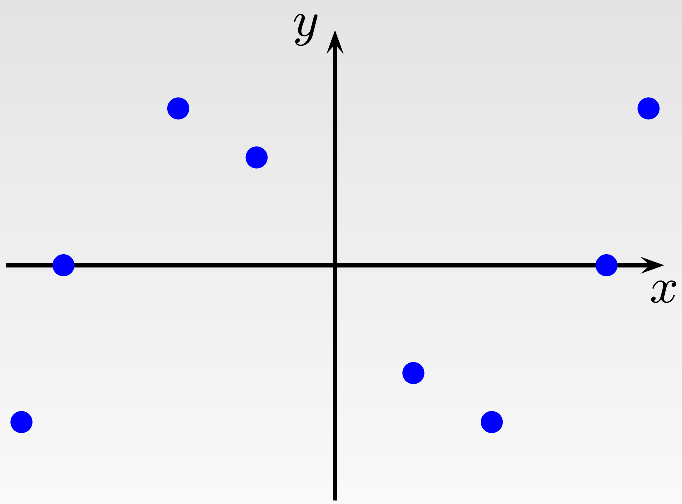
Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è dispari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, -f(x))$$

appartengono entrambi al grafico



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$(0.5, -1.375)$	$(-0.5, 1.375)$
$(1, -2)$	$(-1, 2)$
$(1.732, 0)$	$(-1.732, 0)$
$(2, 2)$	$(-2, -2)$

Funzioni dispari

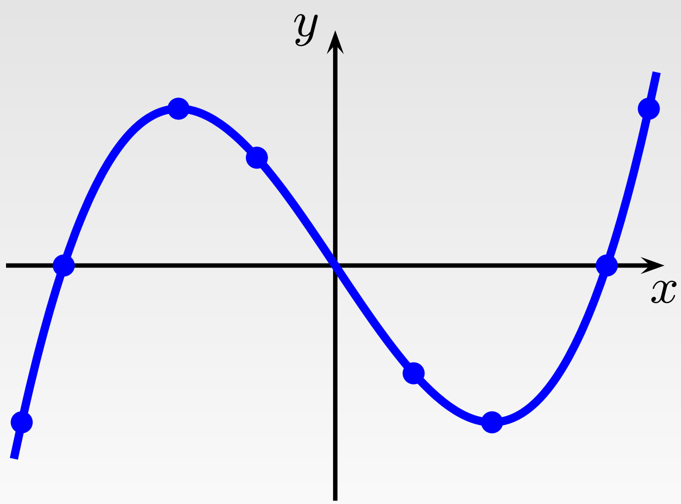
Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

$$\boxed{\text{dispari se } f(-x) = -f(x) \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}}$$

Se f è dispari i punti

$$(x, f(x)) \qquad \text{e} \qquad (-x, -f(x))$$

appartengono entrambi al grafico



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

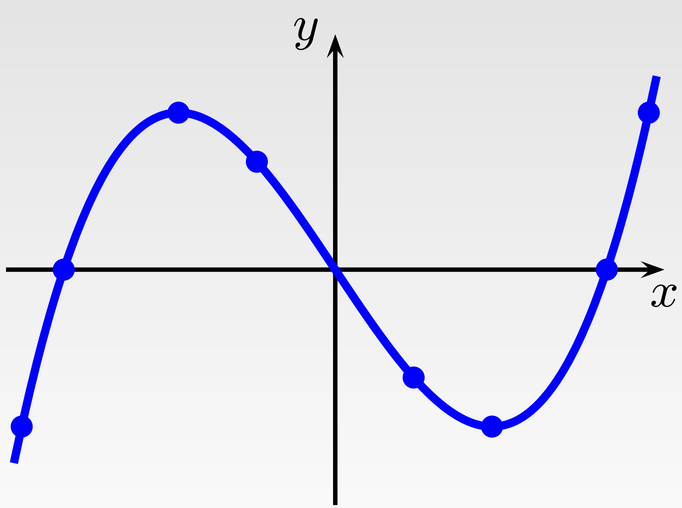
$(0.5, -1.375)$	$(-0.5, 1.375)$
$(1, -2)$	$(-1, 2)$
$(1.732, 0)$	$(-1.732, 0)$
$(2, 2)$	$(-2, -2)$

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

dispari se $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Il grafico di una funzione dispari è simmetrico rispetto all'origine degli assi



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

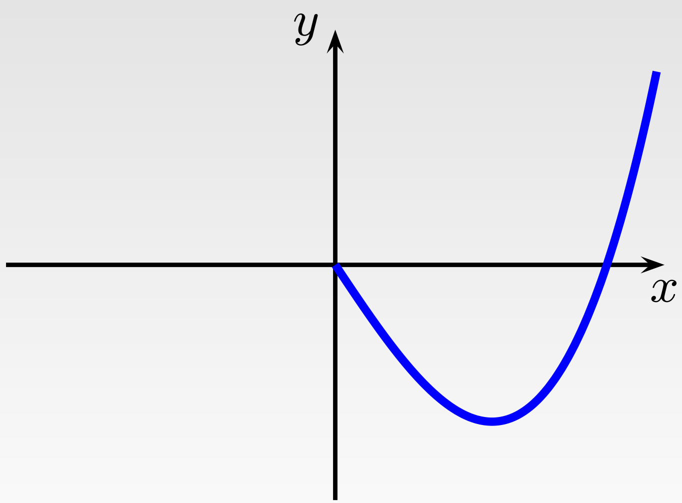
$(0.5, -1.375)$	$(-0.5, 1.375)$
$(1, -2)$	$(-1, 2)$
$(1.732, 0)$	$(-1.732, 0)$
$(2, 2)$	$(-2, -2)$

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

dispari se $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Il grafico di una funzione dispari è simmetrico rispetto all'origine degli assi



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

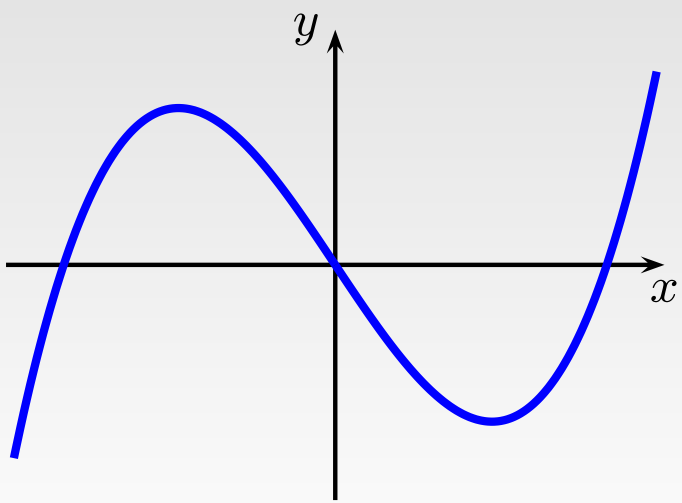
$(0.5, -1.375)$	$(-0.5, 1.375)$
$(1, -2)$	$(-1, 2)$
$(1.732, 0)$	$(-1.732, 0)$
$(2, 2)$	$(-2, -2)$

