

Limiti

*Corso di Analisi Matematica I - prima parte -
Laurea in Matematica*

Paolo Baiti

A.A. 2008-2009

Questa presentazione ha come unico scopo quello di illustrare le varie definizioni di limite.
Non vuole essere una trattazione esauriente.

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

I valori

- cresceranno?

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

I valori

- cresceranno?
- decresceranno?

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Sia a_n una successione di numeri reali

Problema: cosa succede ad a_n , quando n diventa arbitrariamente grande?

I valori

- cresceranno?
- decresceranno?
- approssimeranno sempre meglio un qualche valore “limite”?

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

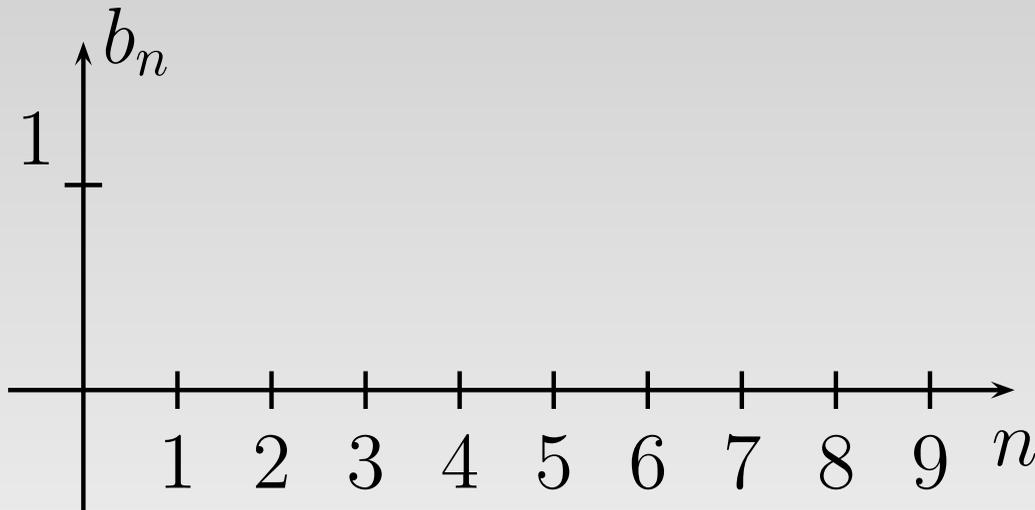
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

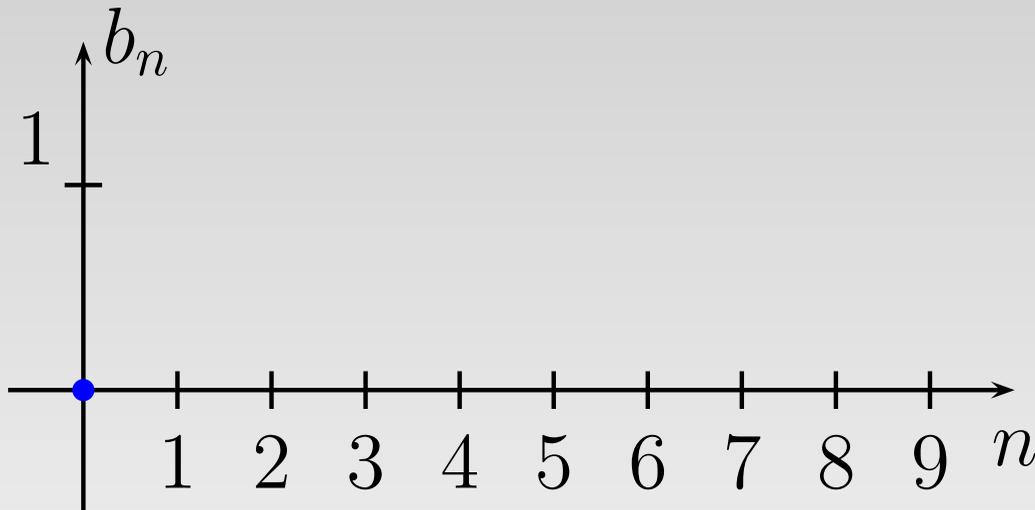
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

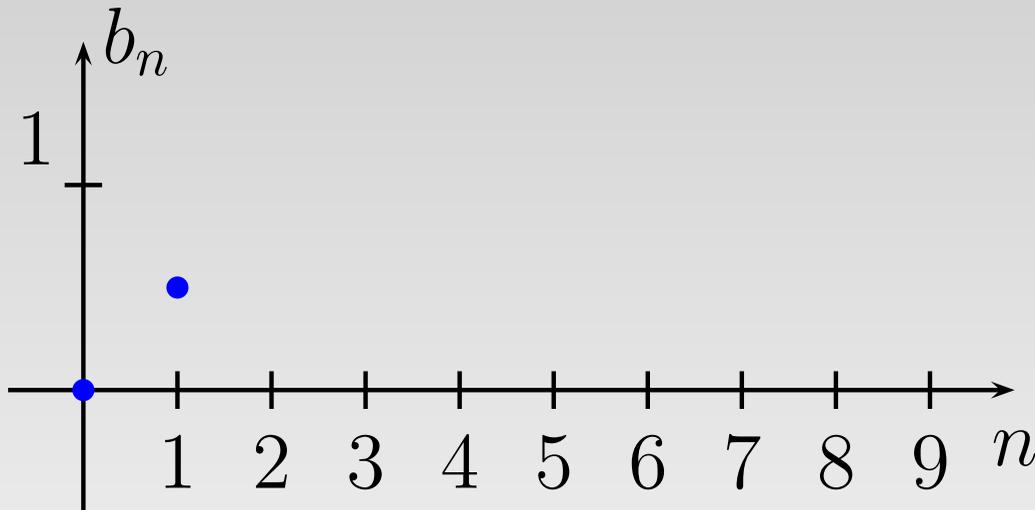
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

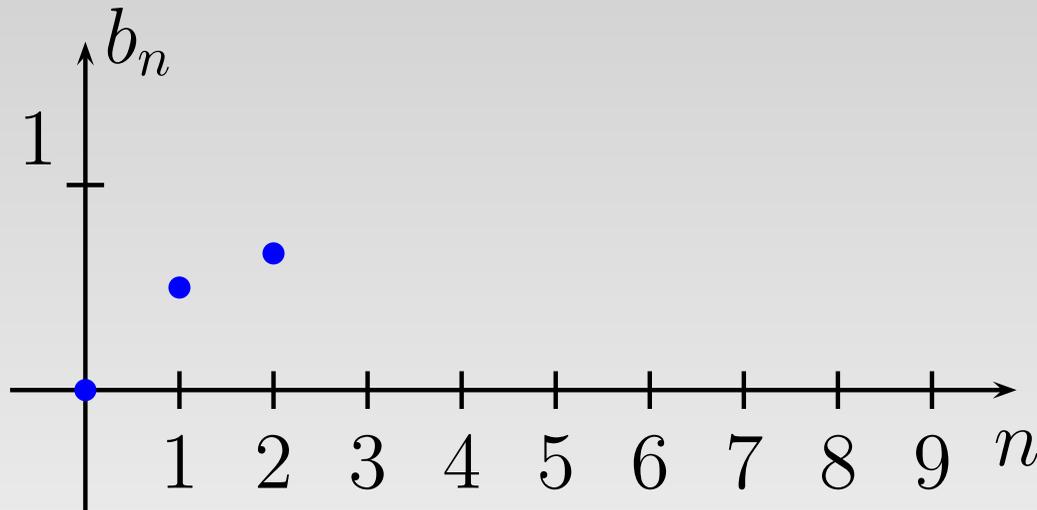
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

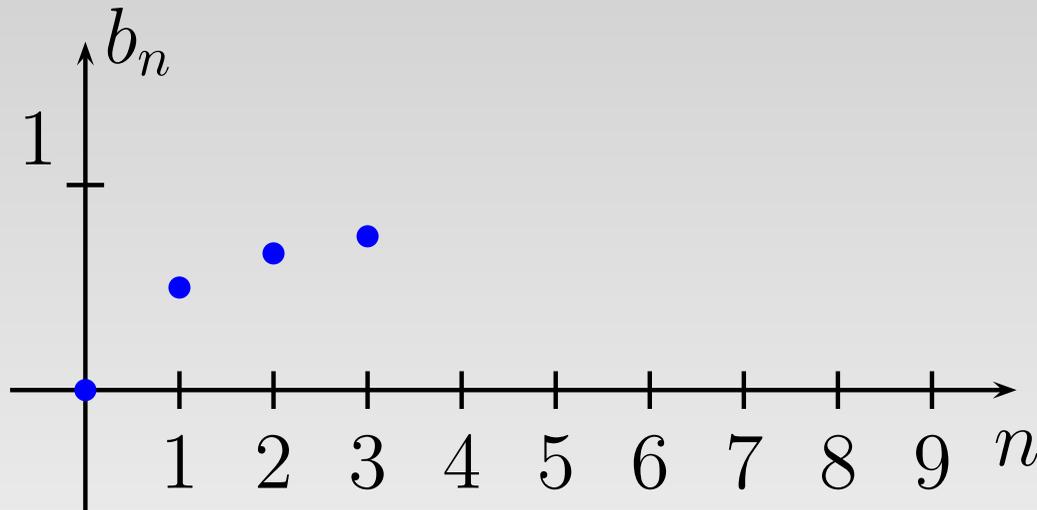
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{2}{3}$
3	$\frac{3}{4}$

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

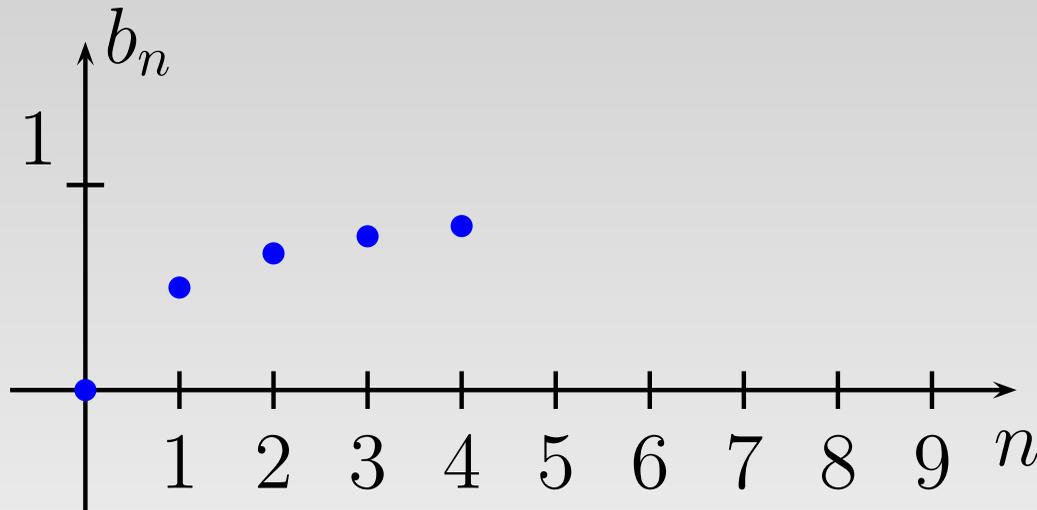
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

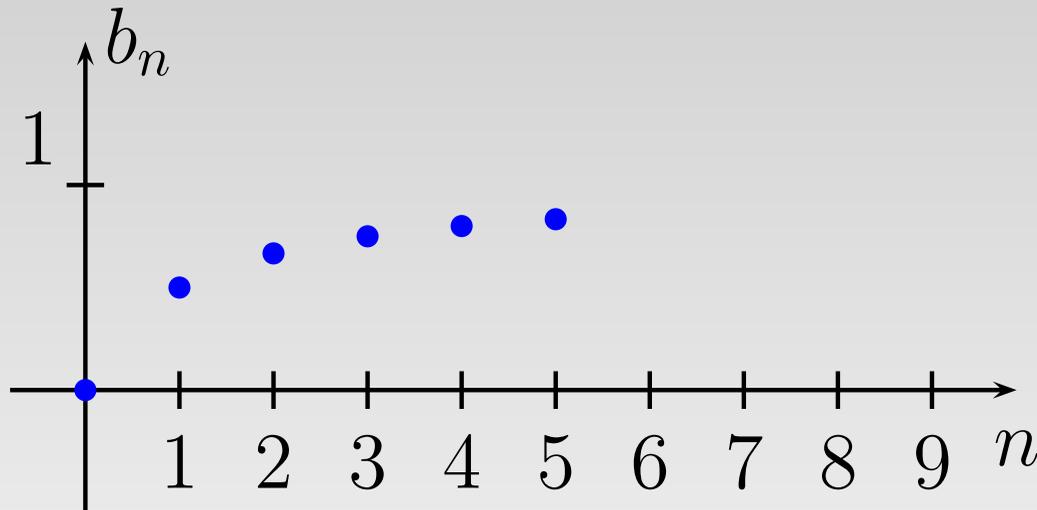
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

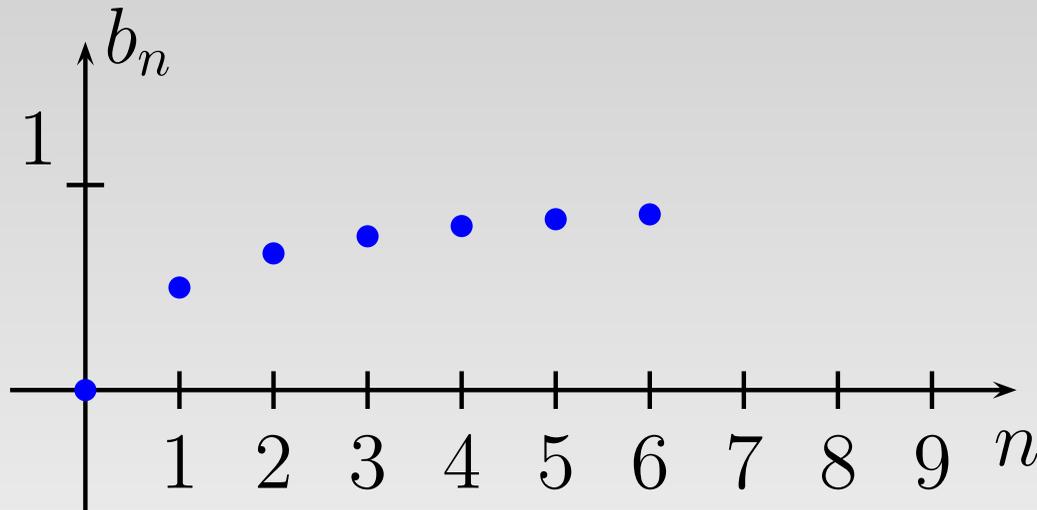
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

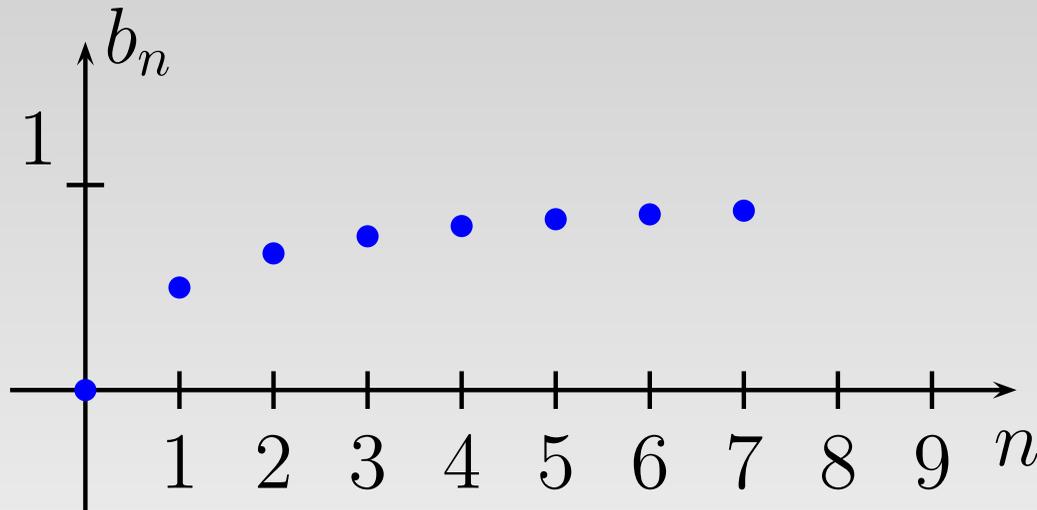
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

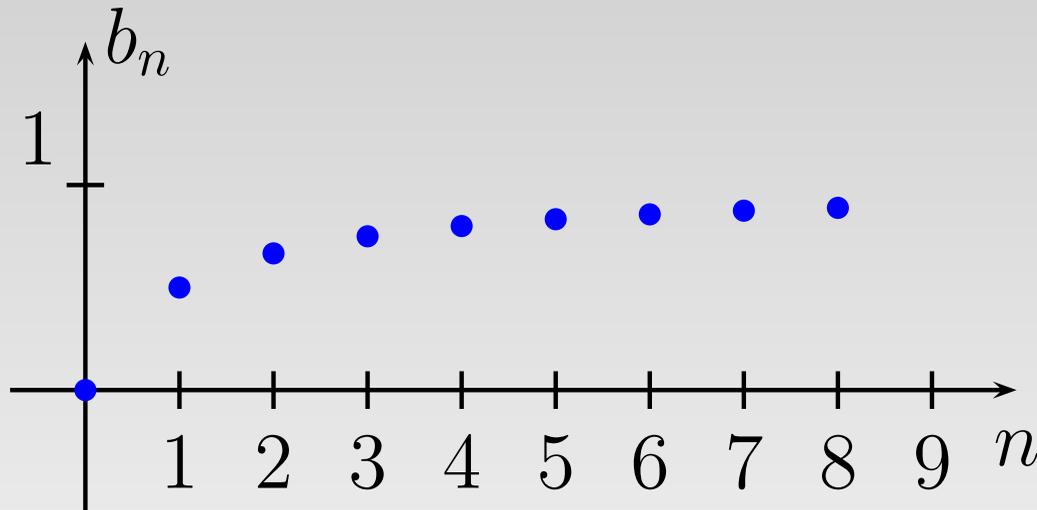
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

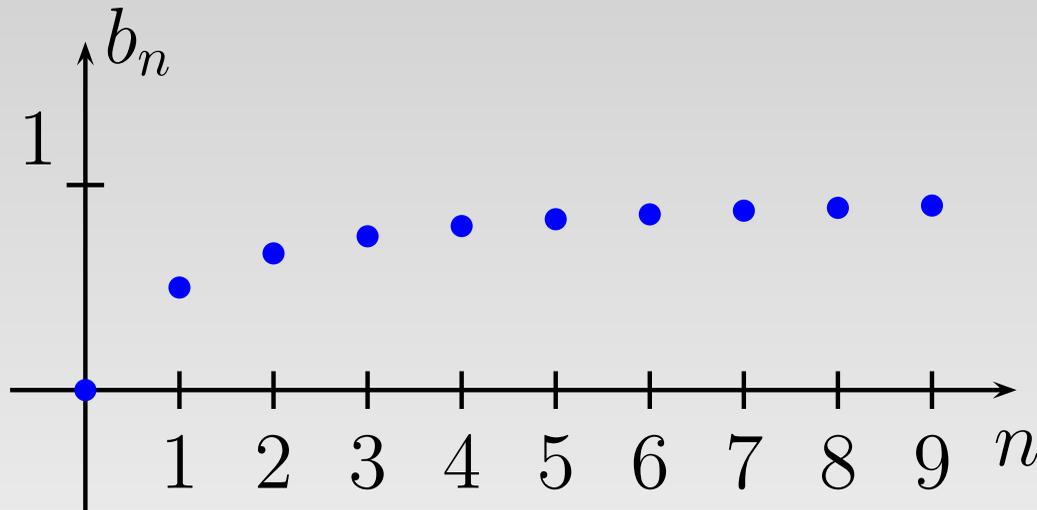
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9
9	9/10

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

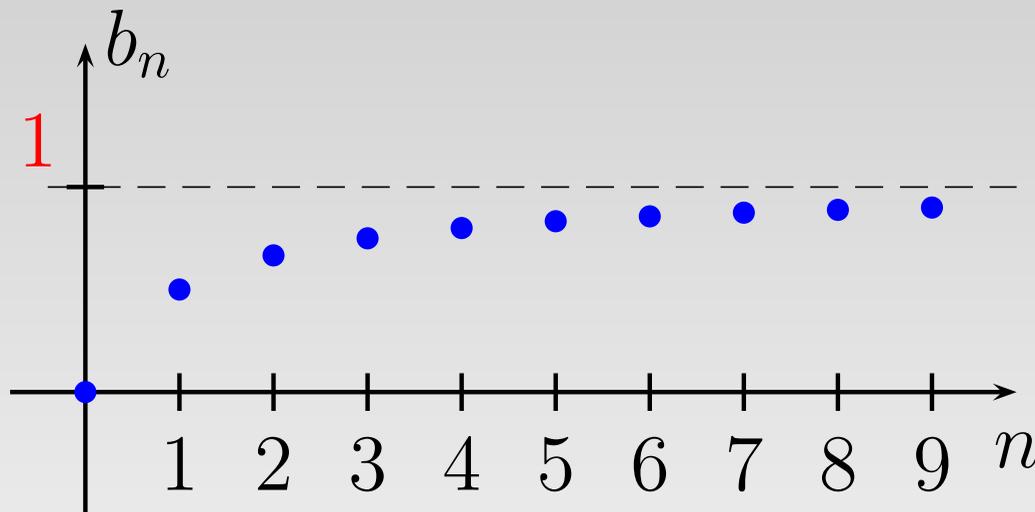
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9
9	9/10

Si osserva che i valori tendono a crescere ed avvicinarsi sempre più a 1

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

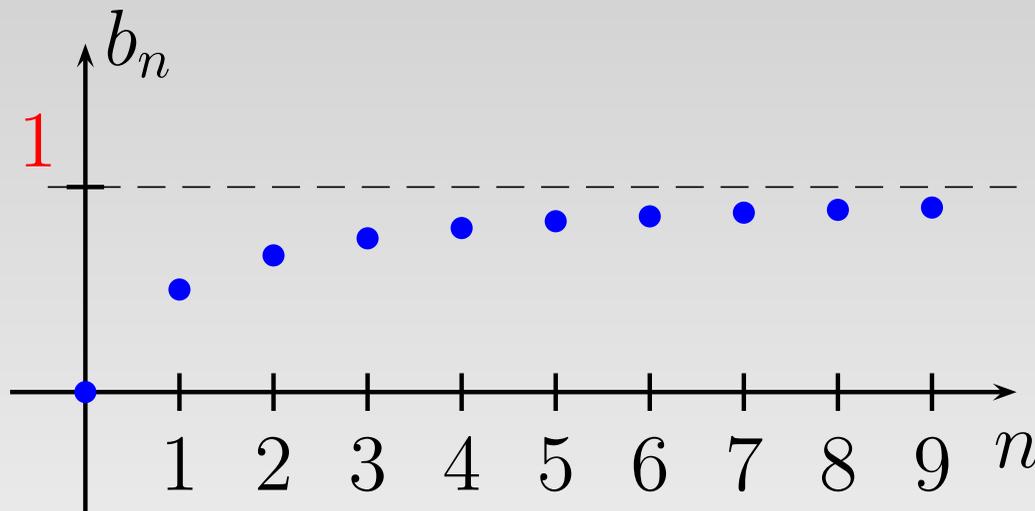
Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Esempio 1

Disegniamo nel piano cartesiano i primi termini della successione $b_n = \frac{n}{n+1}$



n	b_n
0	0
1	1/2
2	2/3
3	3/4
4	4/5
5	5/6
6	6/7
7	7/8
8	8/9
9	9/10

Si osserva che i valori tendono a crescere ed avvicinarsi sempre più a 1

Il concetto di **limite** (finito) formalizzerà questa osservazione

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

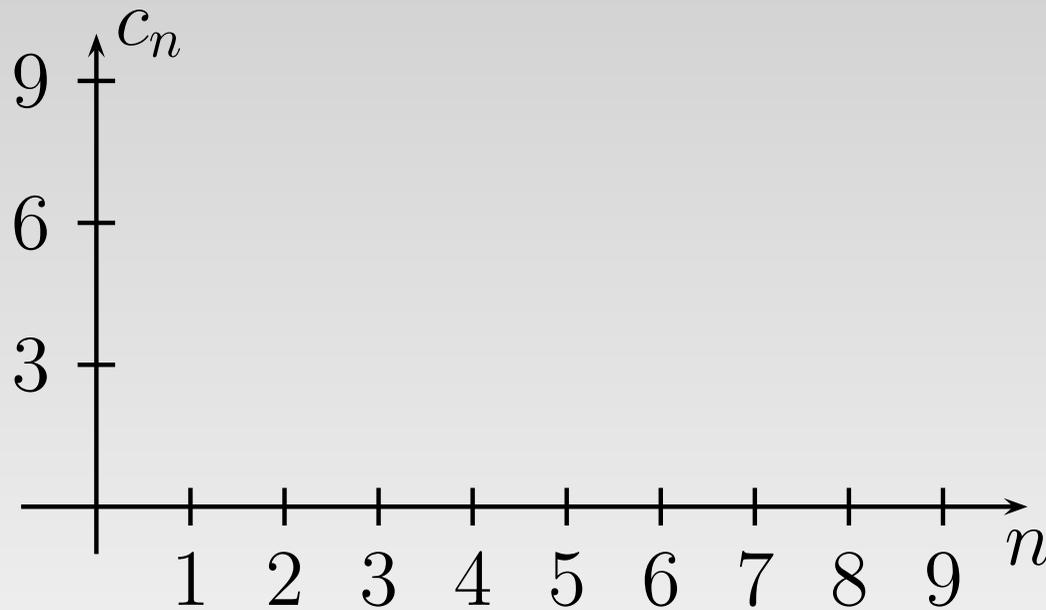
Altri Limiti



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

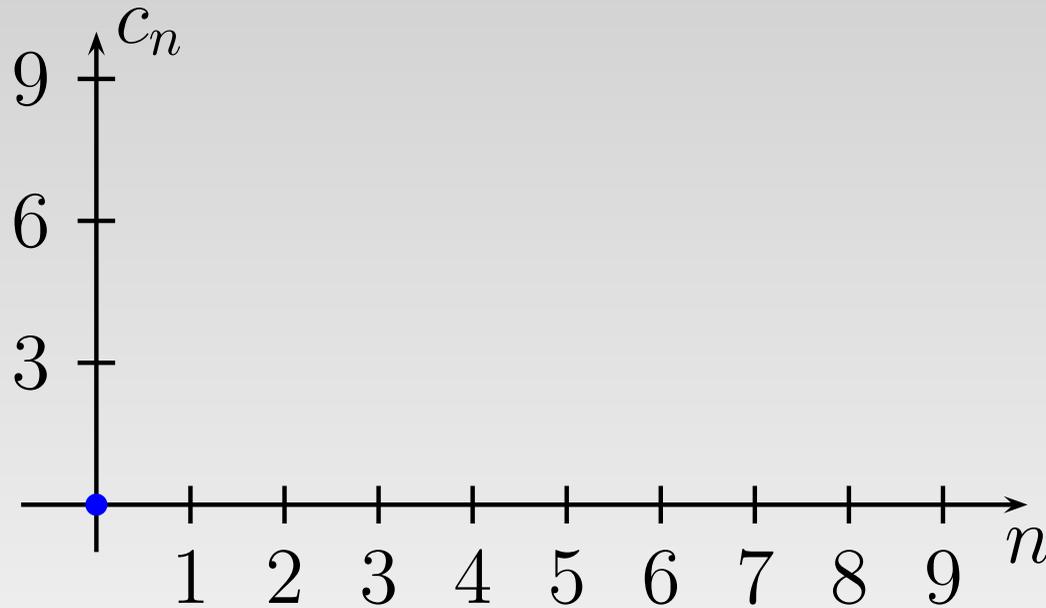
Altri Limiti



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0

[Introduzione](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Definizioni e illustrazioni](#)

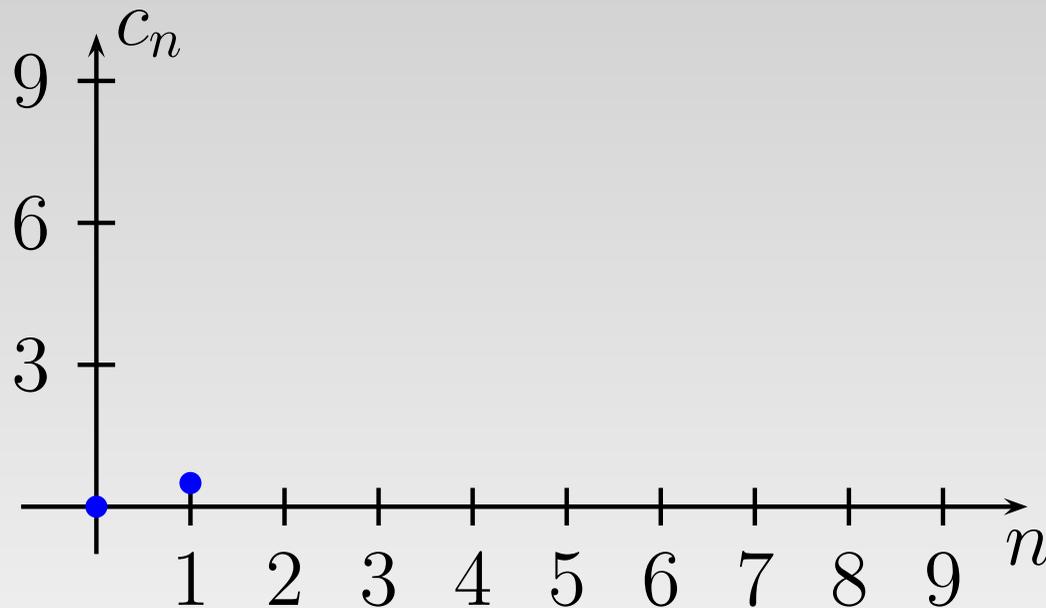
[Altri Limiti](#)



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2

[Introduzione](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Definizioni e illustrazioni](#)

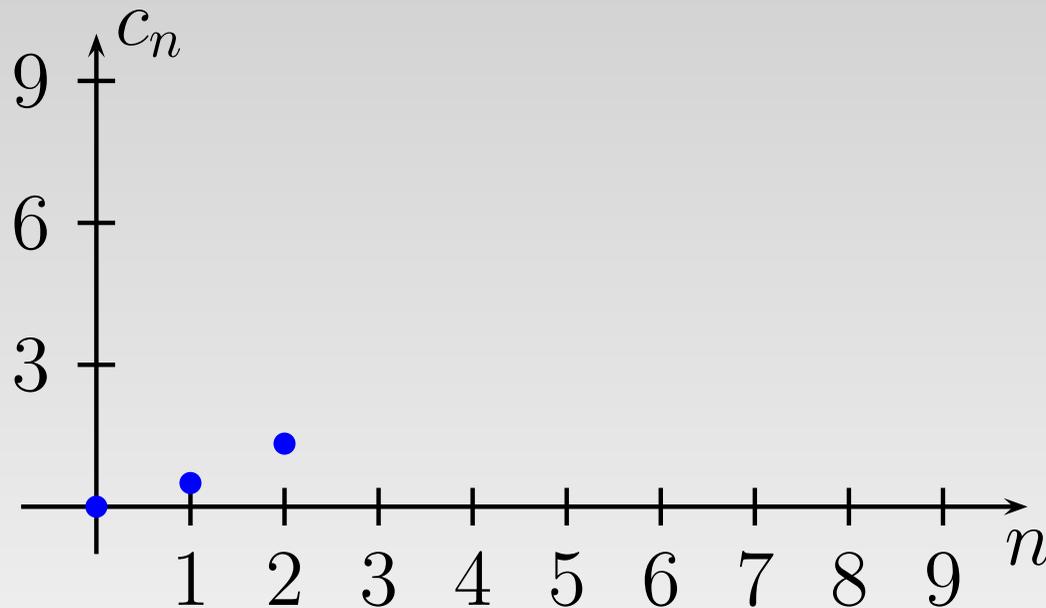
[Altri Limiti](#)



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3

[Introduzione](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Definizioni e illustrazioni](#)

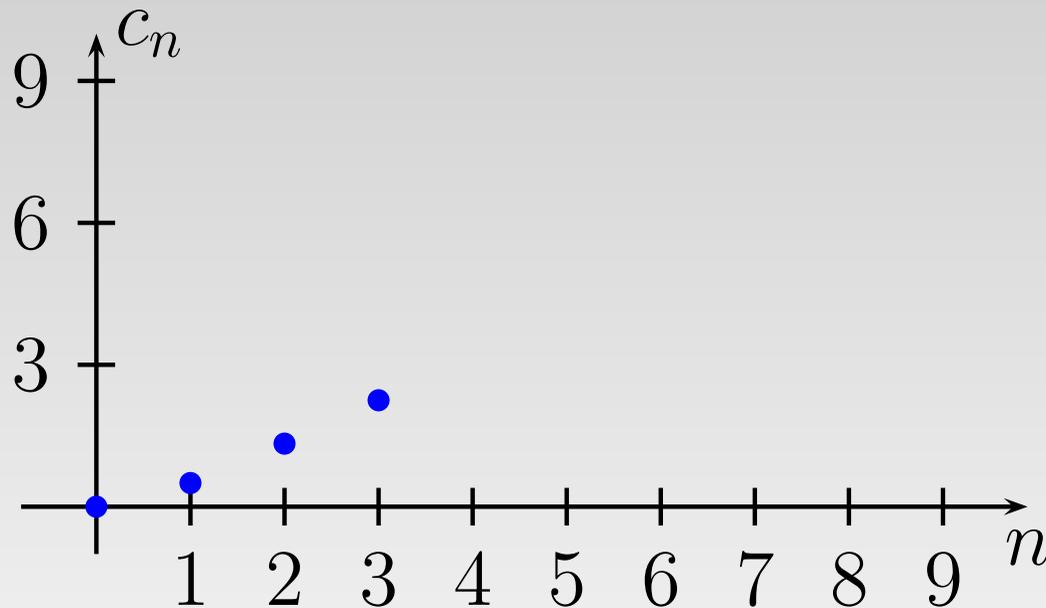
[Altri Limiti](#)



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4

[Introduzione](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Definizioni e illustrazioni](#)

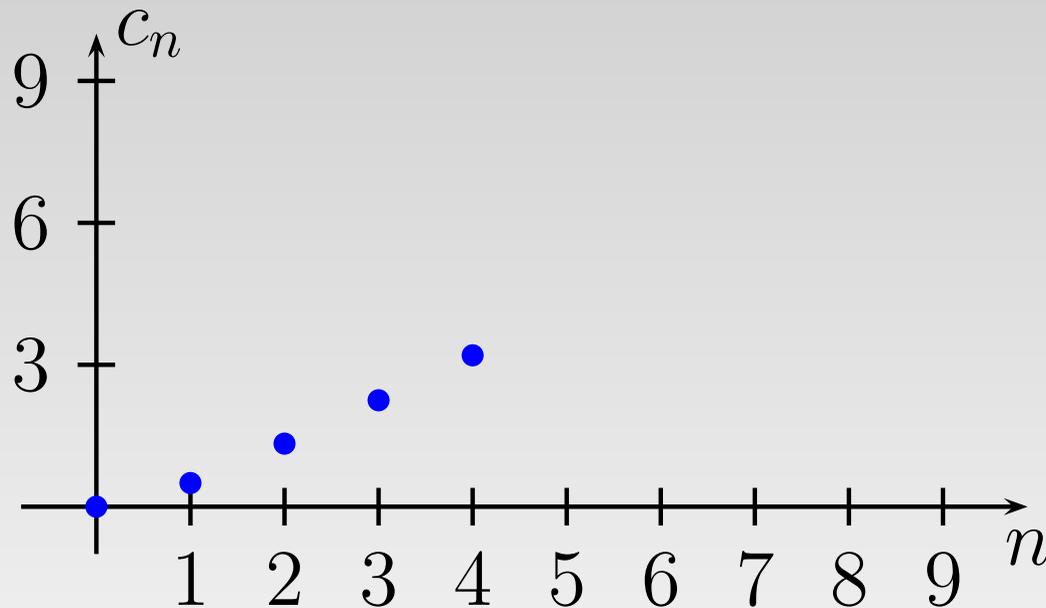
[Altri Limiti](#)



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5

[Introduzione](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Definizioni e illustrazioni](#)

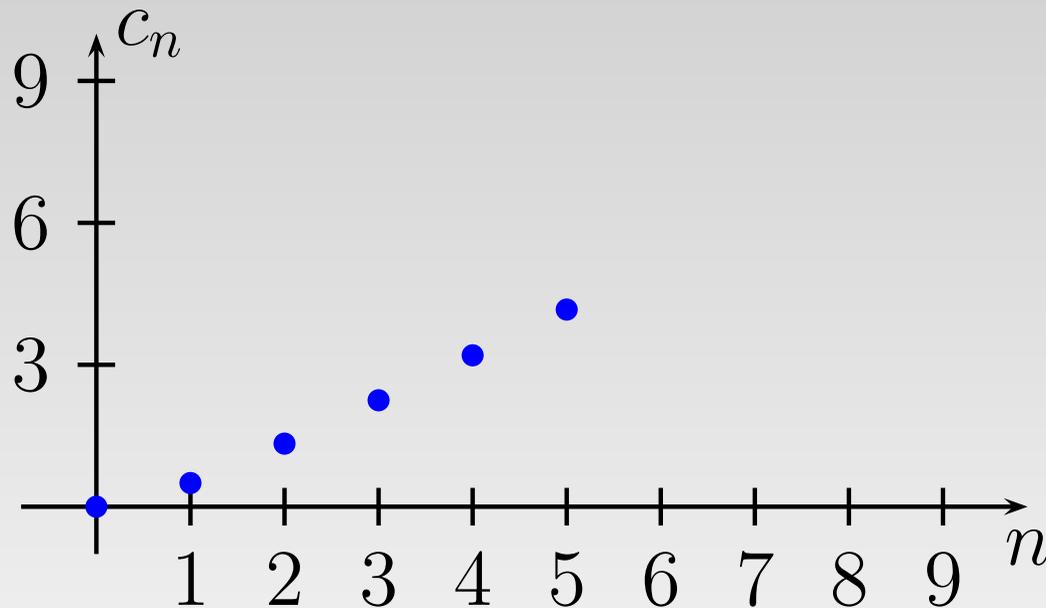
[Altri Limiti](#)