Funzioni dispari

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice

dispari se $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Il grafico di una funzione dispari è simmetrico rispetto all'origine degli assi



Esempio:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$(0.5, -1.375)$	$(-0.5, 1.375)$
$(1, -2)$	$(-1, 2)$
$(1.732, 0)$	$(-1.732, 0)$
$(2, 2)$	$(-2, -2)$

Funzioni monotone

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice **monotona strettamente crescente** se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

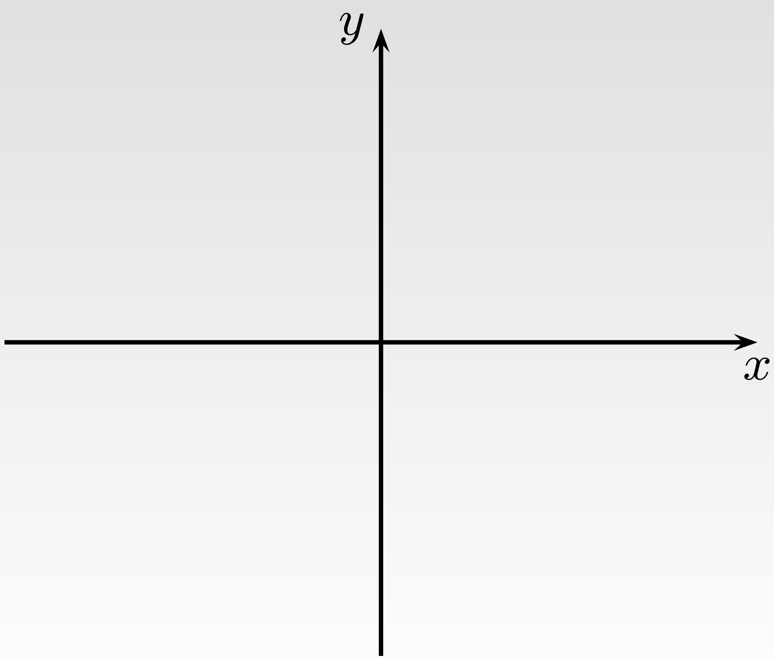
$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$

Funzioni monotone

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice monotona strettamente crescente se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$

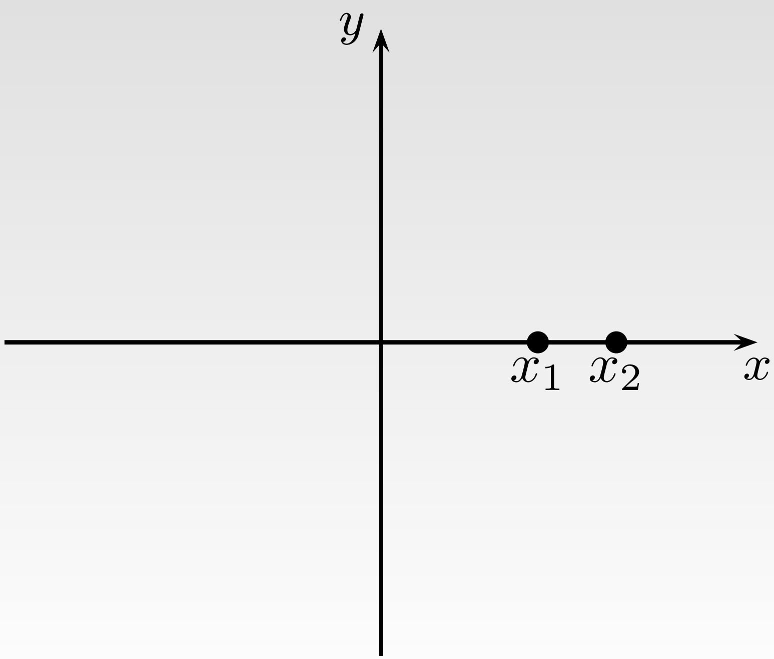
Graficamente:



Funzioni monotone

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice monotona strettamente crescente se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$



Graficamente:

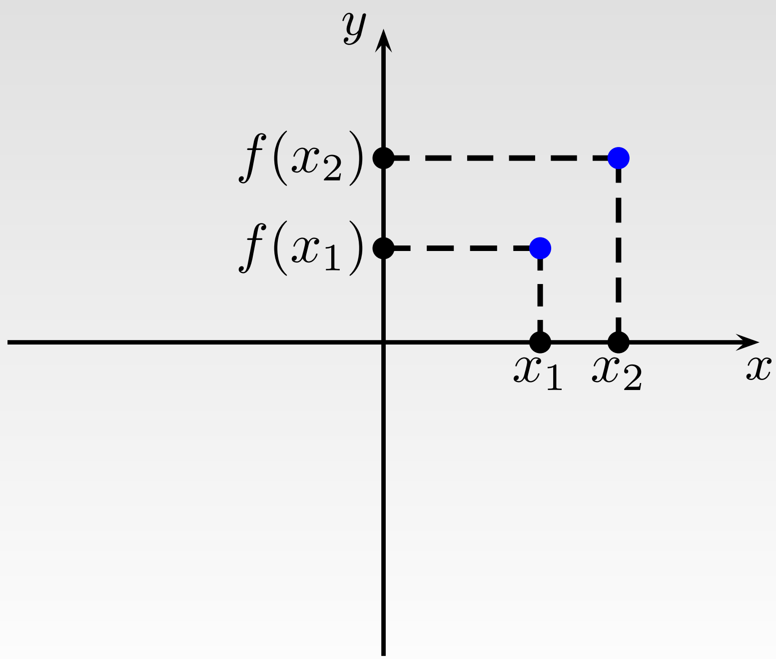
Per ogni

$$x_1 < x_2$$

Funzioni monotone

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice monotona strettamente crescente se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$



Graficamente:

Per ogni

$$x_1 < x_2$$

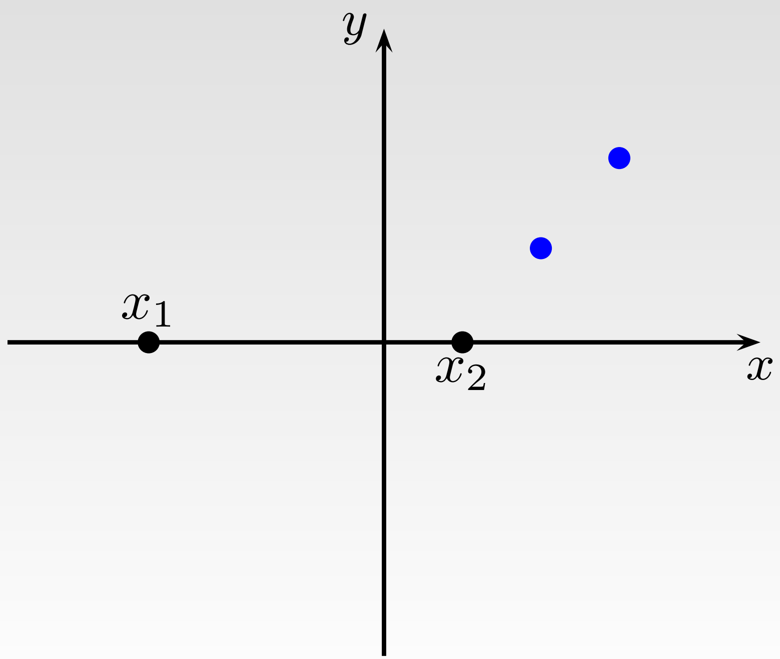
i corrispondenti valori soddisfano

$$f(x_1) < f(x_2)$$

Funzioni monotone

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice **monotona strettamente crescente** se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$



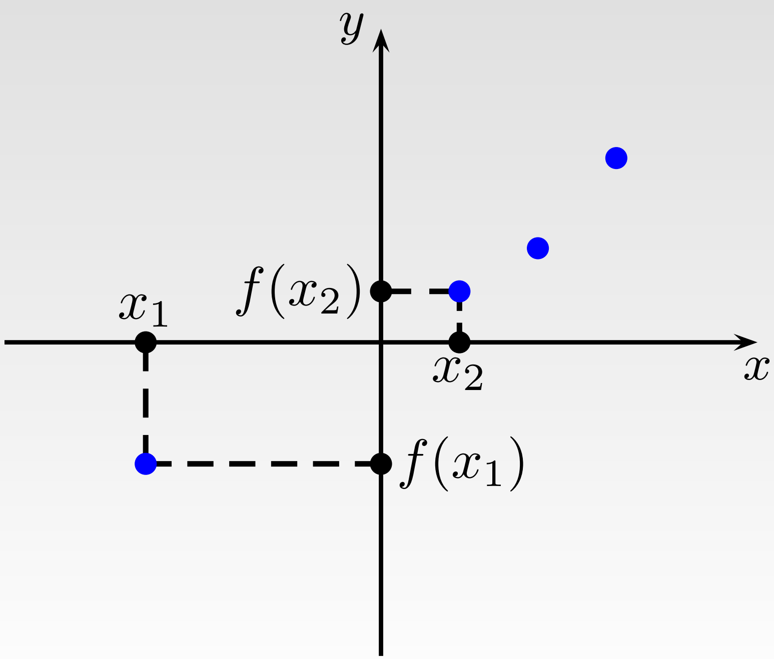
Graficamente:

Questo accade per tutte le coppie!

Funzioni monotone

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice monotona strettamente crescente se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$



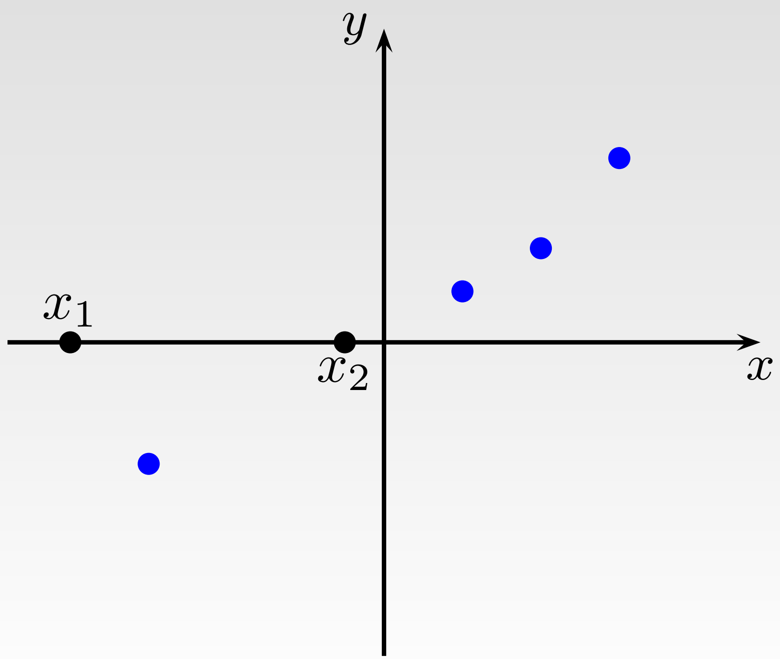
Graficamente:

Questo accade per tutte le coppie!

Funzioni monotone

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice **monotona strettamente crescente** se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$



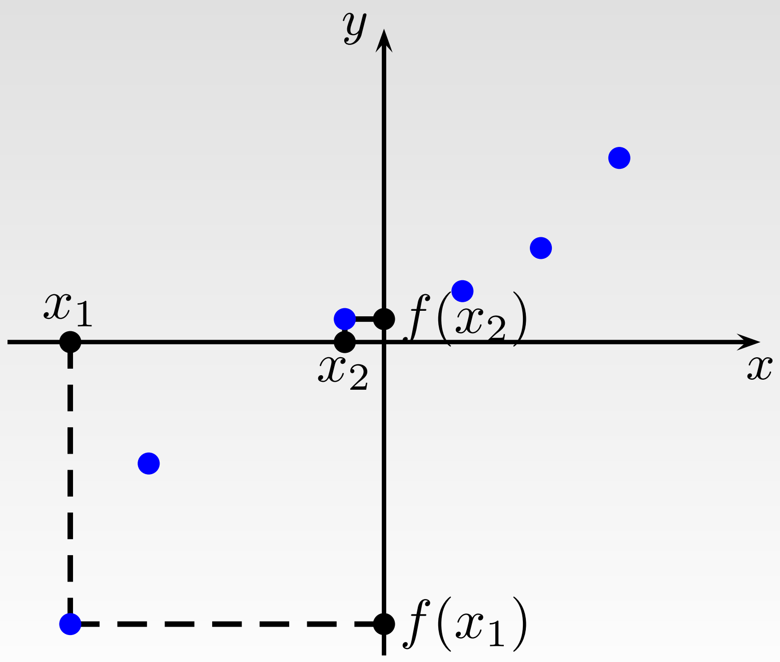
Graficamente:

Questo accade per tutte le coppie!