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

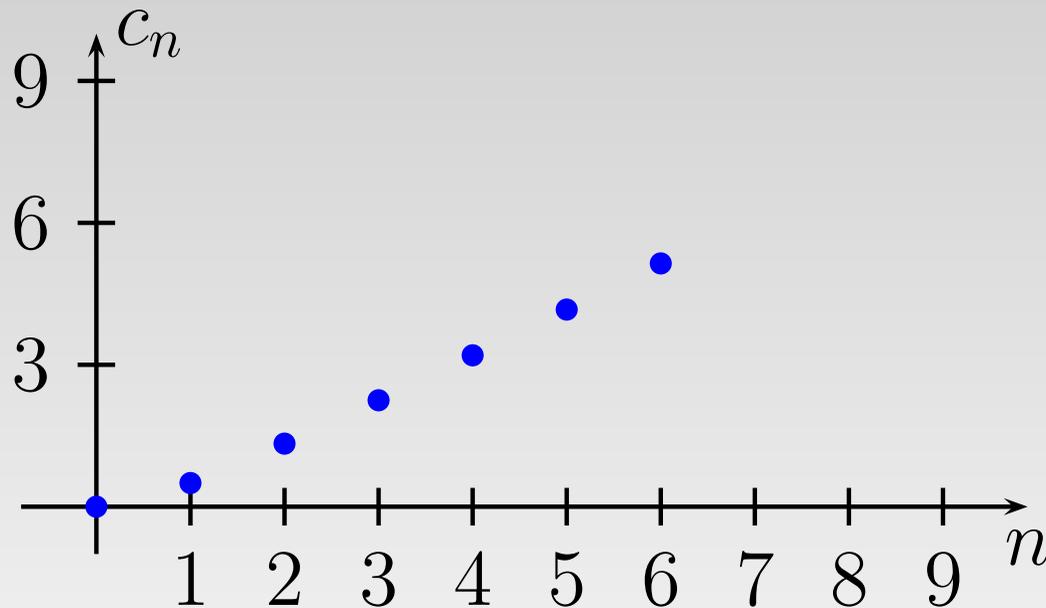
Altri Limiti



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

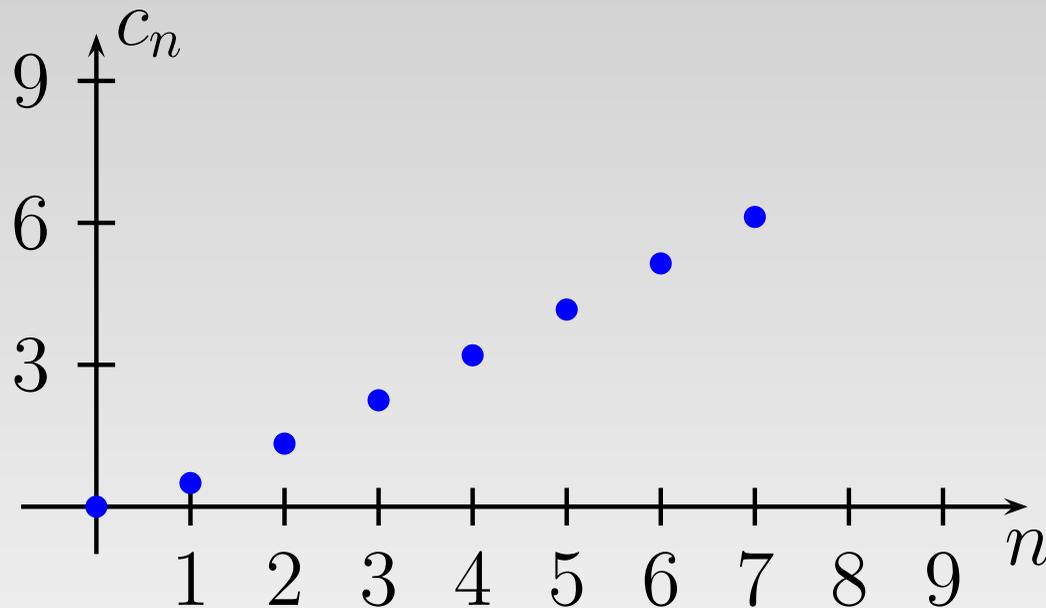
Altri Limiti



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8

[Introduzione](#)

[Introduzione](#)

[Esempio 1](#)

[Esempio 2](#)

[Definizioni e illustrazioni](#)

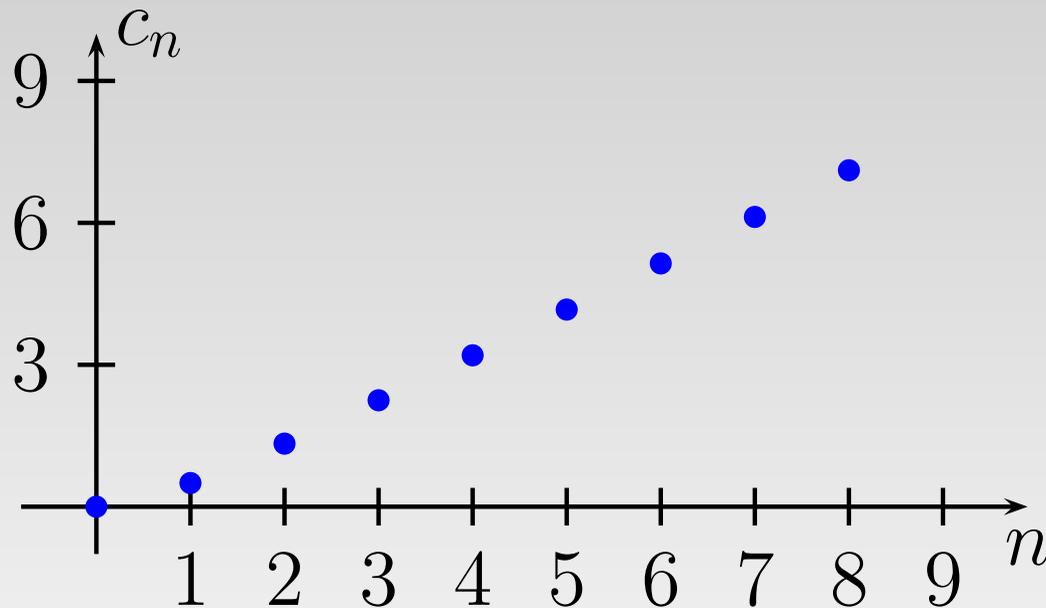
[Altri Limiti](#)



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8
8	64/9

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

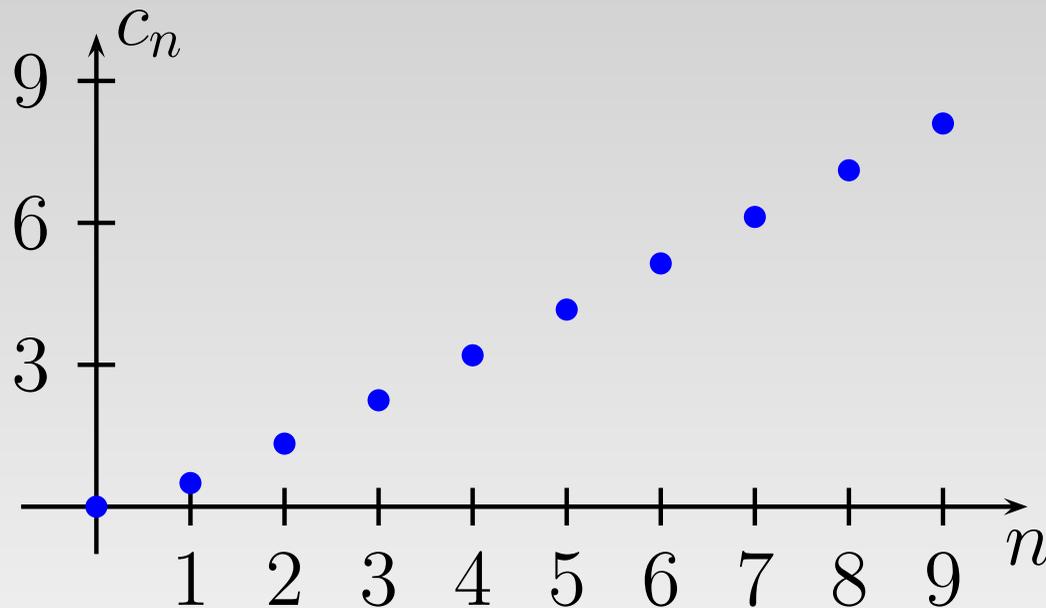
Altri Limiti



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8
8	64/9
9	81/10

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

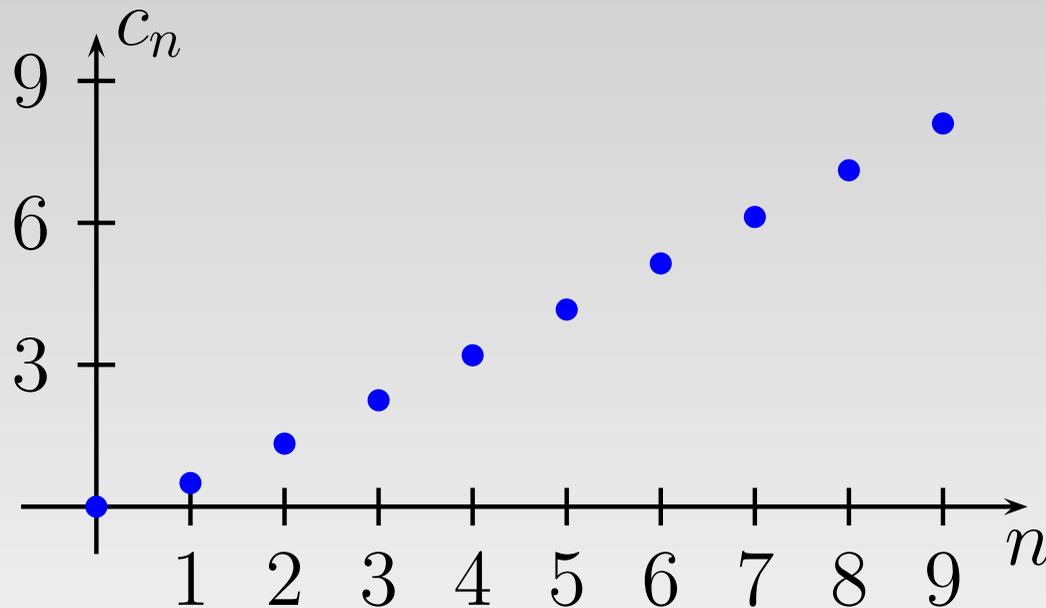
Altri Limiti



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8
8	64/9
9	81/10

Si osserva che, al crescere di n , i valori c_n crescono, ma non esiste un maggiorante

Introduzione

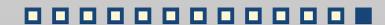
Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

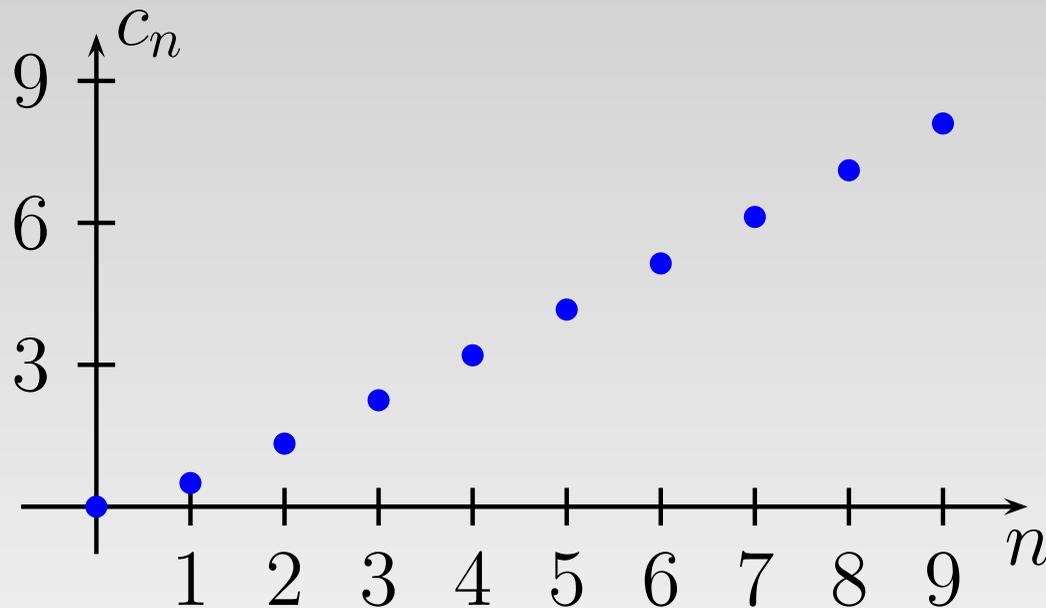
Altri Limiti



Esempio 2

Facciamo la stessa cosa con la successione

$$c_n = \frac{n^2}{n+1}$$



n	c_n
0	0
1	1/2
2	4/3
3	9/4
4	16/5
5	25/6
6	36/7
7	49/8
8	64/9
9	81/10

Si osserva che, al crescere di n , i valori c_n crescono, ma non esiste un maggiorante

Il concetto di **limite** (infinito) formalizzerà questa osservazione

Introduzione

Introduzione

Esempio 1

Esempio 2

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti



Definizioni e illustrazioni

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $+\infty$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

se per ogni $M \in \mathbb{R}$ esiste $x_M \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) > M$ per ogni $x \in A$ tale che $x > x_M$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

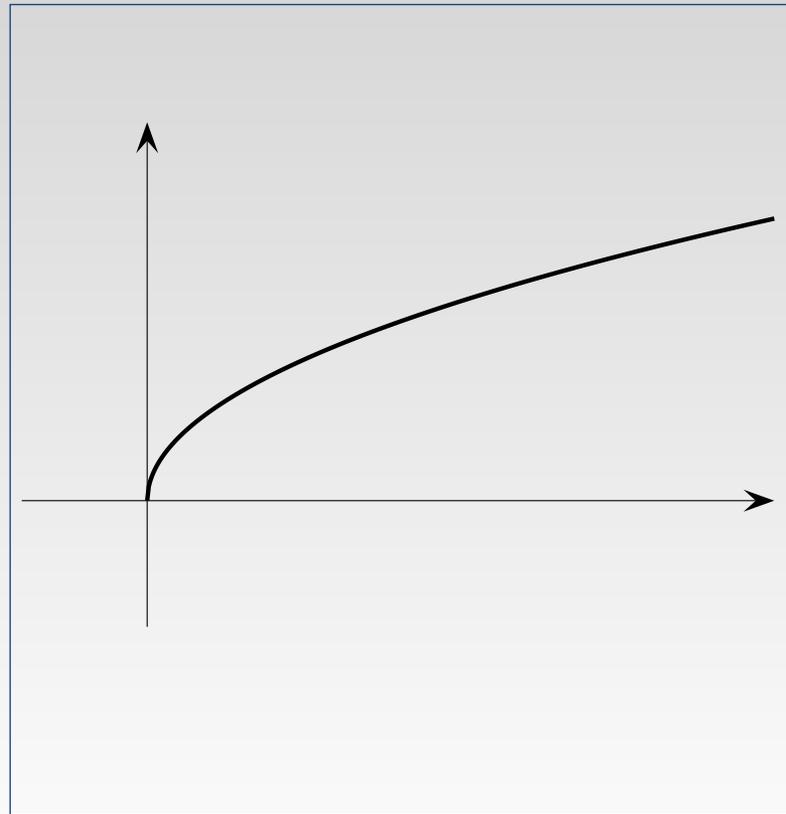
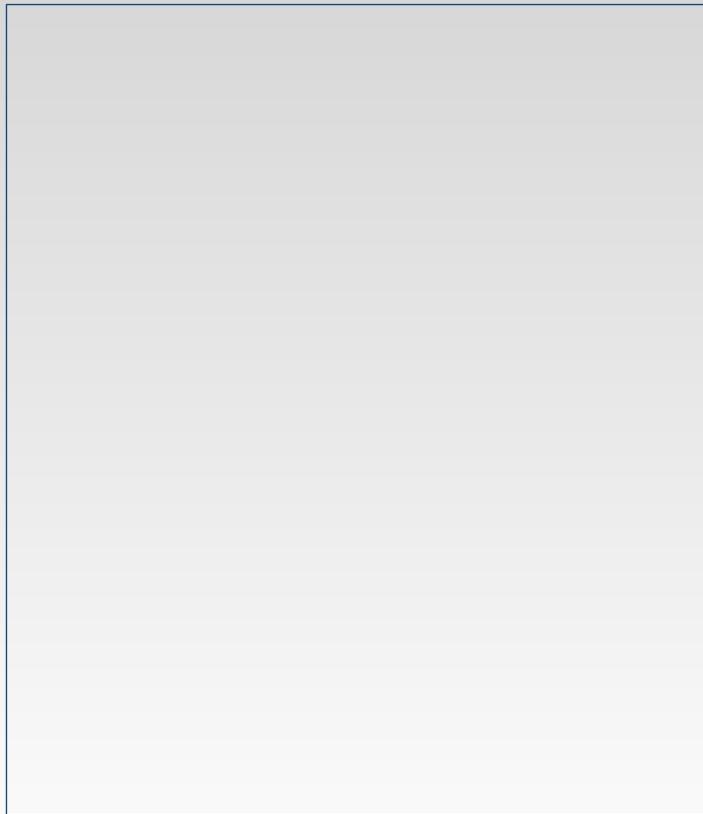
Illustrazione della definizione

Altri Limiti

Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

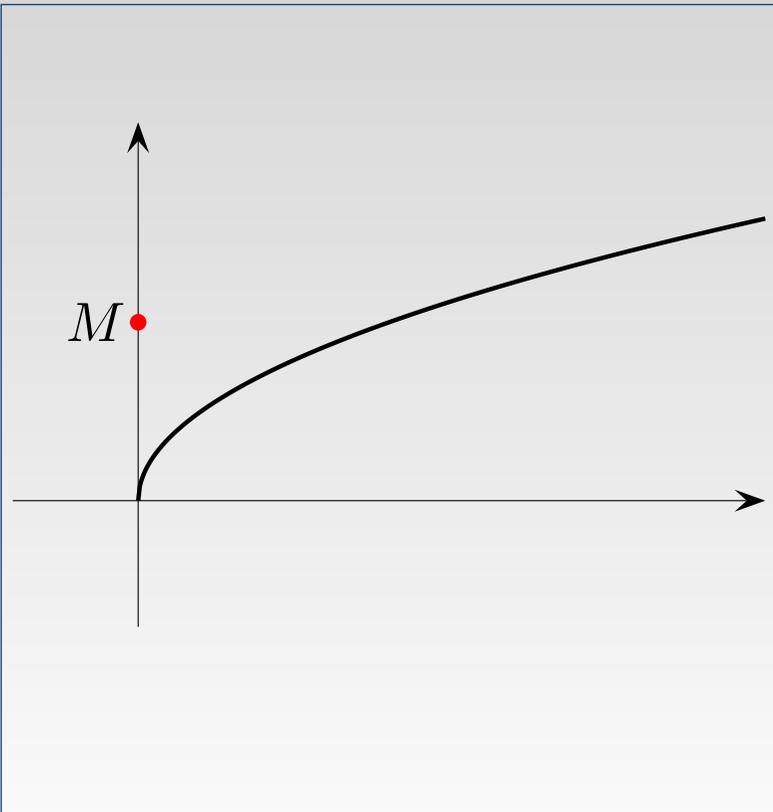


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

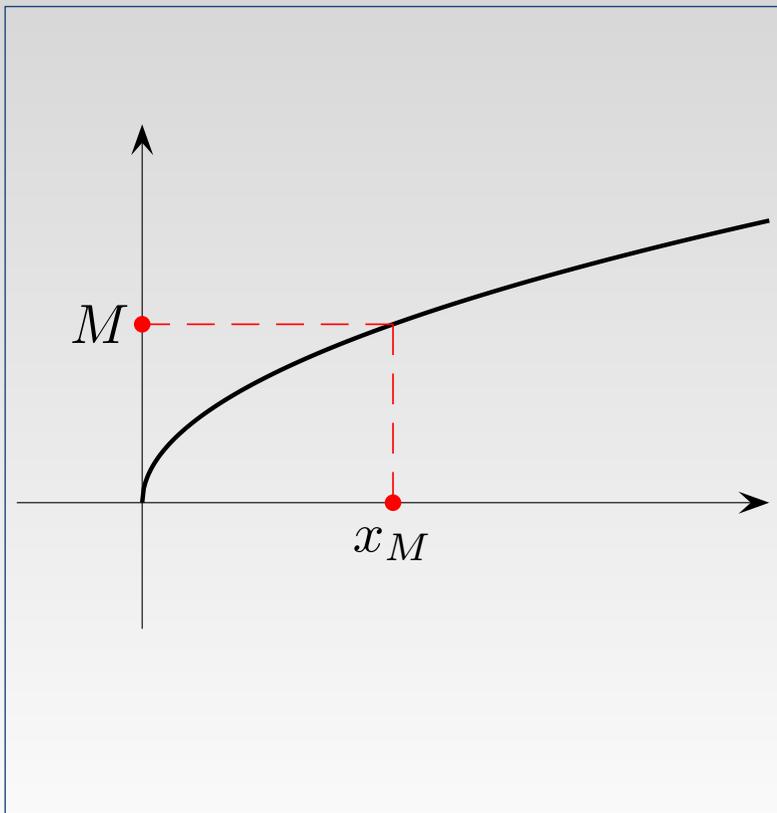


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

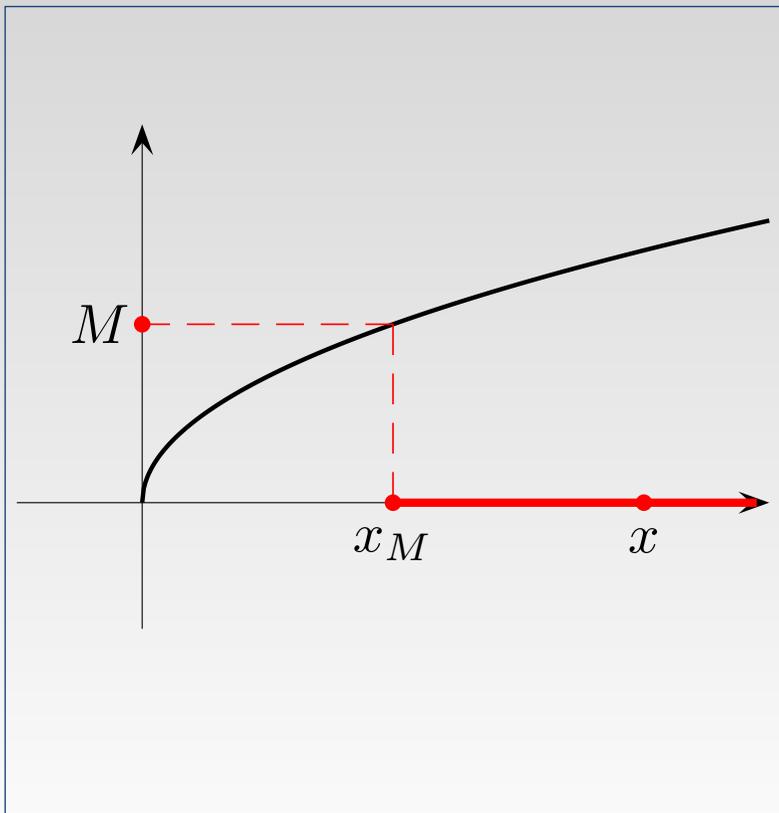


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

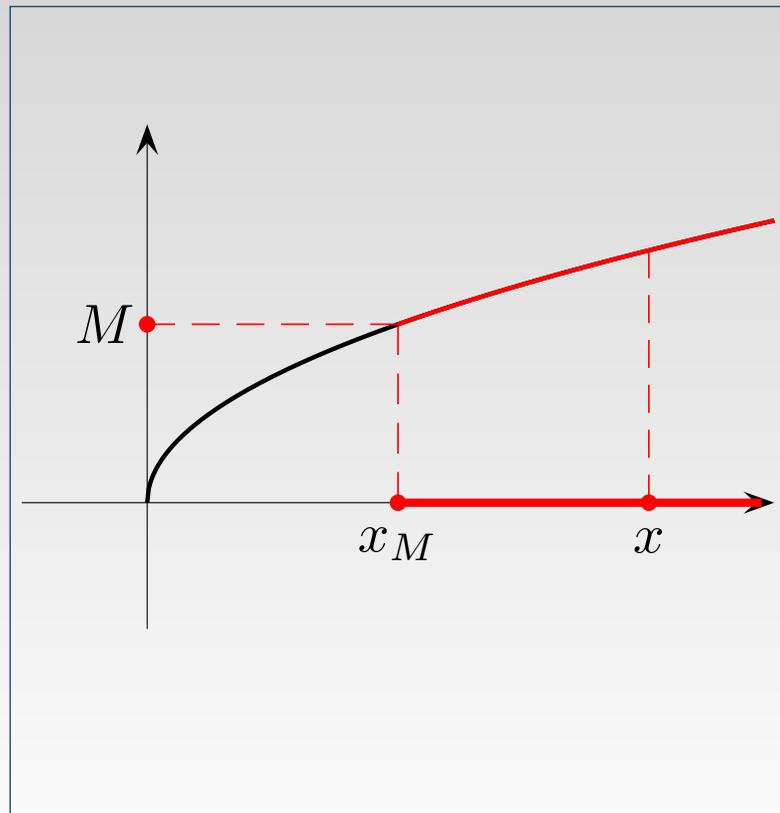


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$
hanno valori corrispon-
denti $f(x) > M$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

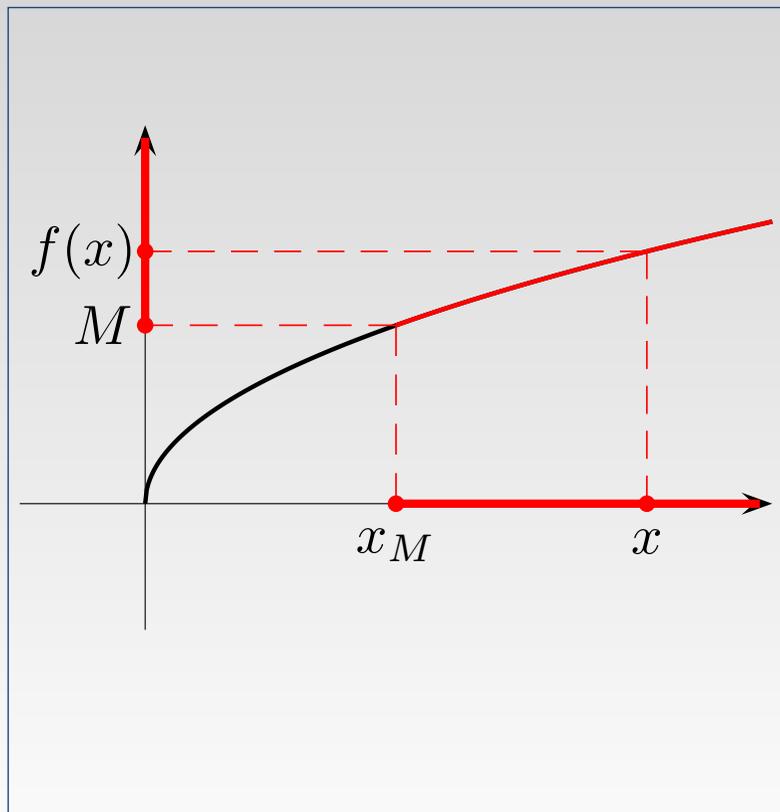


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$
hanno valori corrispon-
denti $f(x) > M$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