Funzioni monotone

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice **monotona strettamente crescente** se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$



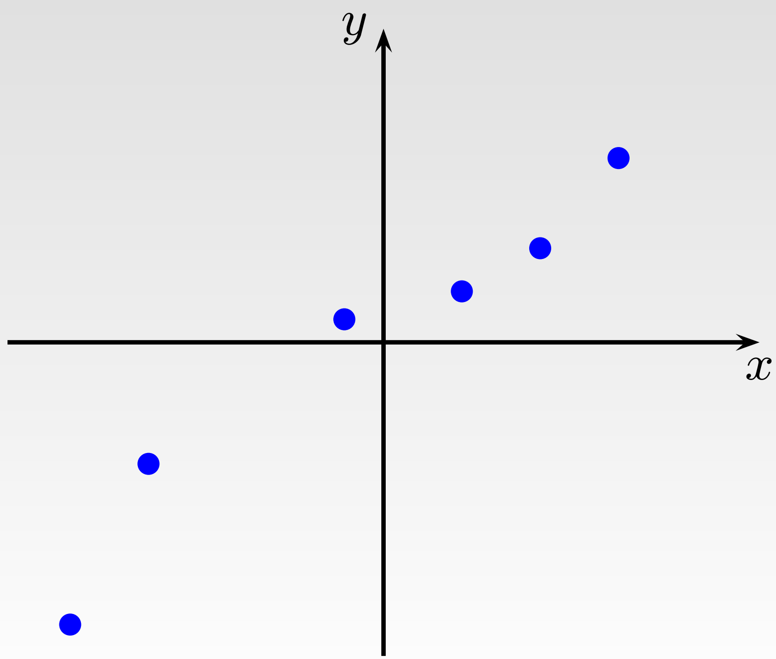
Graficamente:

Questo accade per tutte le coppie!

Funzioni monotone

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice monotona strettamente crescente se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$



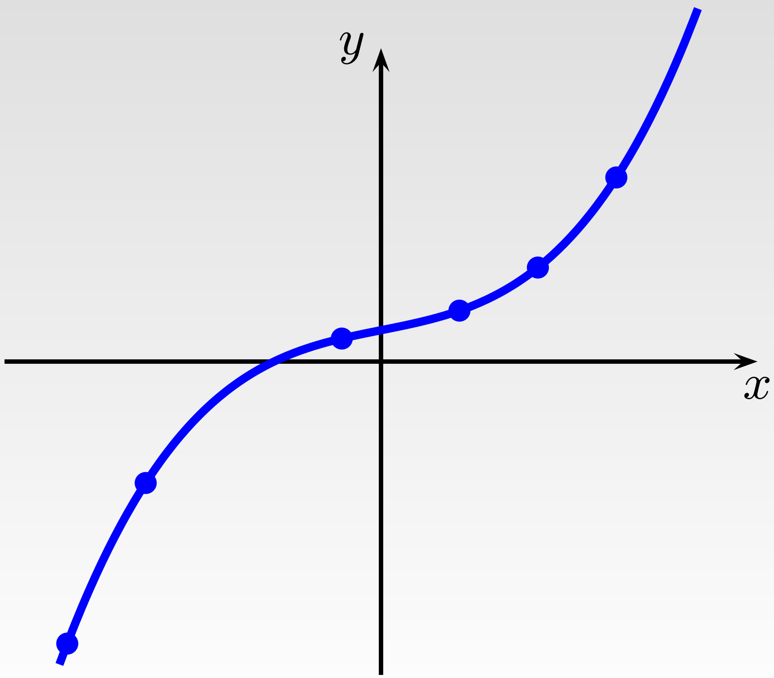
Graficamente:

Questo accade per tutte le coppie!

Funzioni monotone

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice monotona strettamente crescente se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$



Graficamente:

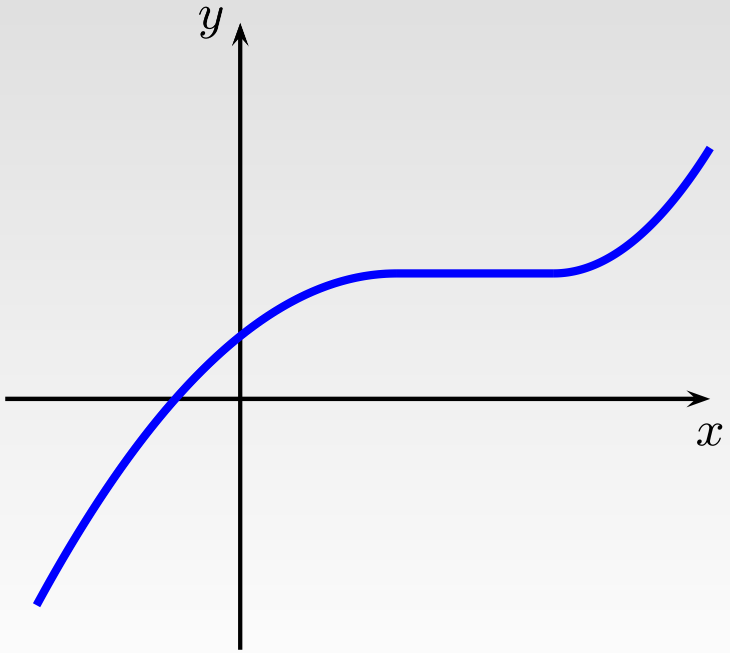
Questo accade per tutte le coppie!

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice monotona crescente se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$$

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice monotona crescente se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

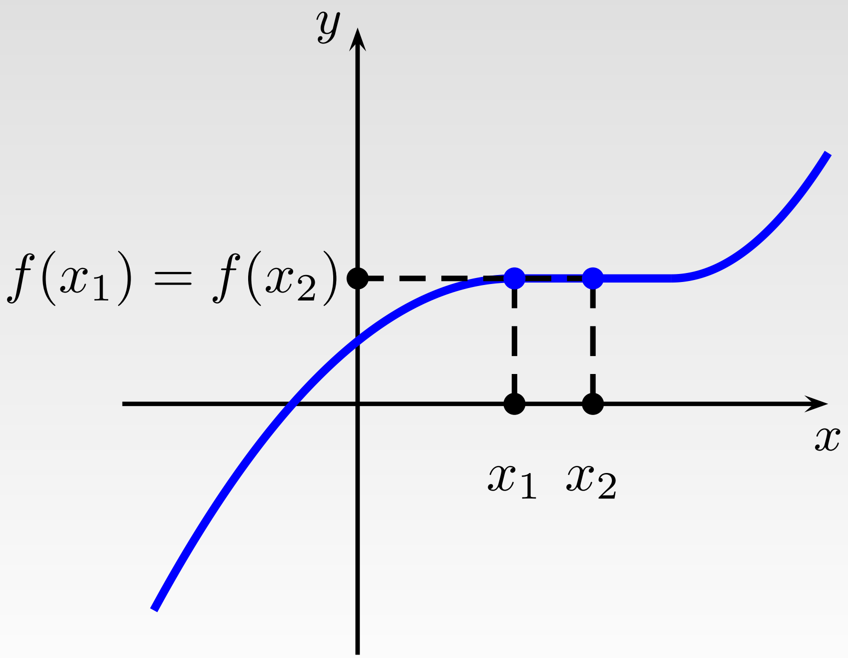
$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$$