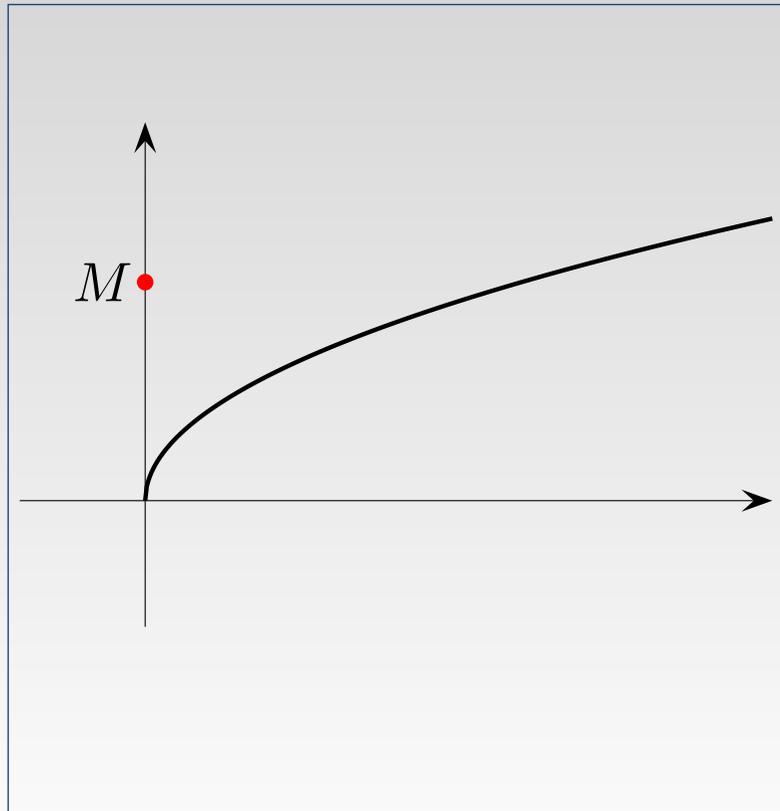


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

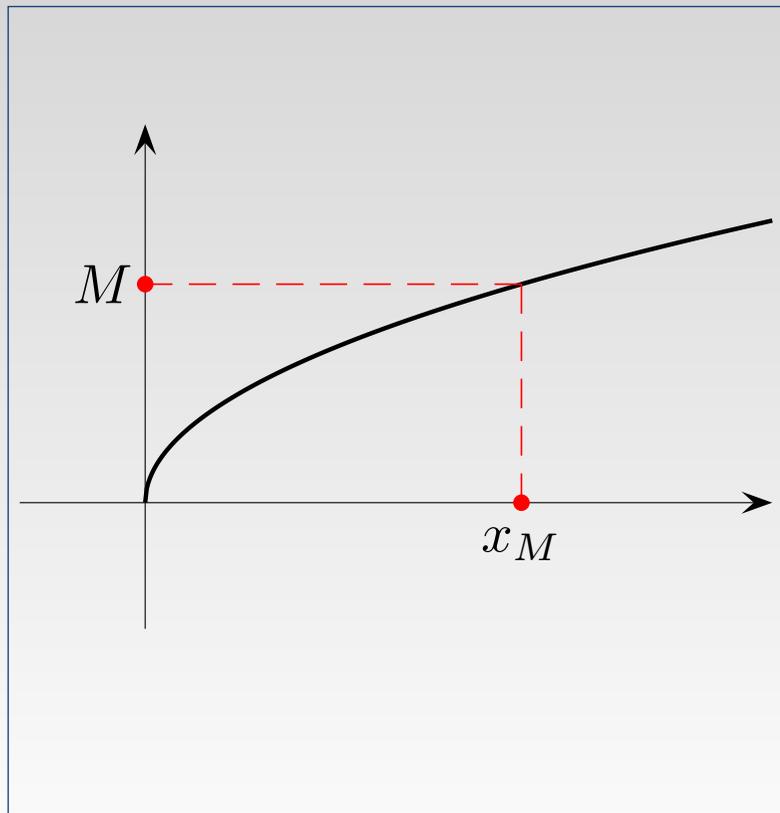


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

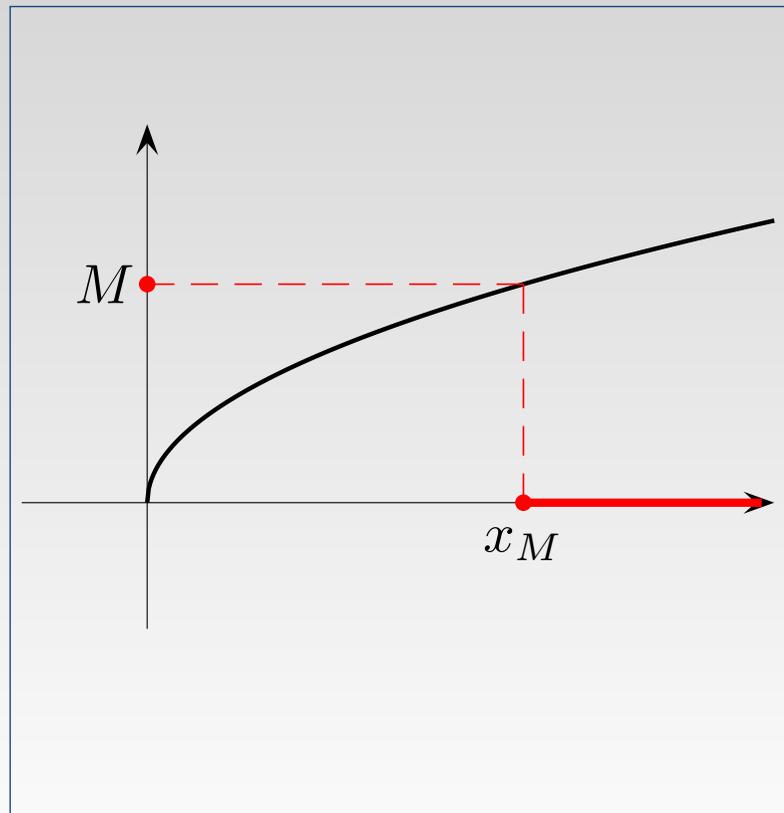


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

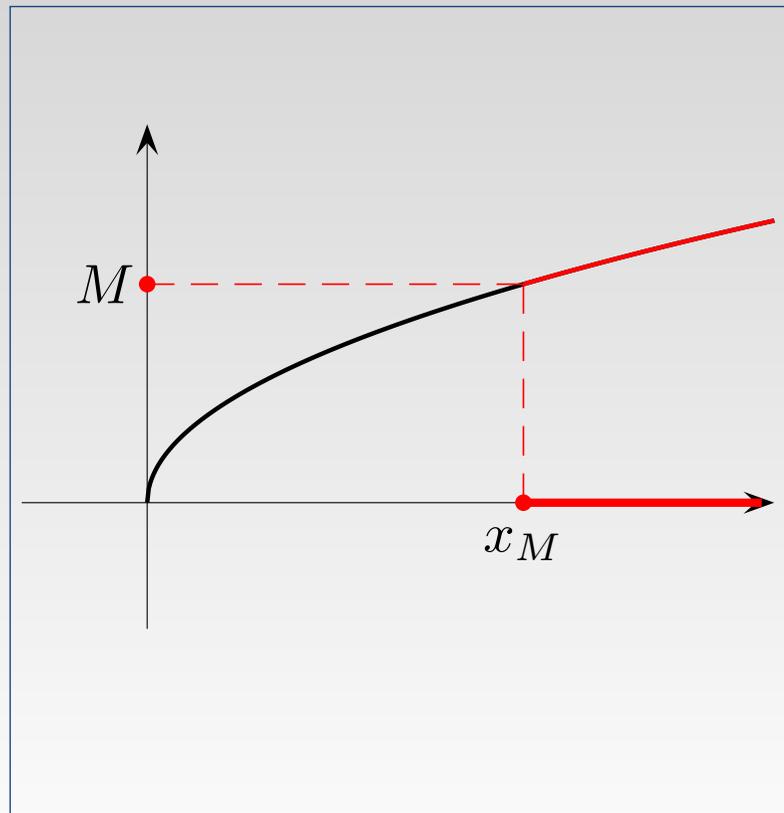


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

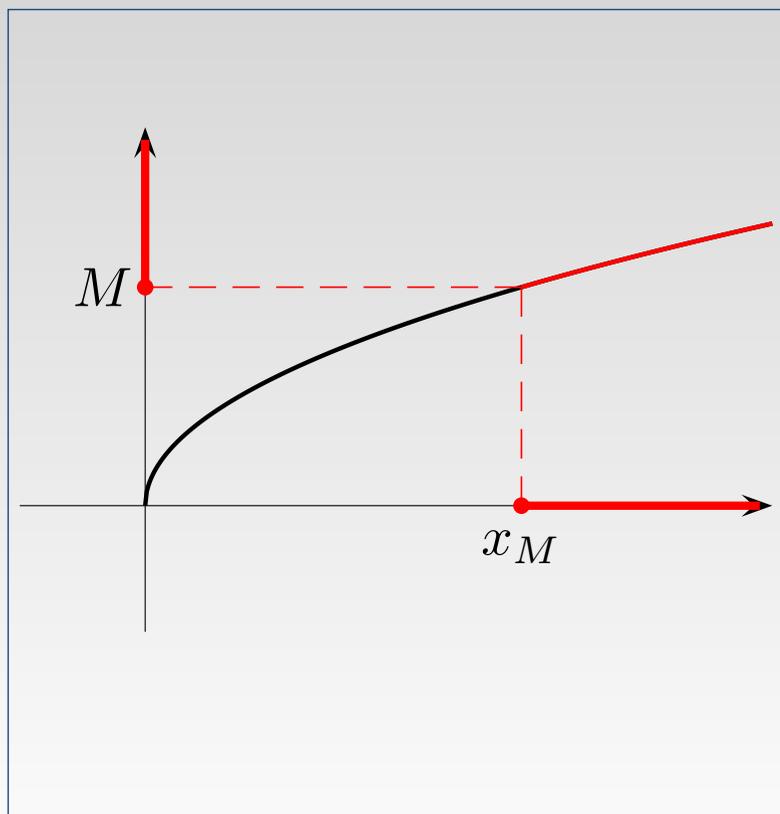


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

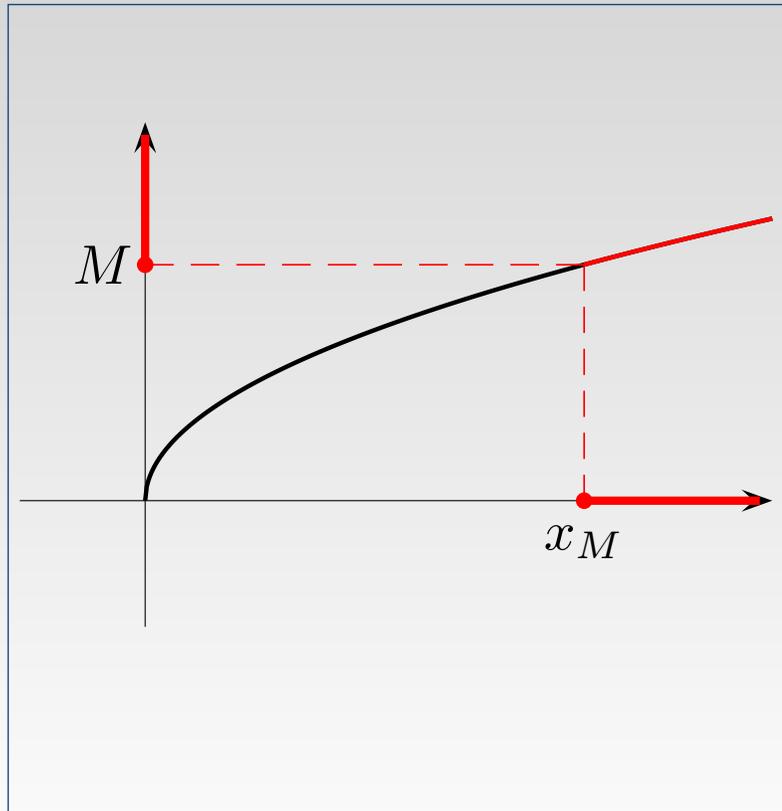


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

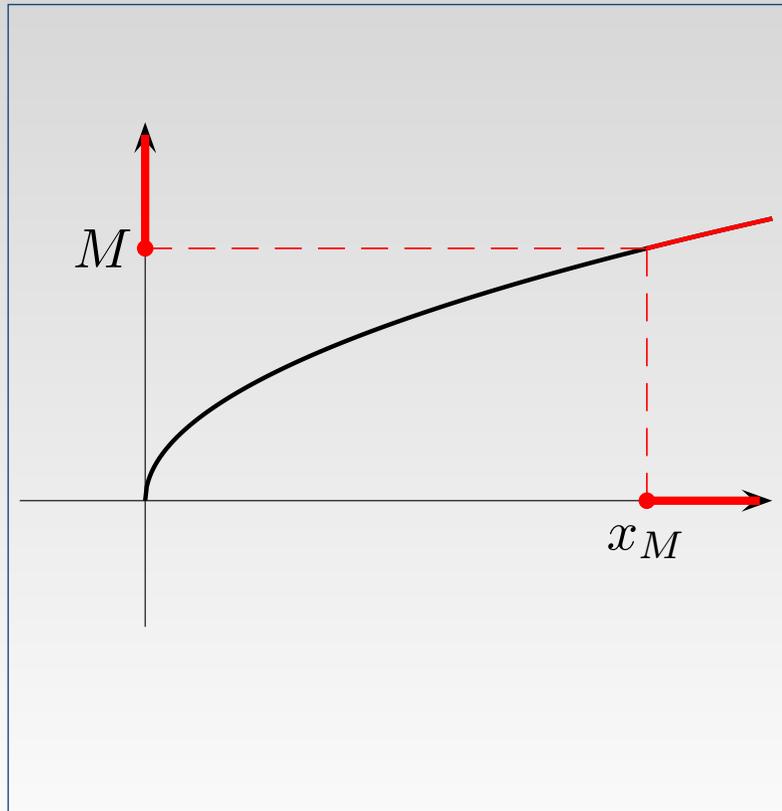


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

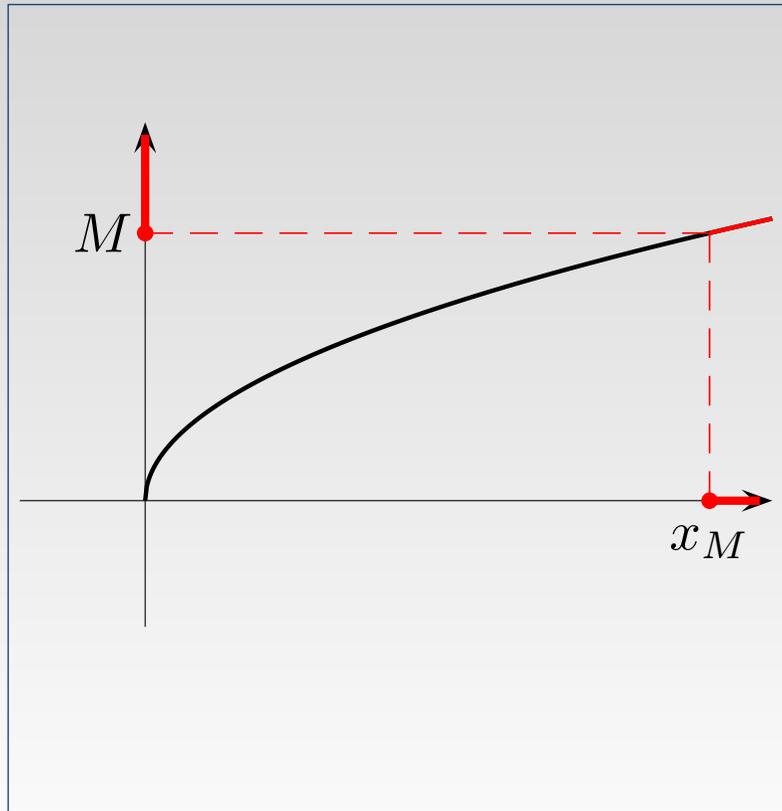


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

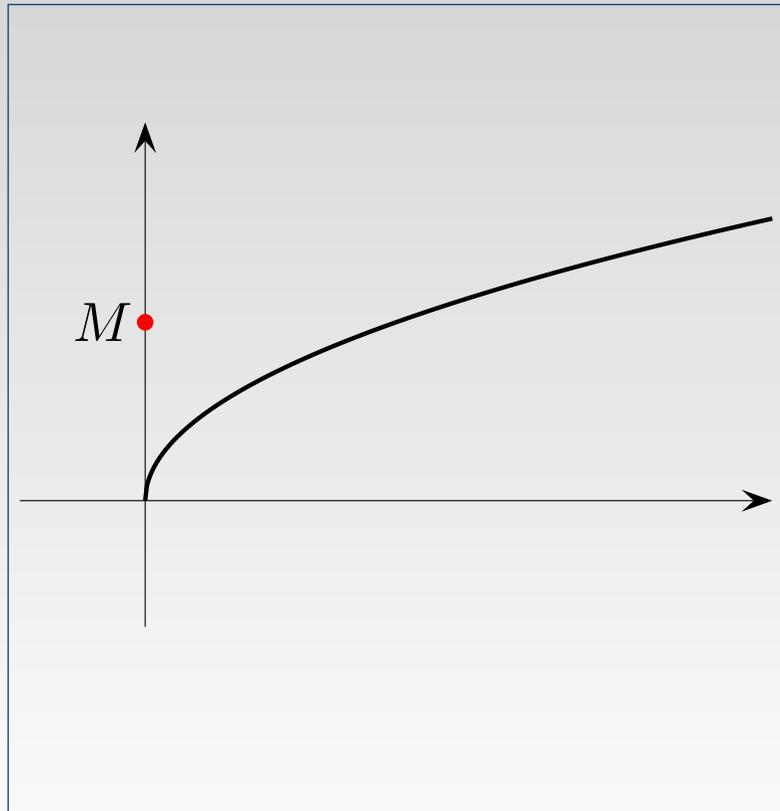


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

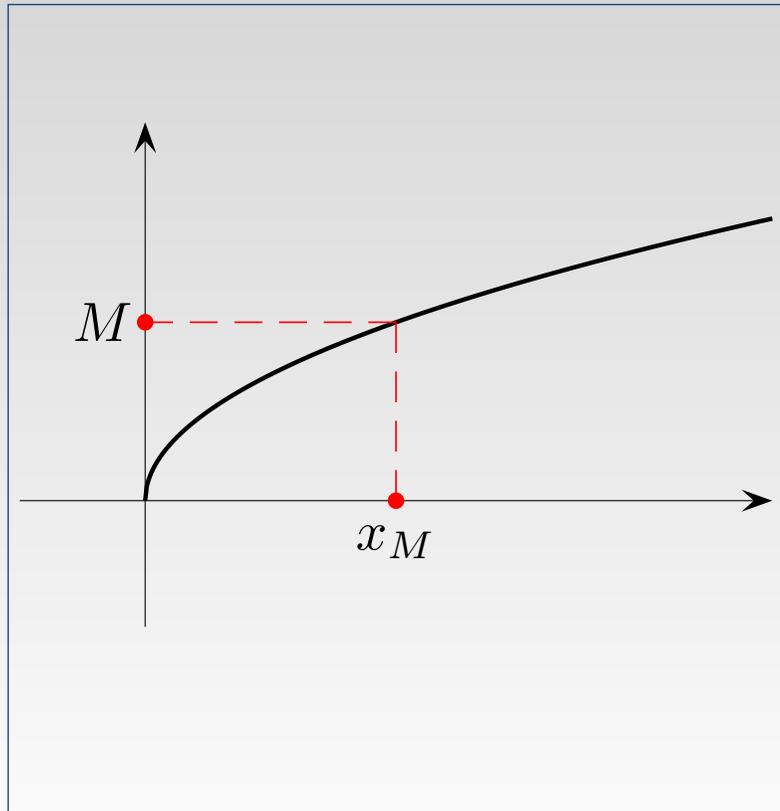


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

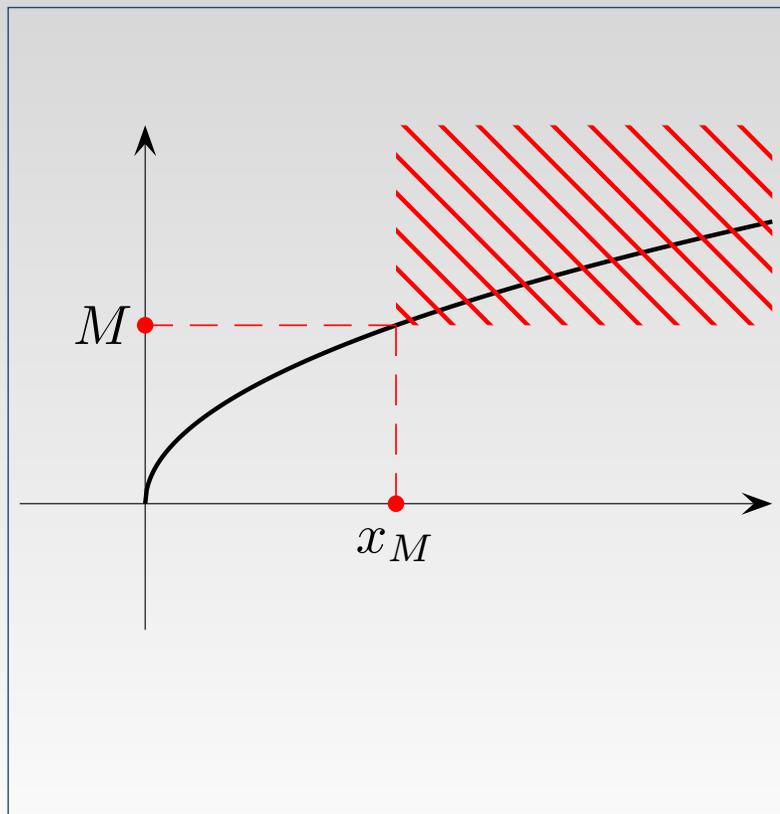


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

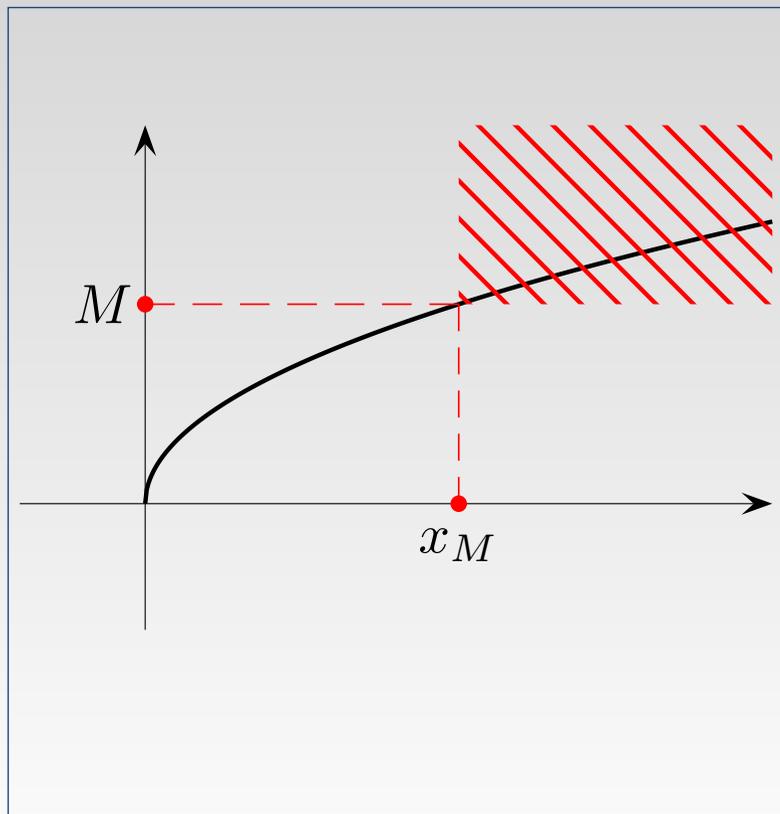


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

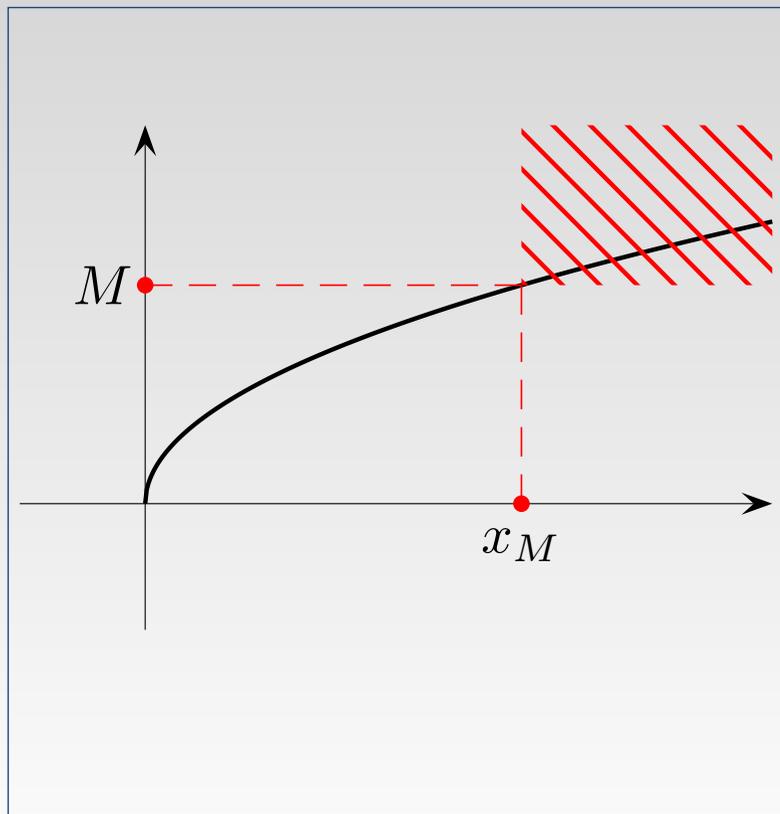


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

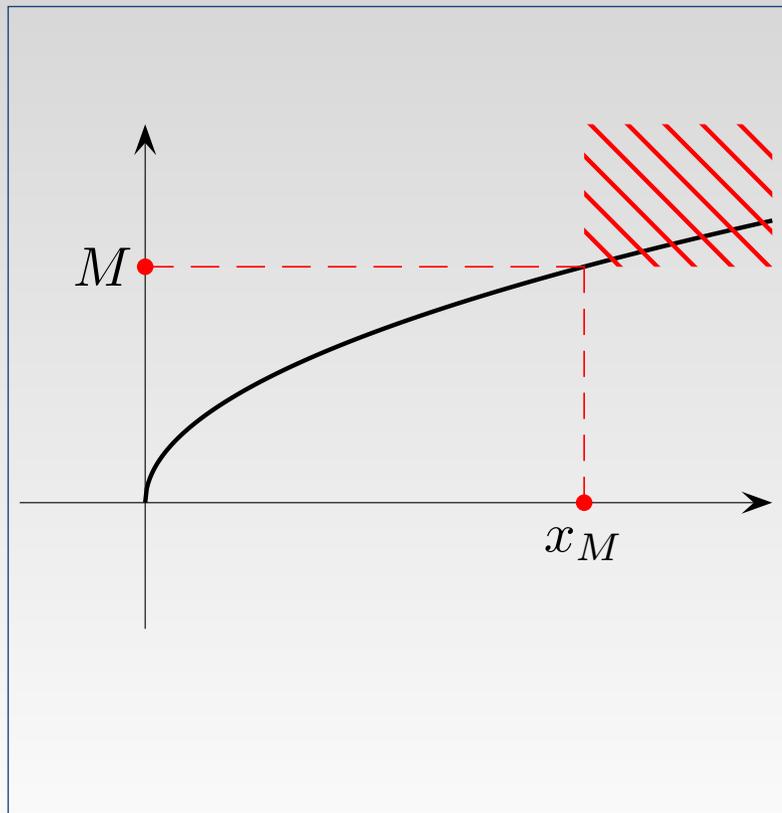


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

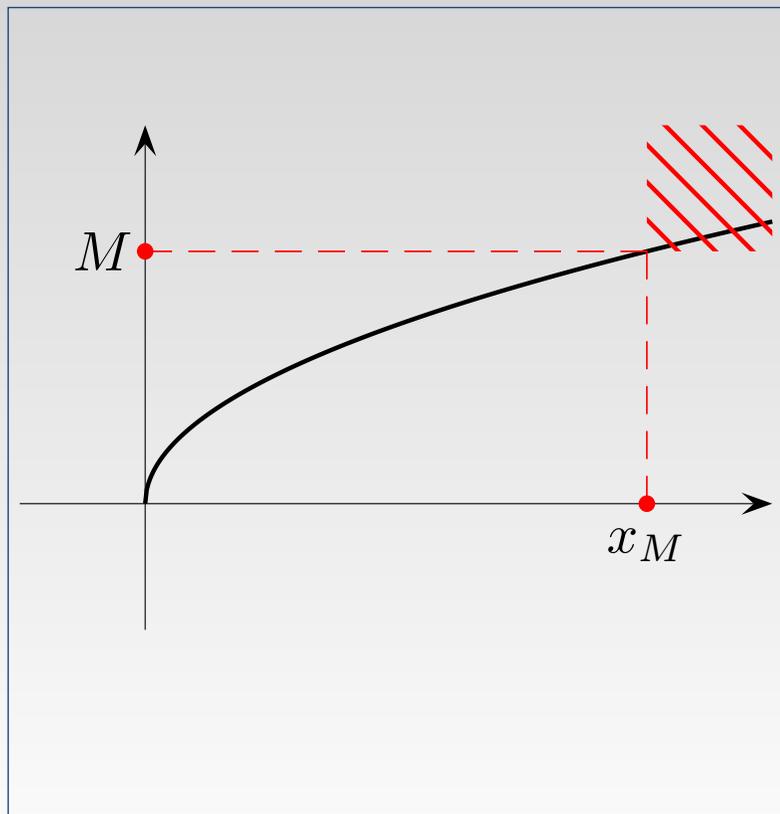


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $-\infty$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

se per ogni $M \in \mathbb{R}$ esiste $x_M \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) < M$ per ogni $x \in A$ tale che $x > x_M$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

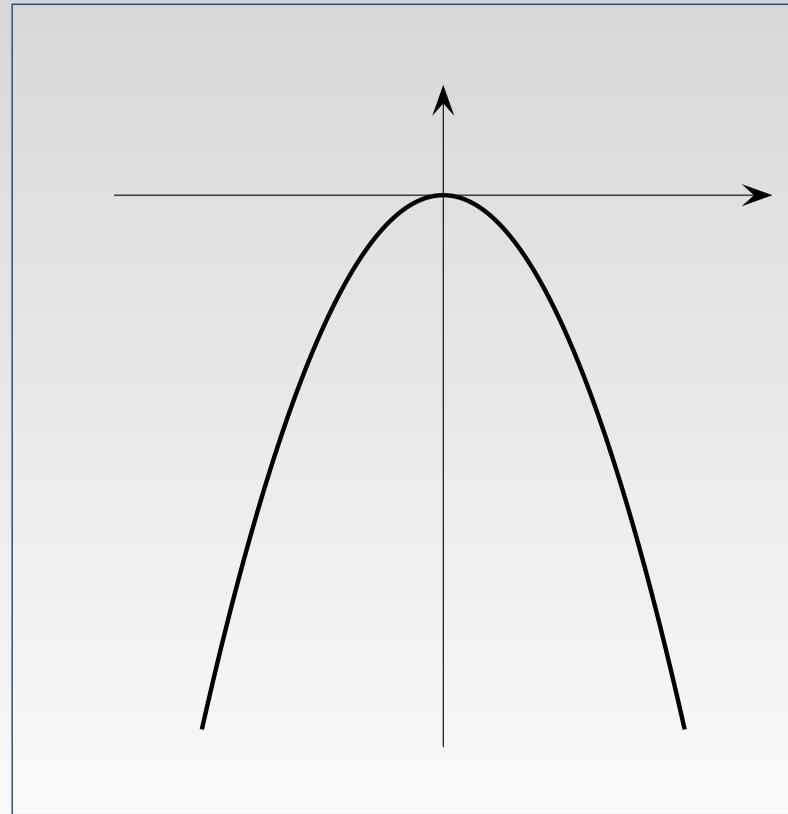
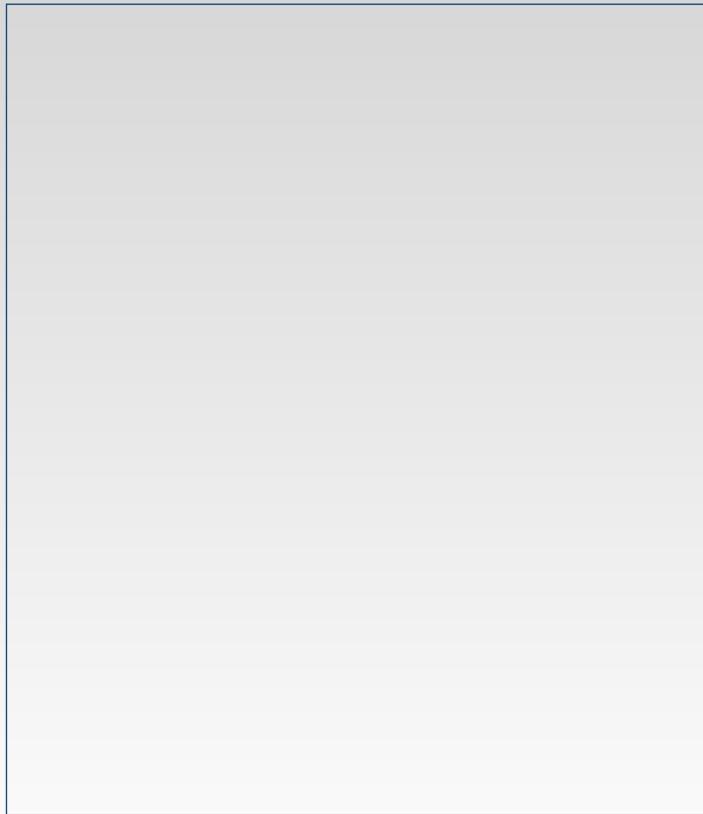
Illustrazione della definizione