In questo caso possono esistere punti $x_1 < x_2$ col medesimo valore

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice **monotona crescente** se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$$



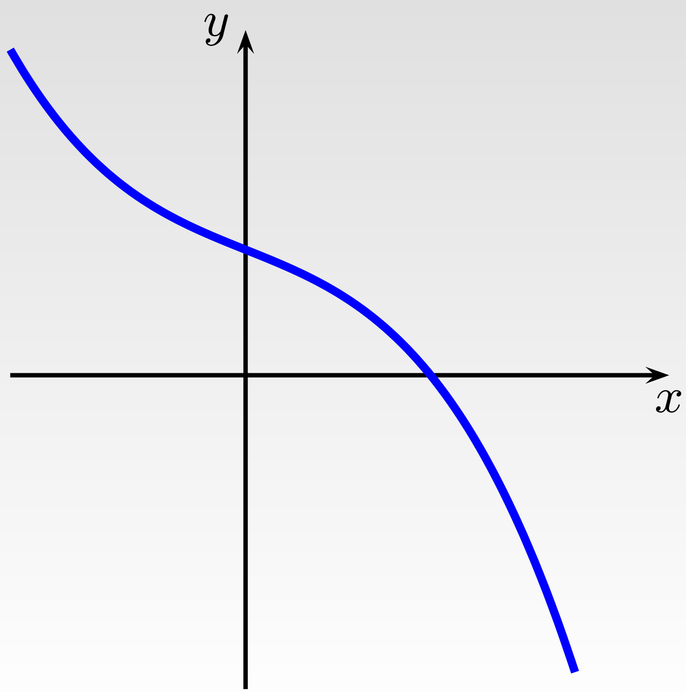
In questo caso possono esistere punti $x_1 < x_2$ col medesimo valore

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice **monotona strettamente decrescente** se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$$

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice **monotona strettamente decrescente** se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$$



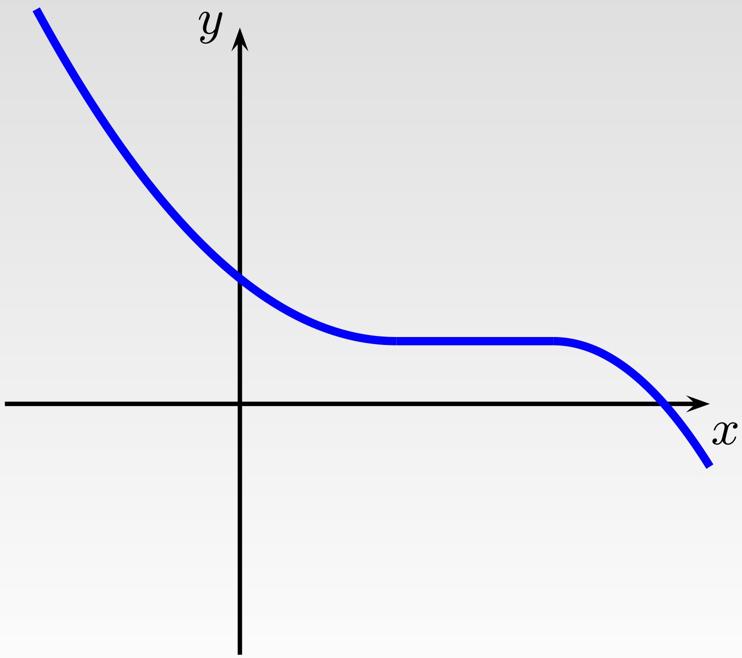
Esempio di funzione monotona strettamente decrescente

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice monotona decrescente se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$

Una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice monotona decrescente se, per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$



Esempio di funzione decrescente ma non strettamente decrescente

Esempio importante

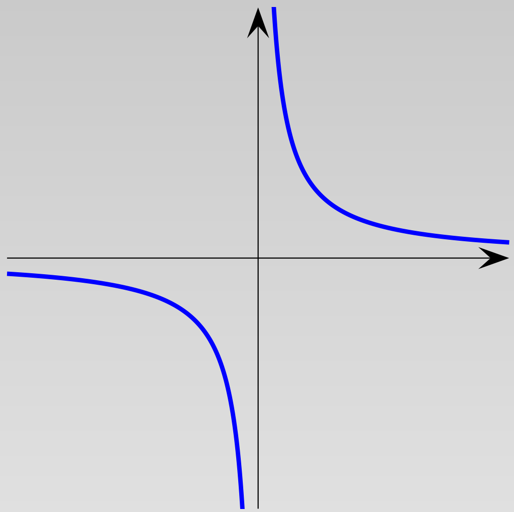
Si è portati a pensare che il grafico di una funzione crescente (decrescente) abbia un andamento ascendente (discendente).

Esempio importante

Si è portati a pensare che il grafico di una funzione crescente (decrescente) abbia un andamento ascendente (discendente).

È corretto?

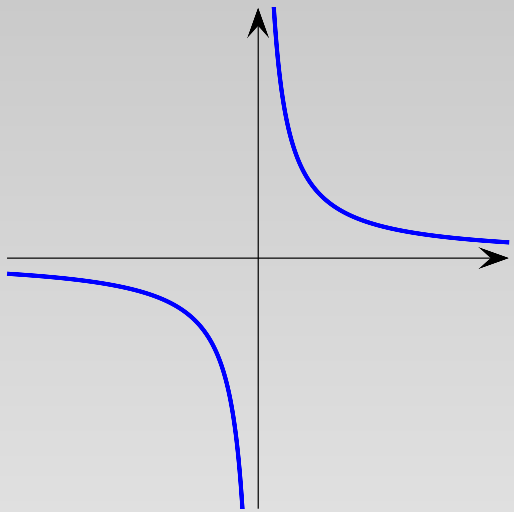
Esempio importante



Consideriamo, ad esempio, la funzione

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} \setminus \{0\} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Esempio importante

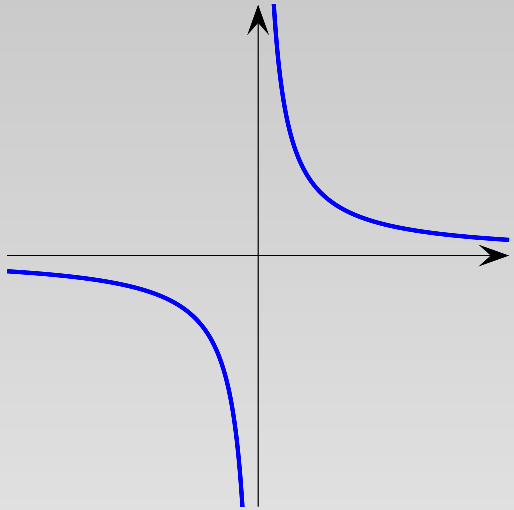


Consideriamo, ad esempio, la funzione

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{1}{x}$$

È decrescente?