Altri Limiti

Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

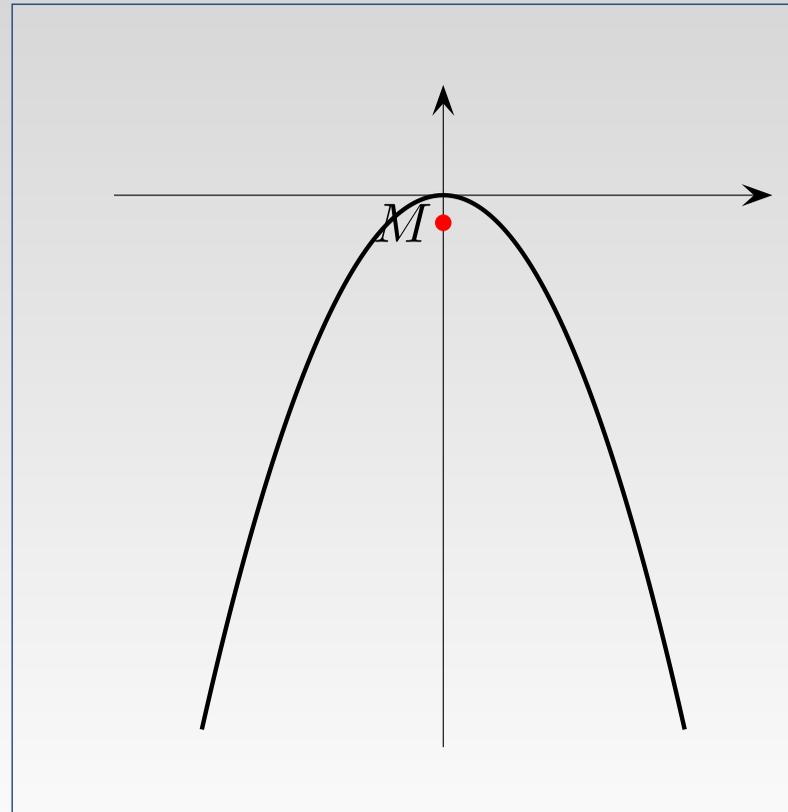


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

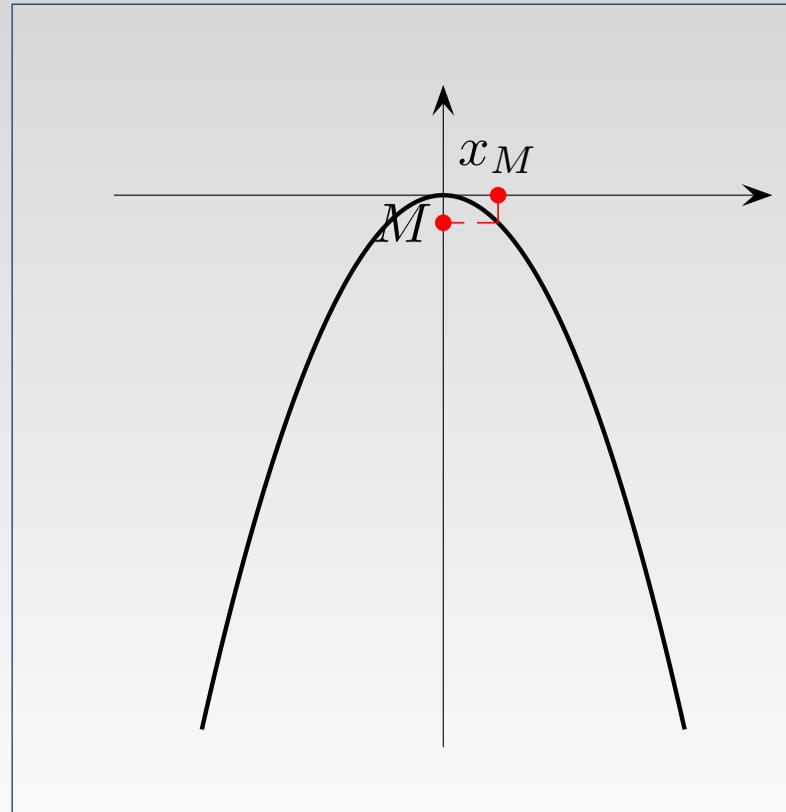


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

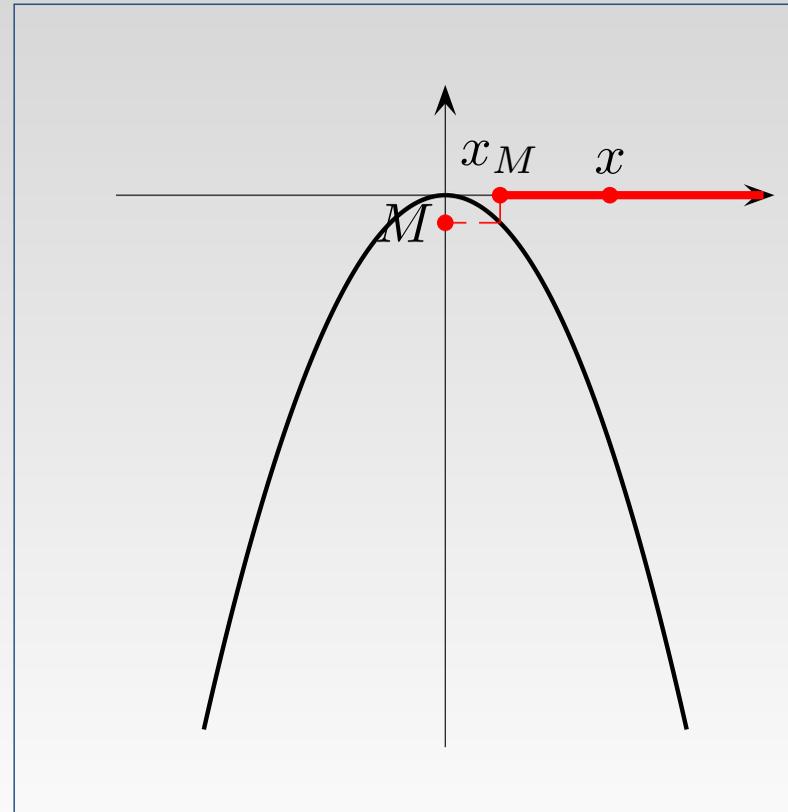


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

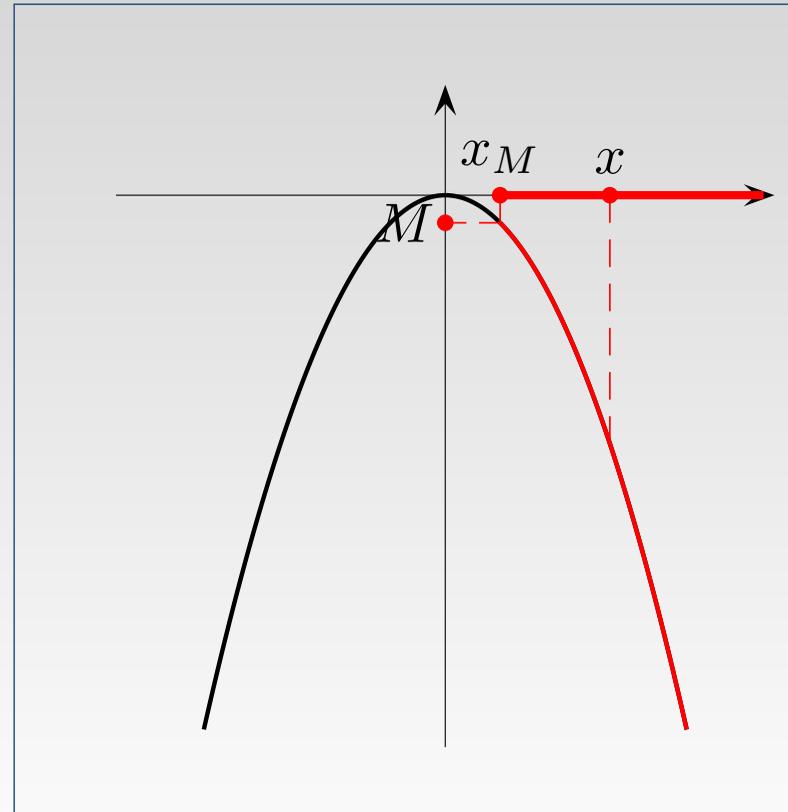


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$
hanno valori corrispon-
denti $f(x) < M$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

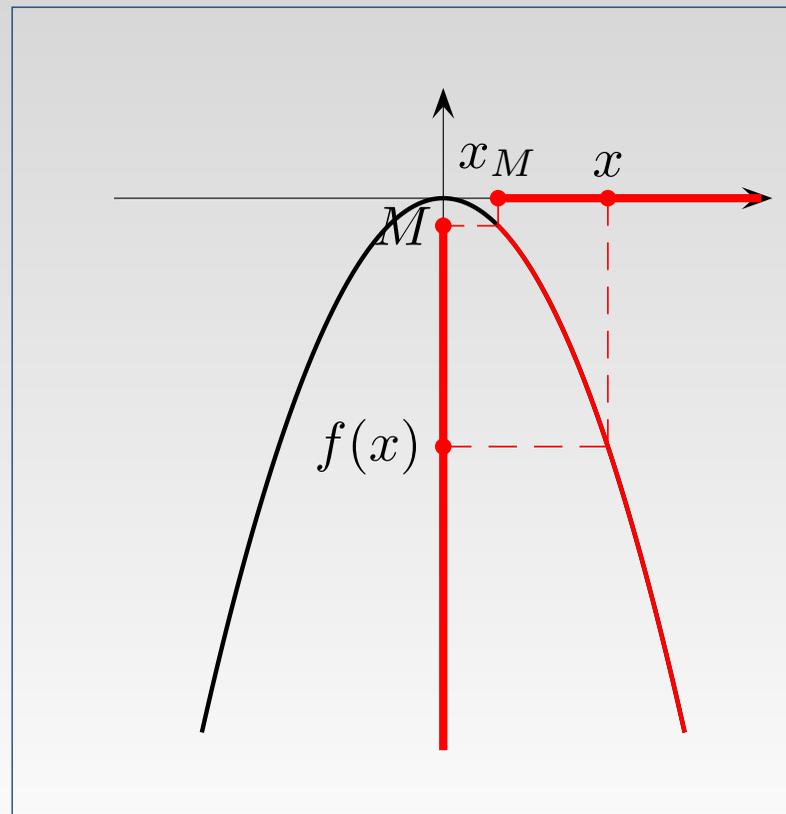


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Dato un valore M
esiste x_M nel dominio
tale che tutti gli $x > x_M$
hanno valori corrispon-
denti $f(x) < M$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

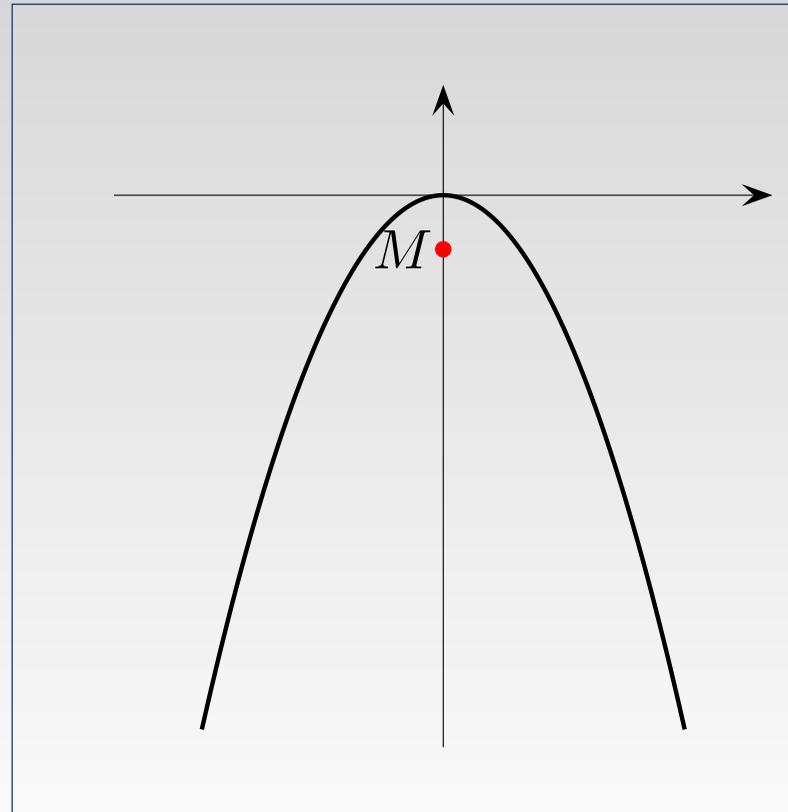


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

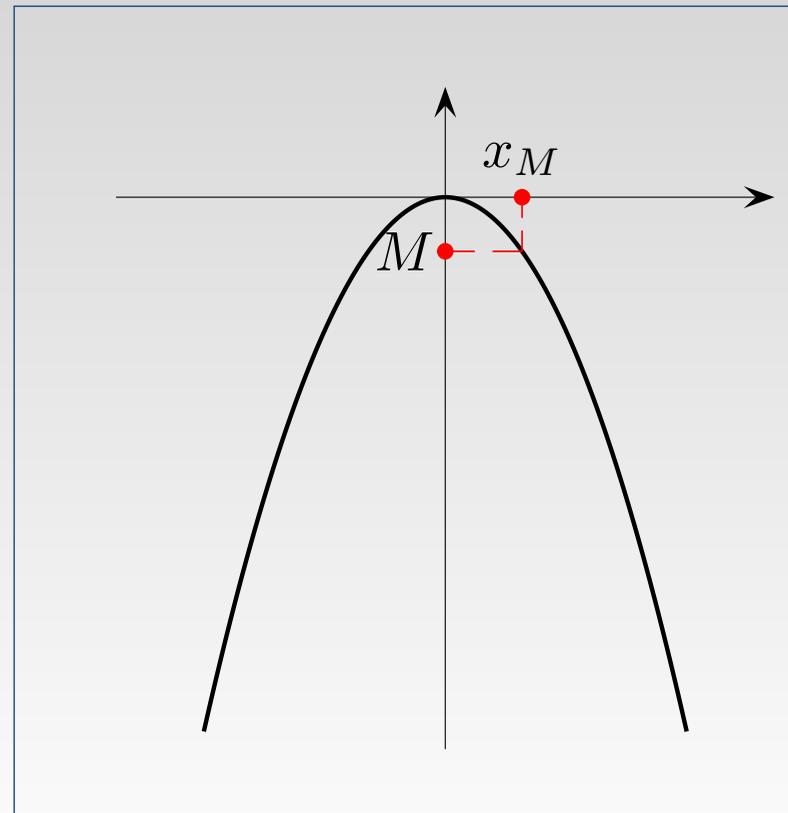


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

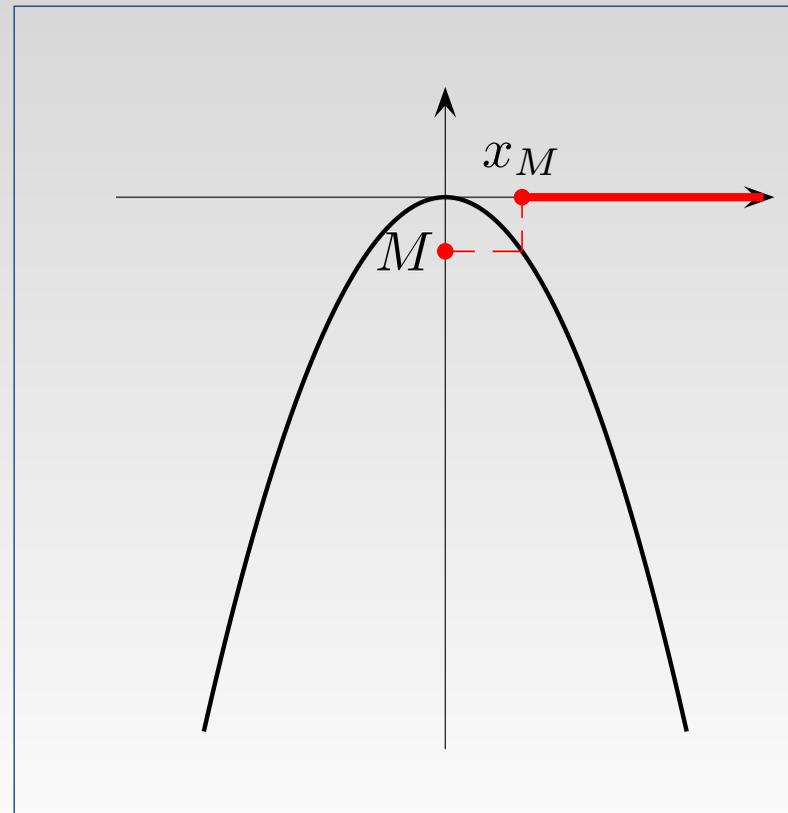


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

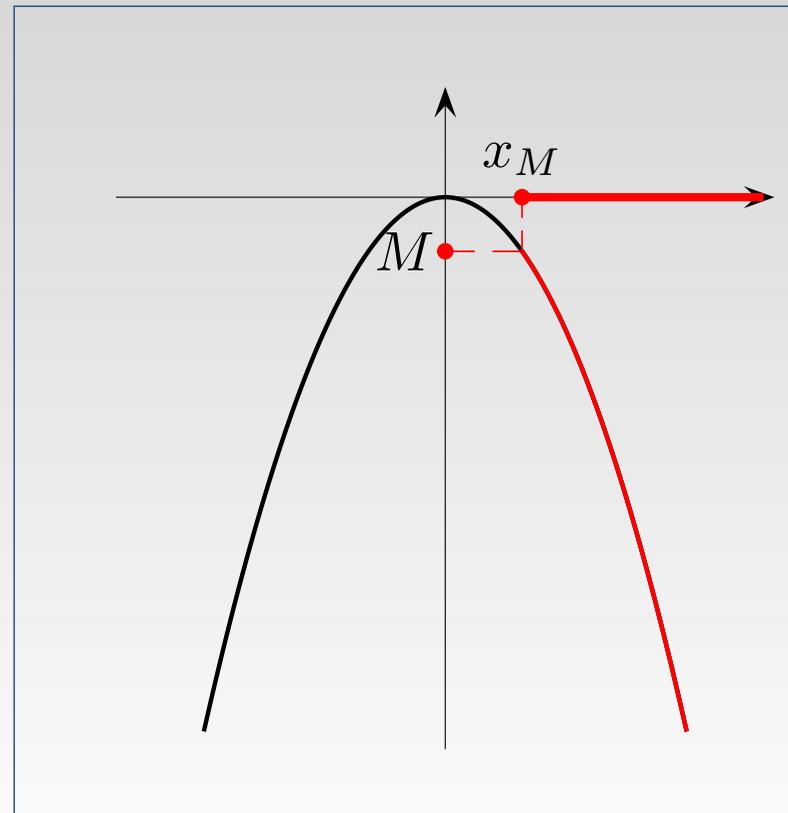


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

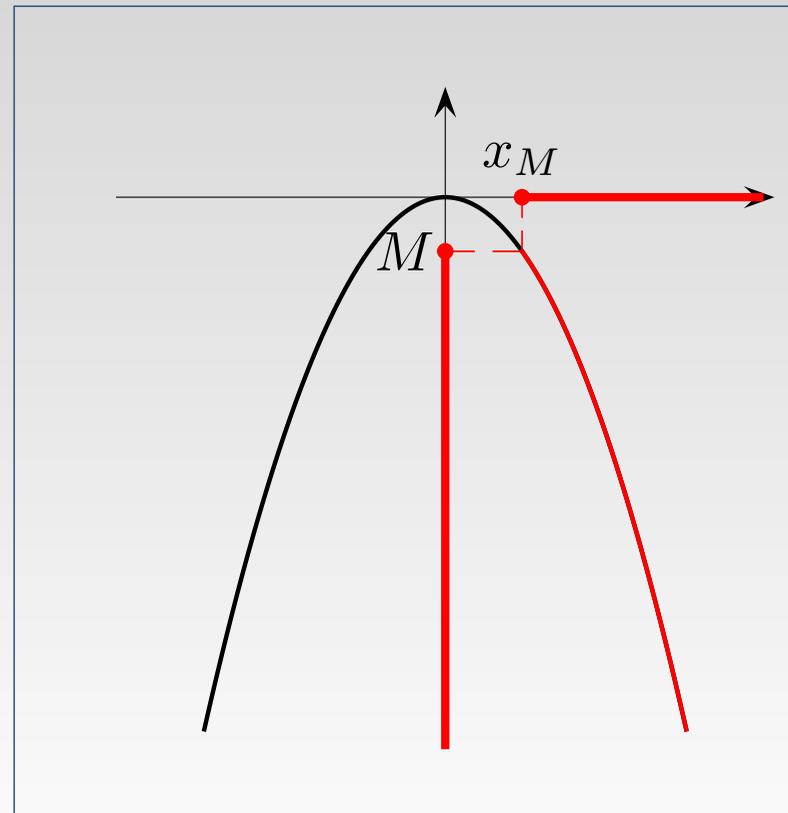


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente x_M
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