Esempio importante

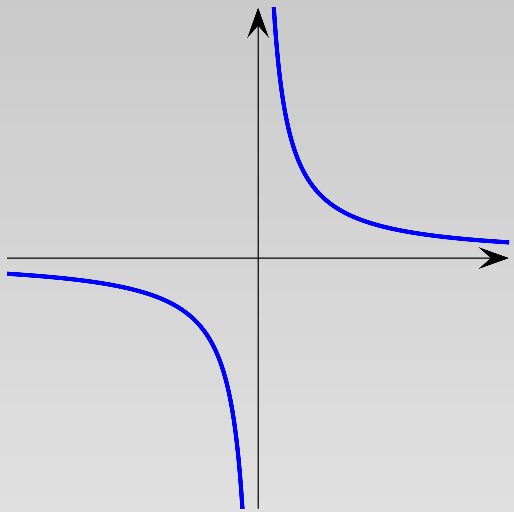


Consideriamo, ad esempio, la funzione

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} \setminus \{0\} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \frac{1}{x} \end{aligned}$$

È decrescente? NO!

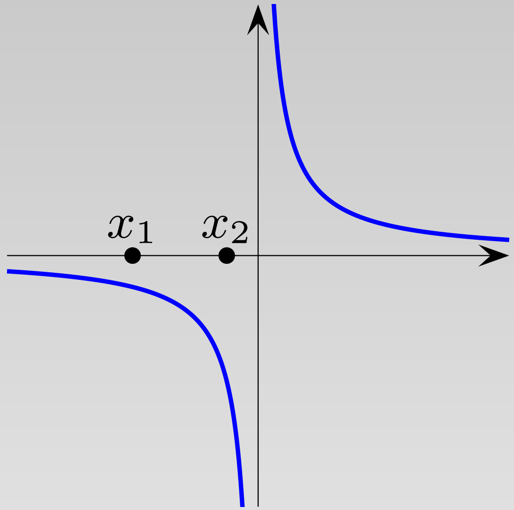
Esempio importante



Se lo fosse, per definizione, dovrebbe accadere che per ogni $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ si avrebbe

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$

Esempio importante

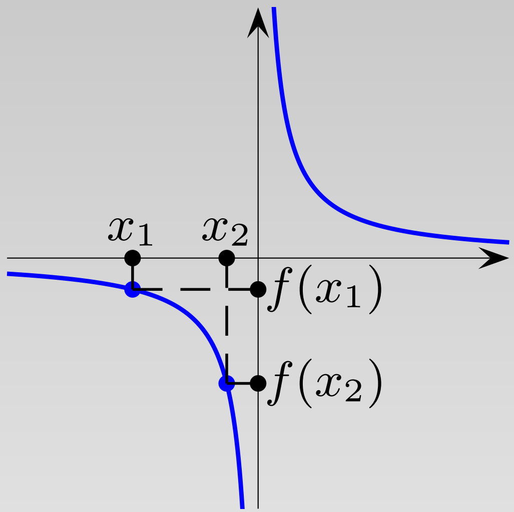


Se lo fosse, per definizione, dovrebbe accadere che per ogni $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ si avrebbe

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$

Per questa coppia di punti ciò è vero

Esempio importante



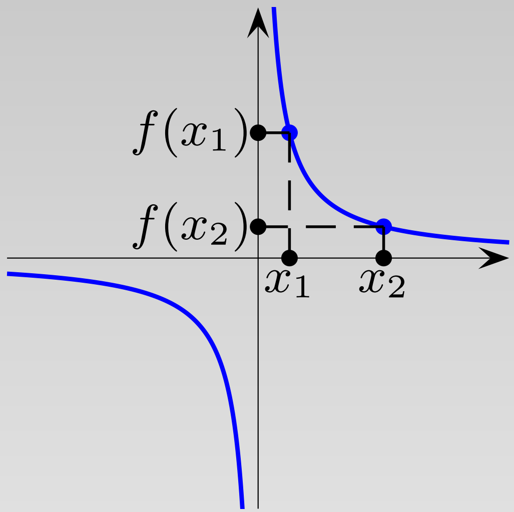
Se lo fosse, per definizione, dovrebbe accadere che per ogni $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ si avrebbe

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$

Per questa coppia di punti ciò è vero, infatti

$$x_1 < x_2 \quad \text{e} \quad f(x_1) > f(x_2)$$

Esempio importante



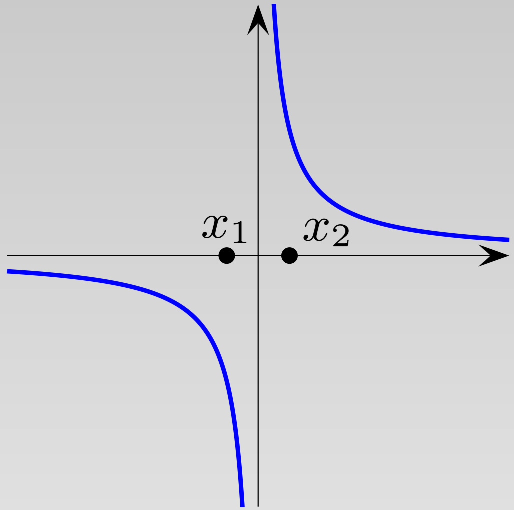
Se lo fosse, per definizione, dovrebbe accadere che per ogni $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ si avrebbe

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$

Anche per quest'altra coppia di punti

$$x_1 < x_2 \quad \text{e} \quad f(x_1) > f(x_2)$$

Esempio importante

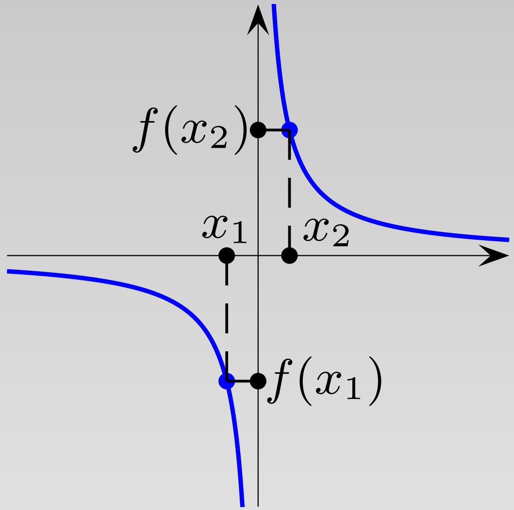


Se lo fosse, per definizione, dovrebbe accadere che per ogni $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ si avrebbe

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$

Invece per questa coppia di punti si ha

Esempio importante



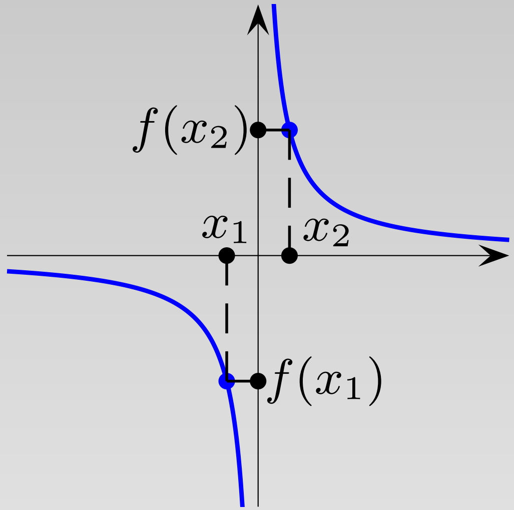
Se lo fosse, per definizione, dovrebbe accadere che per ogni $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ si avrebbe

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$

Invece per questa coppia di punti si ha

$$x_1 < x_2 \quad \text{ma} \quad f(x_1) < f(x_2)$$

Esempio importante



Se lo fosse, per definizione, dovrebbe accadere che per ogni $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ si avrebbe

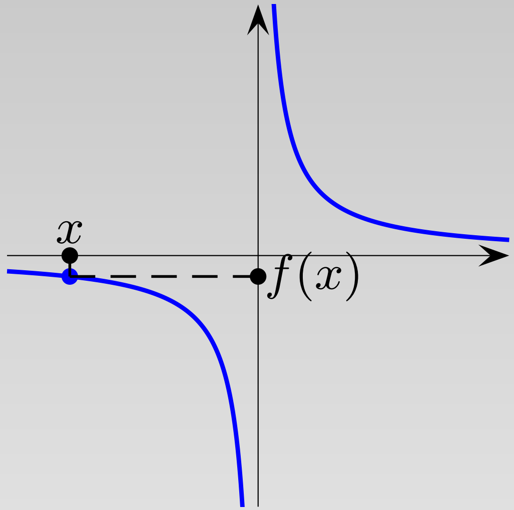
$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$$

Invece per questa coppia di punti si ha

$$x_1 < x_2 \quad \text{ma} \quad f(x_1) < f(x_2)$$

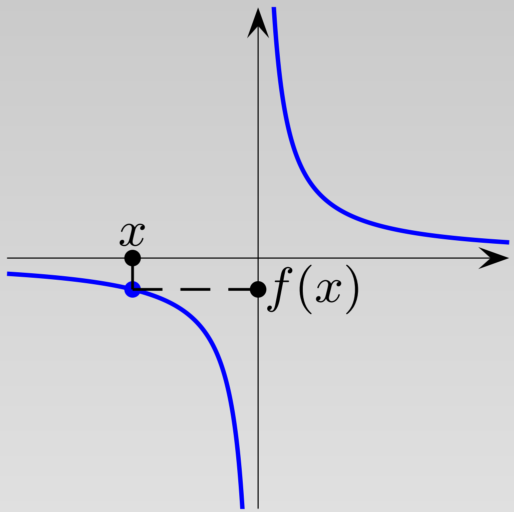
Quindi la funzione f NON è decrescente

Esempio importante



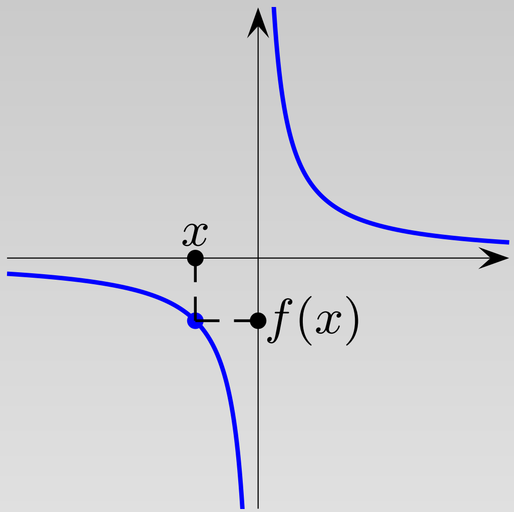
Intuitivamente, partendo dalle x negative e spostandosi nel verso positivo delle ascisse, inizialmente il valore corrispondente decresce

Esempio importante



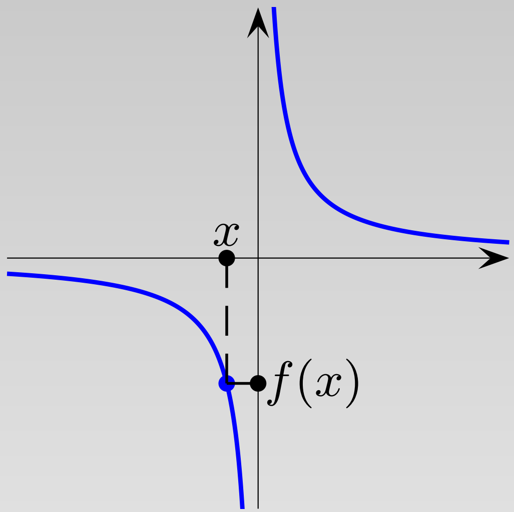
Intuitivamente, partendo dalle x negative e spostandosi nel verso positivo delle ascisse, inizialmente il valore corrispondente decresce

Esempio importante



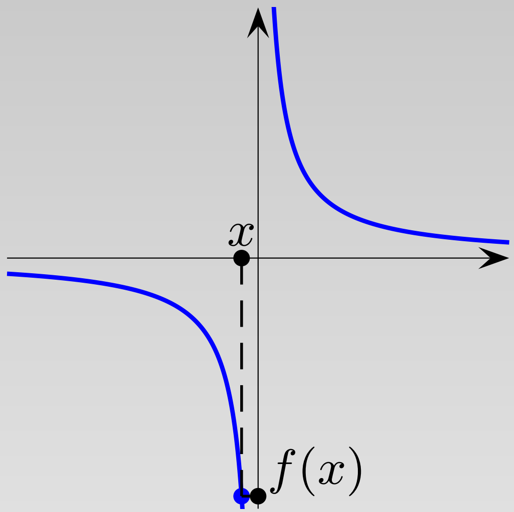
Intuitivamente, partendo dalle x negative e spostandosi nel verso positivo delle ascisse, inizialmente il valore corrispondente decresce

Esempio importante



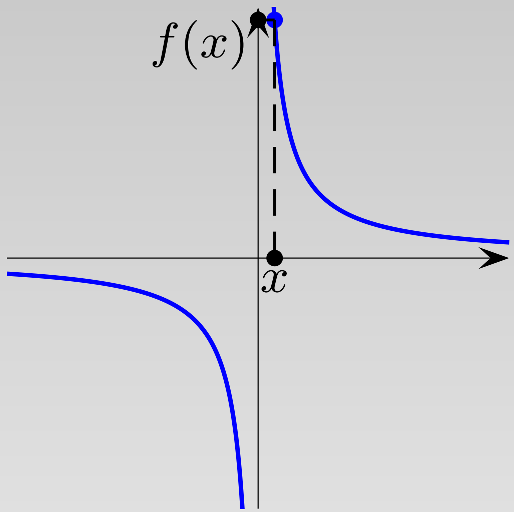
Intuitivamente, partendo dalle x negative e spostandosi nel verso positivo delle ascisse, inizialmente il valore corrispondente decresce