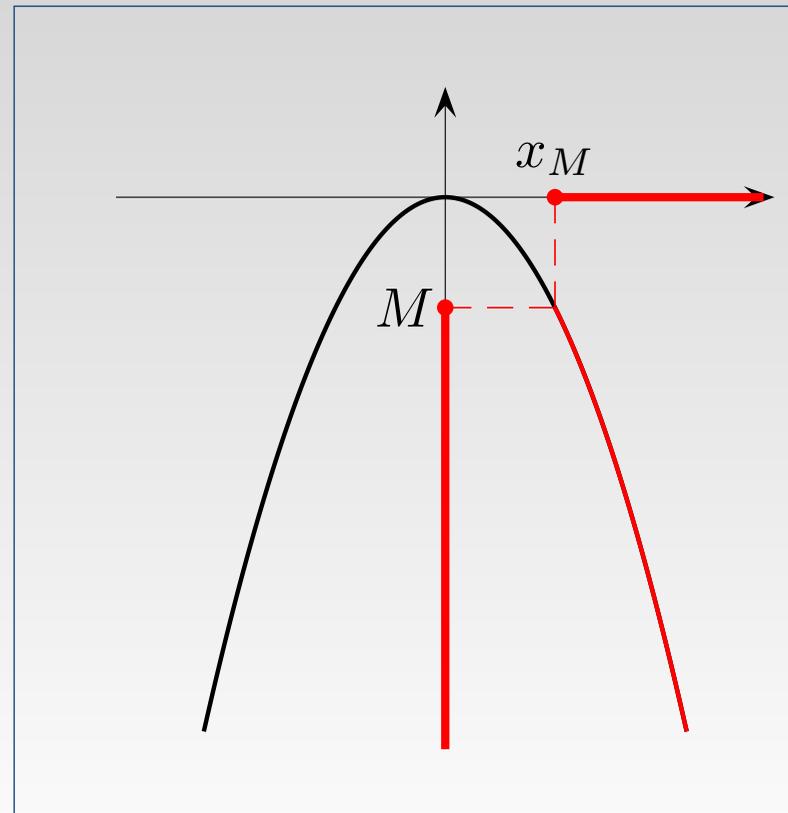


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

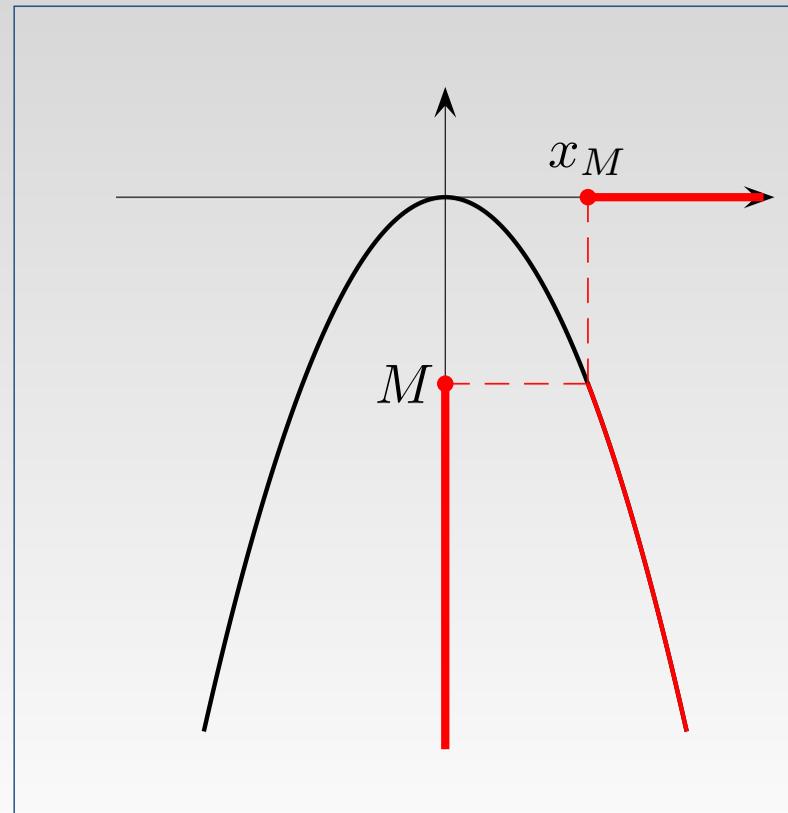


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

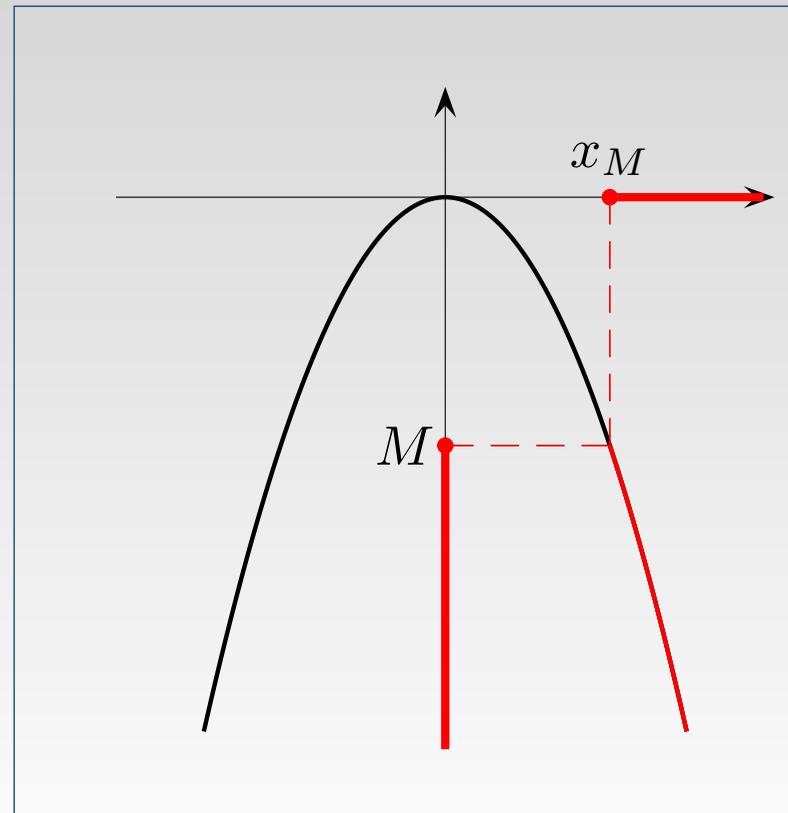


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

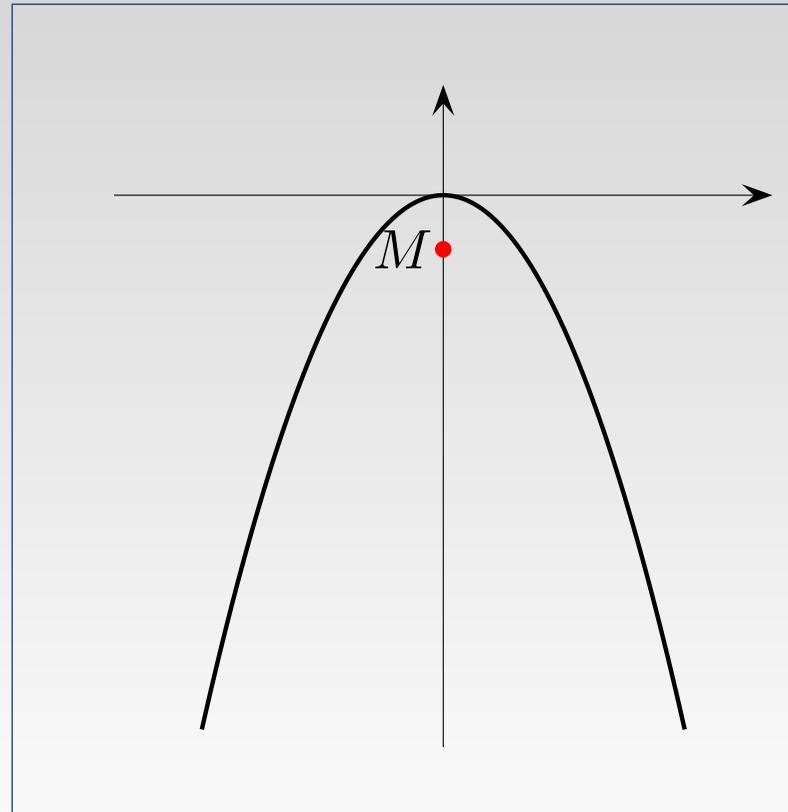


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

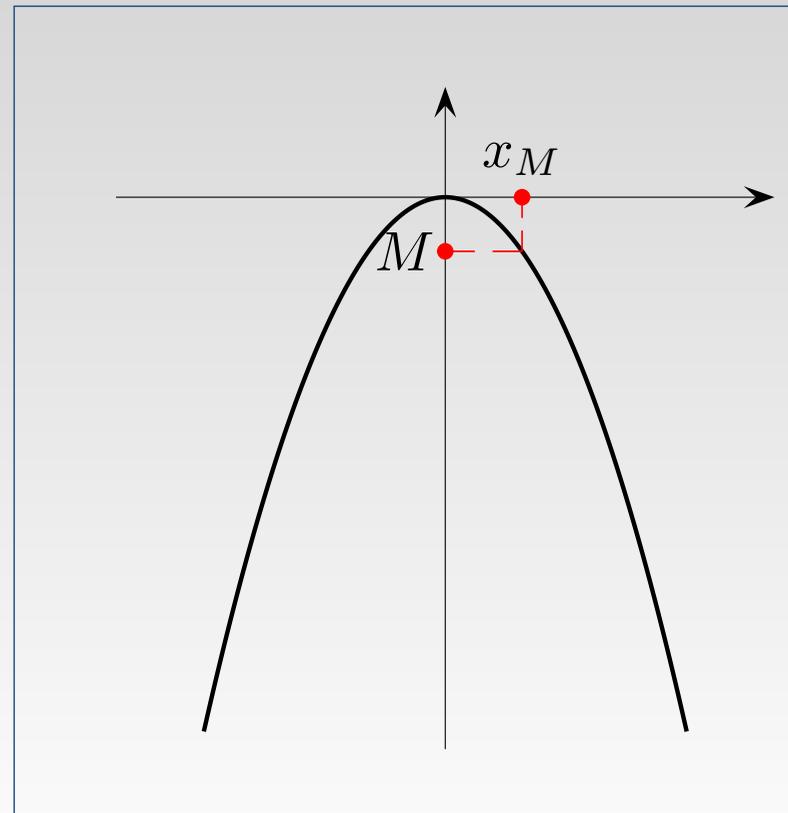


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

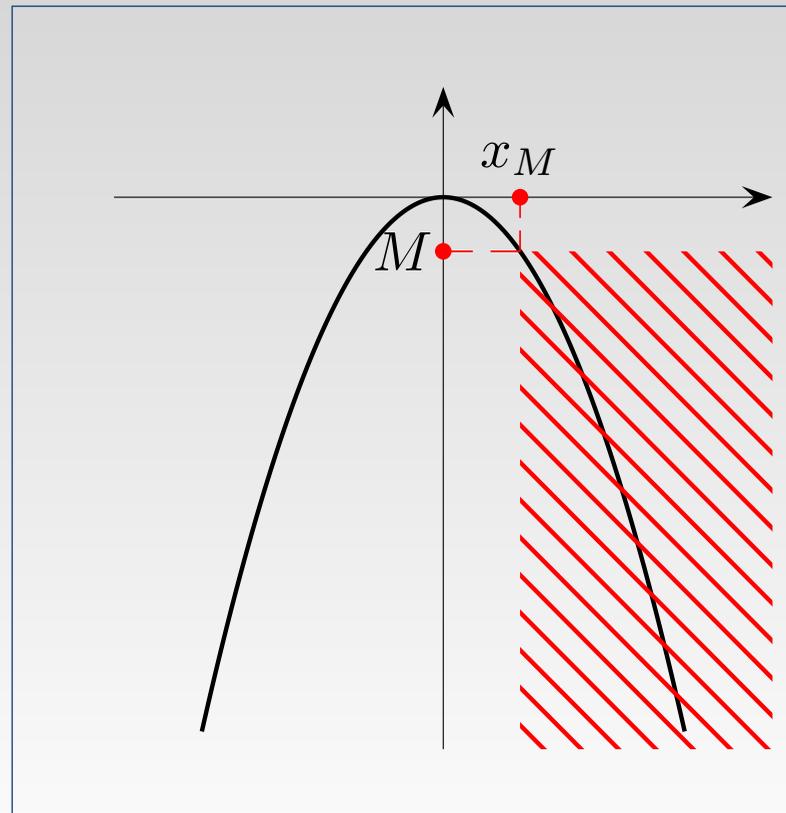


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

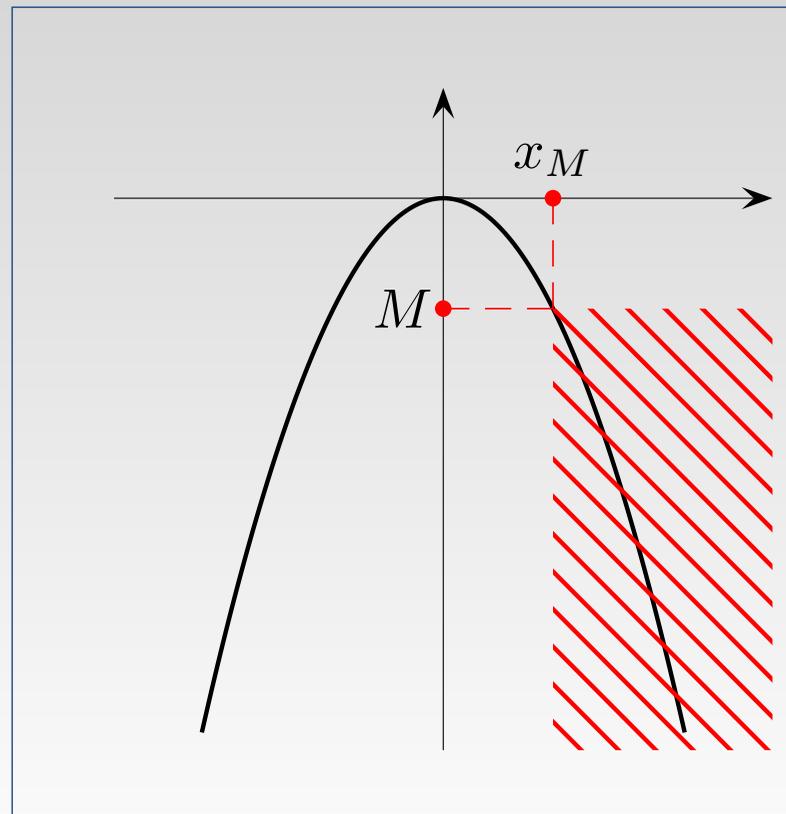


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

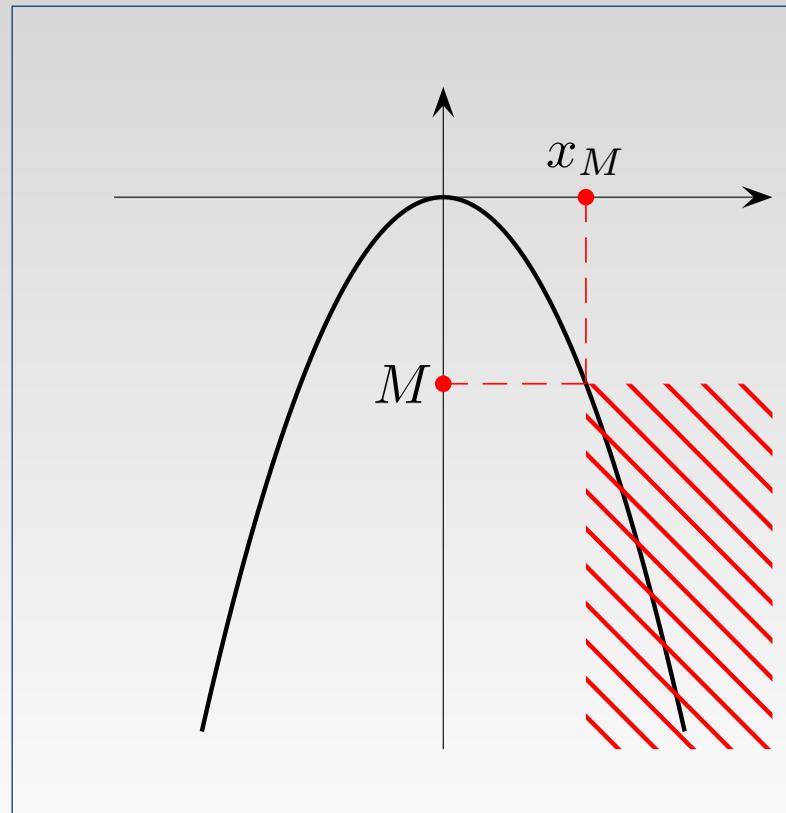


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

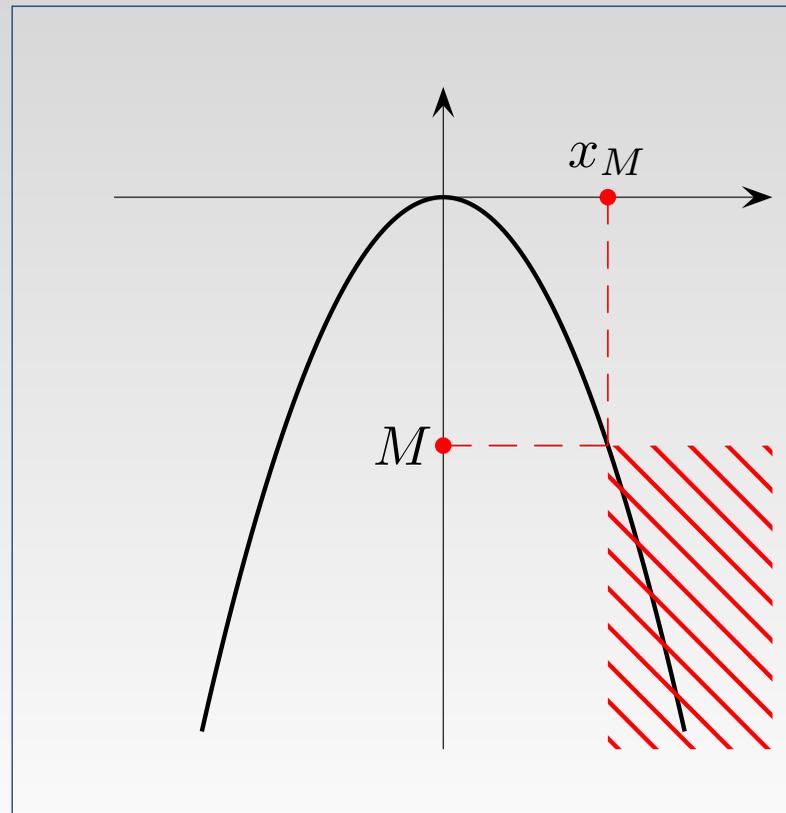


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^2) = -\infty$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato M si riesce a trovare un x_M tale che il grafico della funzione per $x > x_M$ stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$$

se per ogni intorno U di ℓ esiste $x_U \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) \in U$ per ogni $x \in A$ con $x > x_U$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$$

se per ogni intorno U di ℓ esiste $x_U \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) \in U$ per ogni $x \in A$ con $x > x_U$

... e poiché abbiamo già osservato che basta limitarsi agli ε -intorni, questa definizione è equivalente a

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$$

se per ogni ε -intorno $B_\varepsilon(\ell)$ esiste $x_\varepsilon \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) \in B_\varepsilon(\ell)$ per ogni $x \in A$ tale che $x > x_\varepsilon$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$$

se per ogni ε -intorno $B_\varepsilon(\ell)$ esiste $x_\varepsilon \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) \in B_\varepsilon(\ell)$ per ogni $x \in A$ tale che $x > x_\varepsilon$

oppure equivalentemente

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$$

se per ogni ε -intorno $B_\varepsilon(\ell)$ esiste $x_\varepsilon \in \mathbb{R}$ tale che $|f(x) - \ell| < \varepsilon$ per ogni $x \in A$ tale che $x > x_\varepsilon$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$$

se per ogni ε -intorno $B_\varepsilon(\ell)$ esiste $x_\varepsilon \in \mathbb{R}$ tale che $|f(x) - \ell| < \varepsilon$ per ogni $x \in A$ tale che $x > x_\varepsilon$

che è equivalente a

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

Diremo che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$$

se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $x_\varepsilon \in \mathbb{R}$ tale che $\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$ per ogni $x \in A$ tale che $x > x_\varepsilon$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