Esempio importante



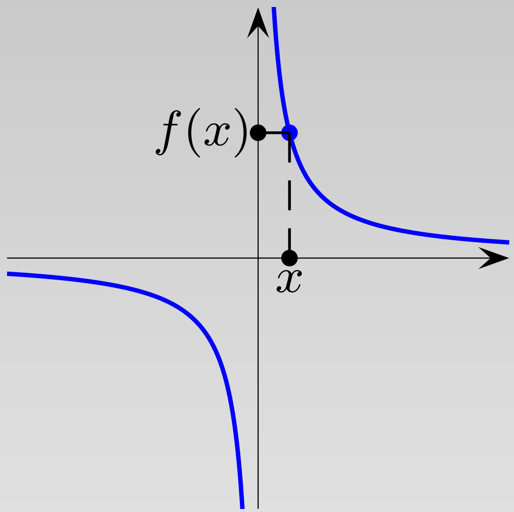
Intuitivamente, partendo dalle x negative e spostandosi nel verso positivo delle ascisse, inizialmente il valore corrispondente decresce

Esempio importante



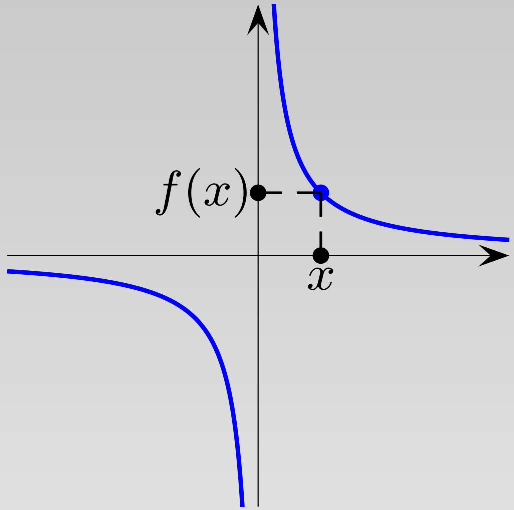
Intuitivamente, partendo dalle x negative e spostandosi nel verso positivo delle ascisse, inizialmente il valore corrispondente decresce, ma attraversando l'origine, la funzione passa improvvisamente da valori negativi a positivi, avendo in $x = 0$ un "incremento infinito"

Esempio importante

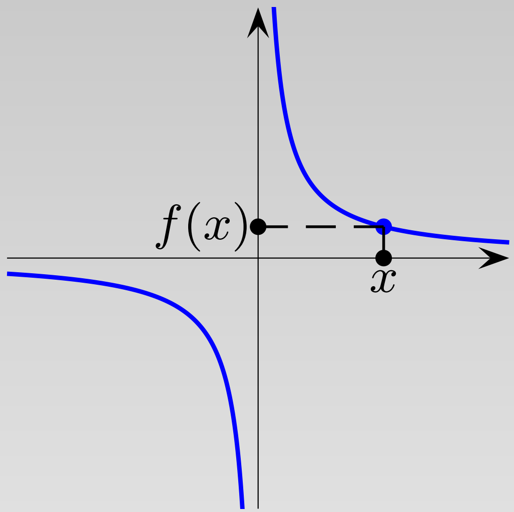


Intuitivamente, partendo dalle x negative e spostandosi nel verso positivo delle ascisse, inizialmente il valore corrispondente decresce, ma attraversando l'origine, la funzione passa improvvisamente da valori negativi a positivi, avendo in $x = 0$ un "incremento infinito"

Esempio importante

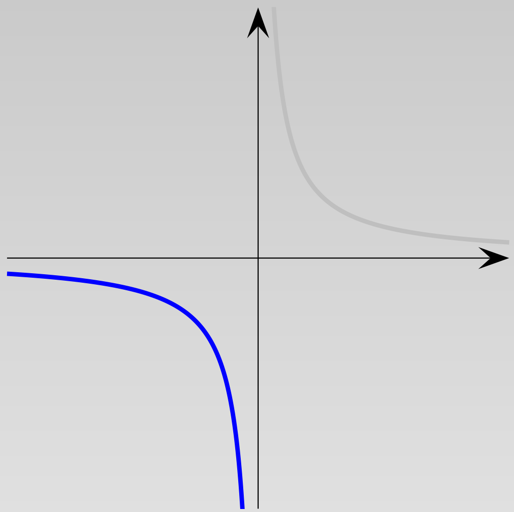


Intuitivamente, partendo dalle x negative e spostandosi nel verso positivo delle ascisse, inizialmente il valore corrispondente decresce, ma attraversando l'origine, la funzione passa improvvisamente da valori negativi a positivi, avendo in $x = 0$ un "incremento infinito"



Intuitivamente, partendo dalle x negative e spostandosi nel verso positivo delle ascisse, inizialmente il valore corrispondente decresce, ma attraversando l'origine, la funzione passa improvvisamente da valori negativi a positivi, avendo in $x = 0$ un "incremento infinito"

Esempio importante



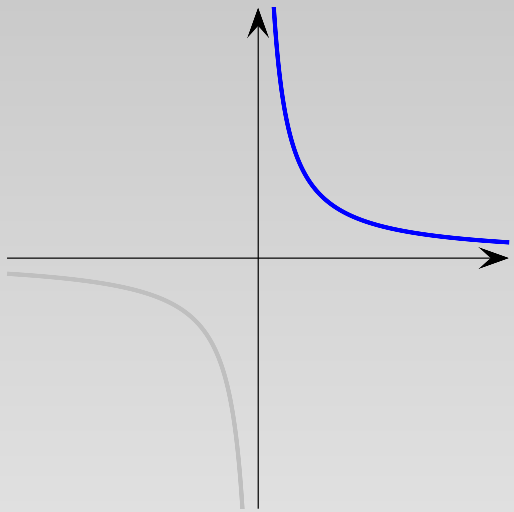
Però, restringendo il dominio della funzione:

$$\left]-\infty, 0\right[\to \mathbb{R} \qquad \left]0, +\infty\right[\to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{1}{x} \qquad x \mapsto \frac{1}{x}$$

otteniamo due funzioni (strettam.) decrescenti

Esempio importante



Però, restringendo il dominio della funzione:

$$]-\infty, 0[\to \mathbb{R} \qquad\qquad]0, +\infty[\to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{1}{x} \qquad\qquad x \mapsto \frac{1}{x}$$

otteniamo due funzioni (strettam.) decrescenti