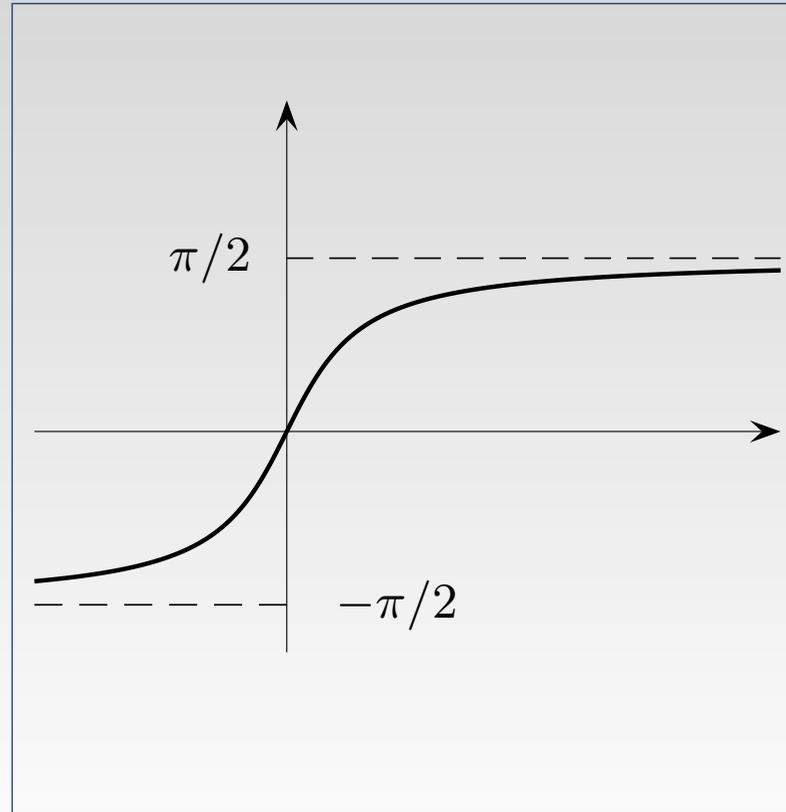
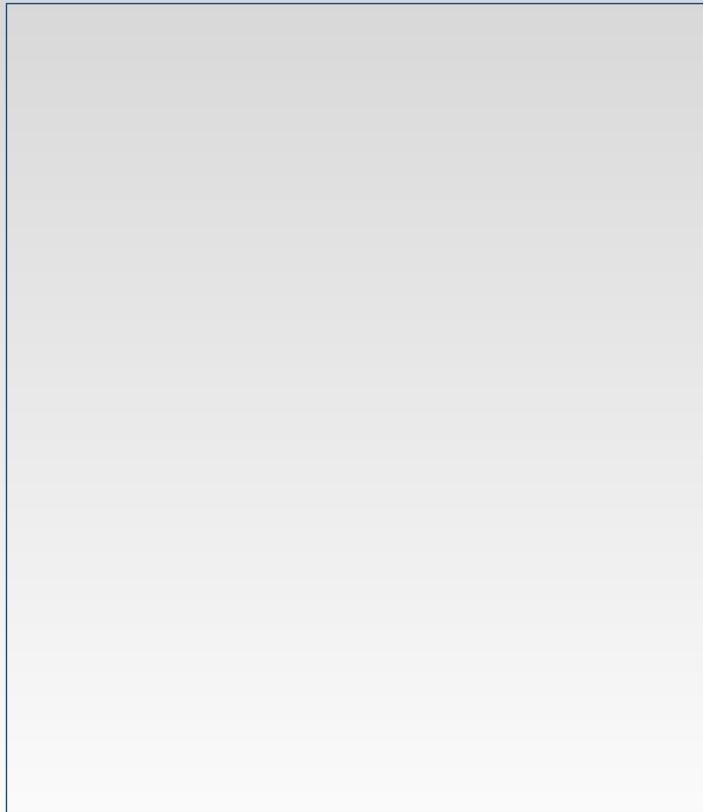
Altri Limiti



Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

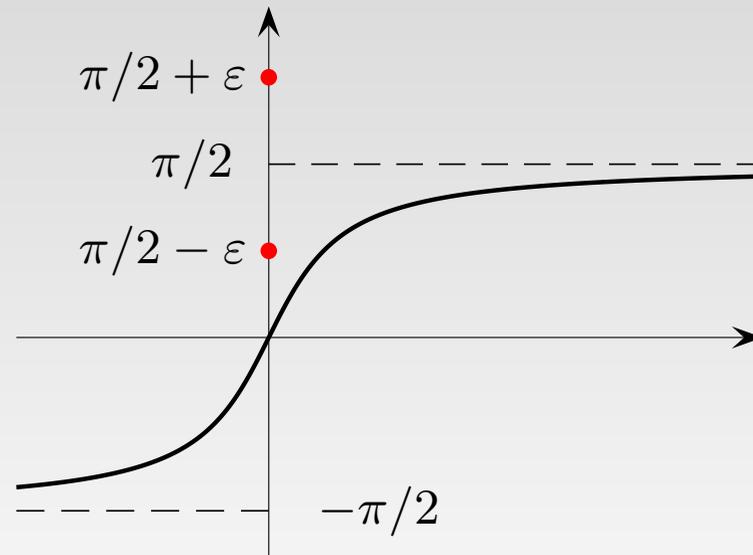


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

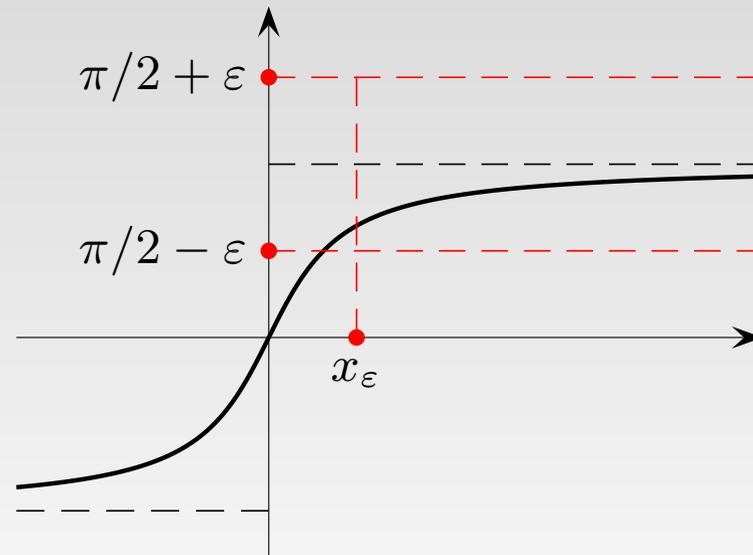


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste x_ε nel dominio



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

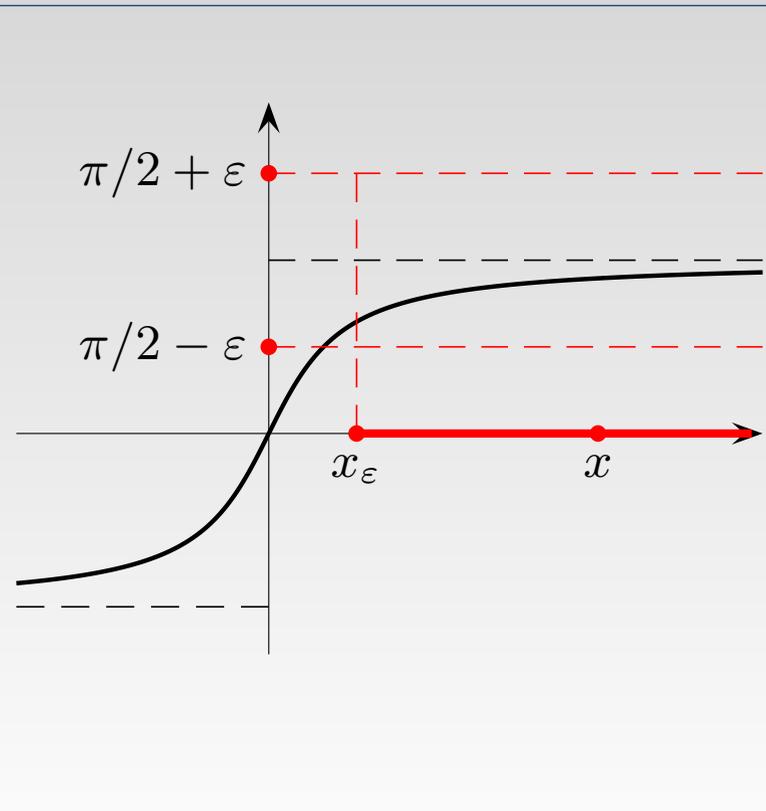


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste x_ε nel dominio
tale che a tutti gli $x > x_\varepsilon$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

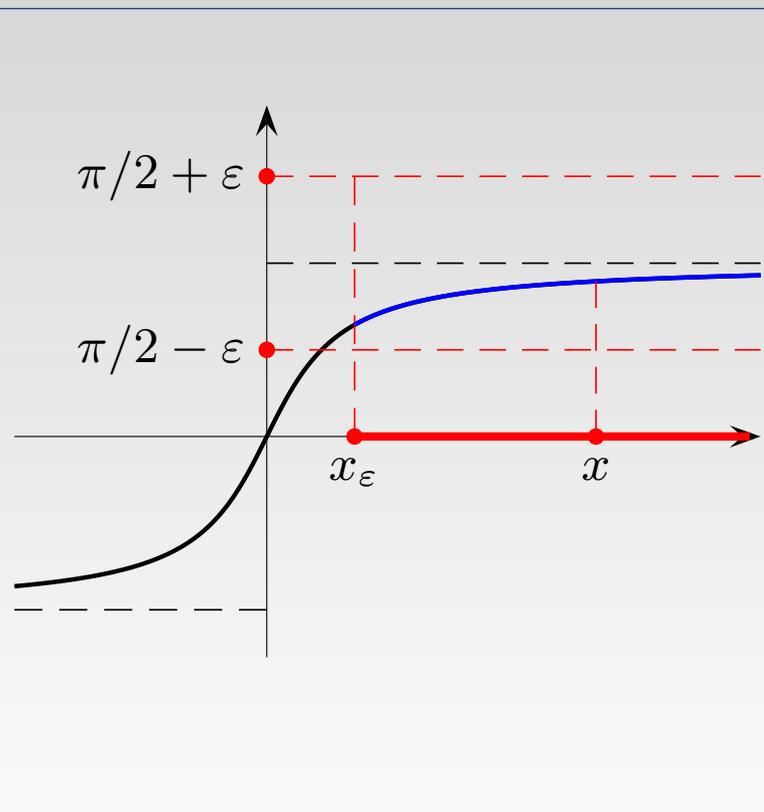
Dato $\varepsilon > 0$

esiste x_ε nel dominio

tale che a tutti gli $x > x_\varepsilon$

corrispondono valori

$$\frac{\pi}{2} - \varepsilon < f(x) < \frac{\pi}{2} + \varepsilon$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

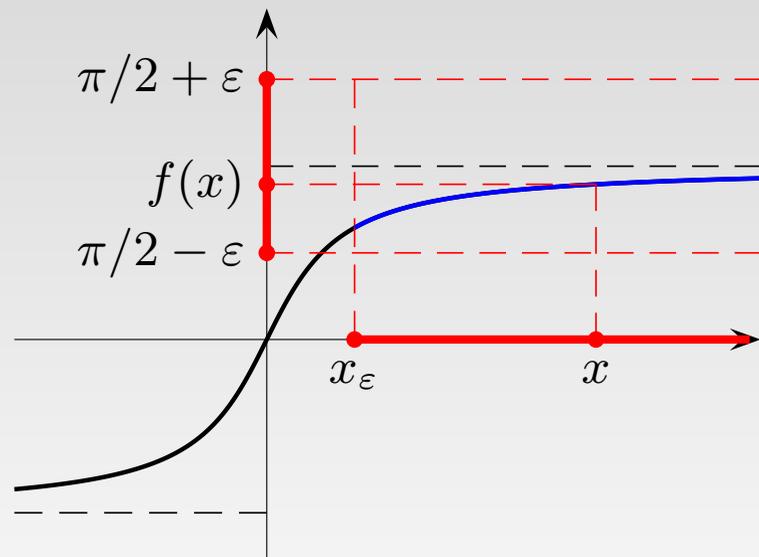


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste x_ε nel dominio
tale che a tutti gli $x > x_\varepsilon$
corrispondono valori
 $\frac{\pi}{2} - \varepsilon < f(x) < \frac{\pi}{2} + \varepsilon$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

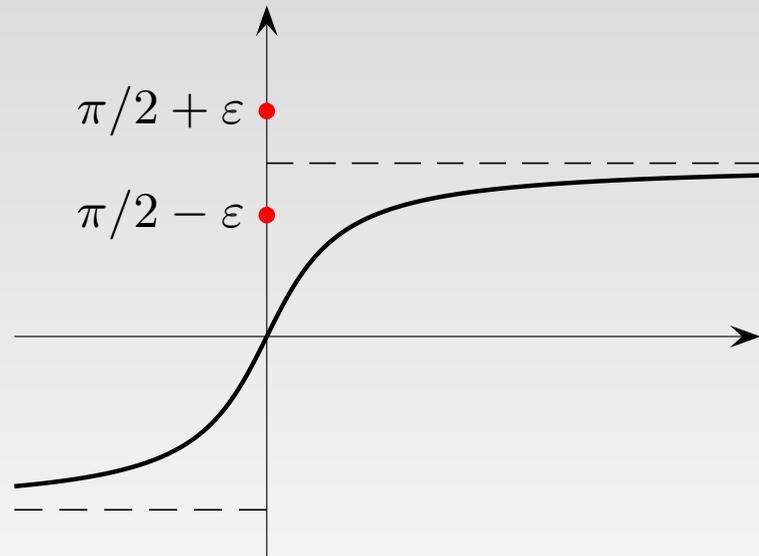


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

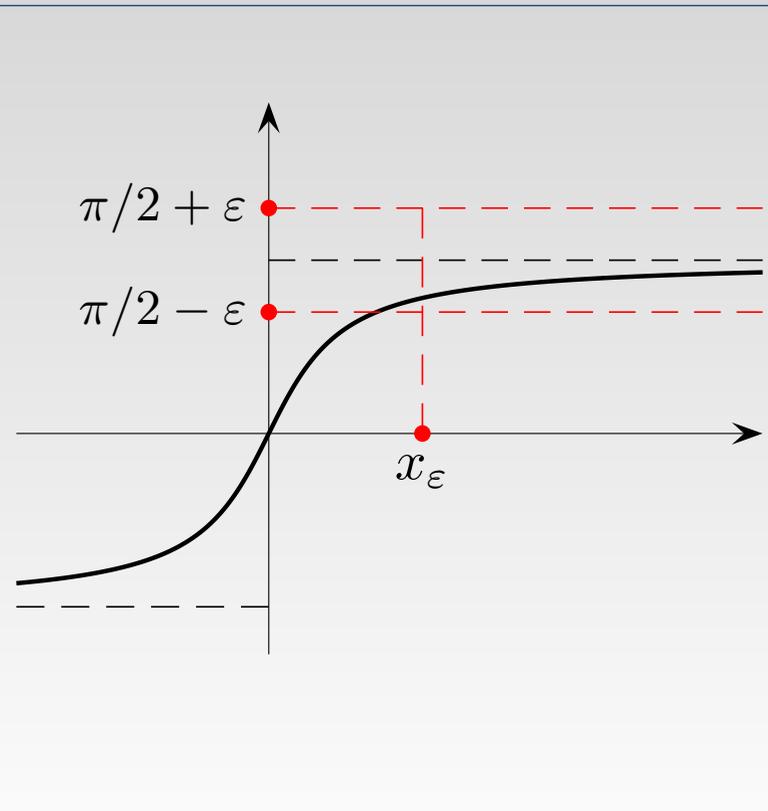


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corri-
spondente x_ε



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

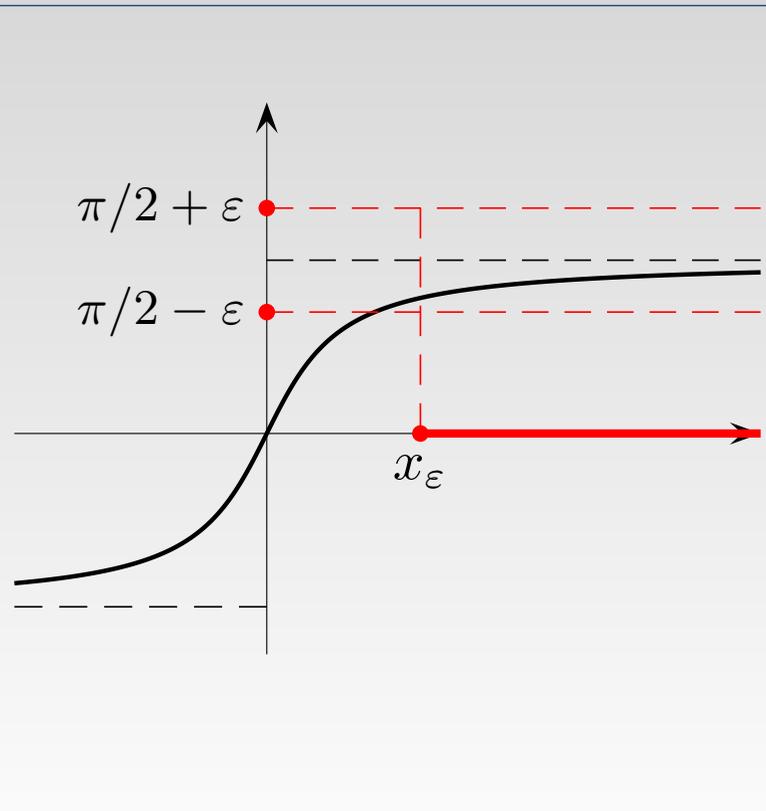


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corri-
spondente x_ε
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

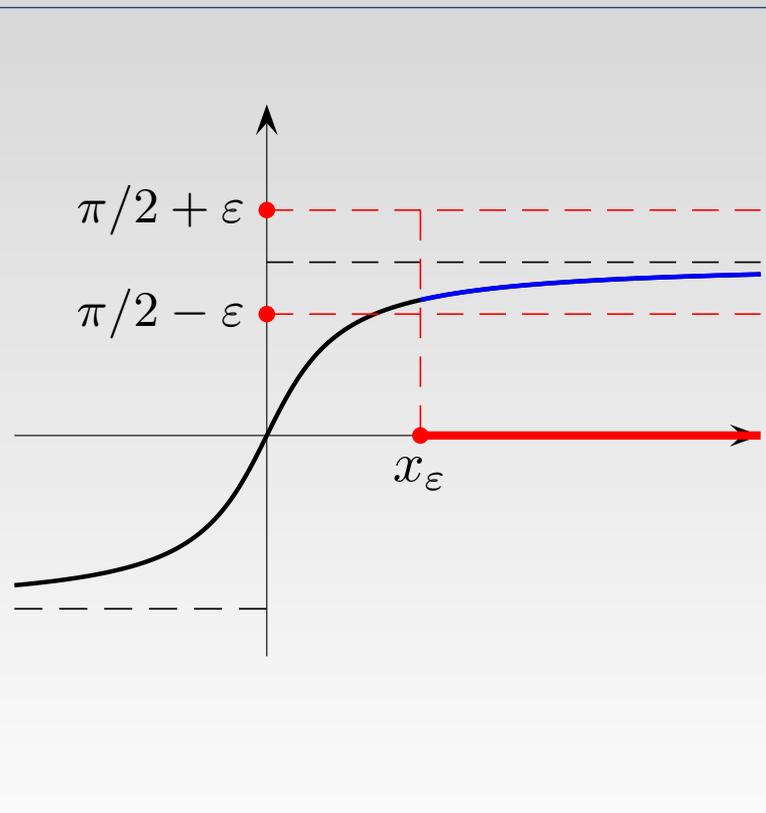


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corri-
spondente x_ε
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

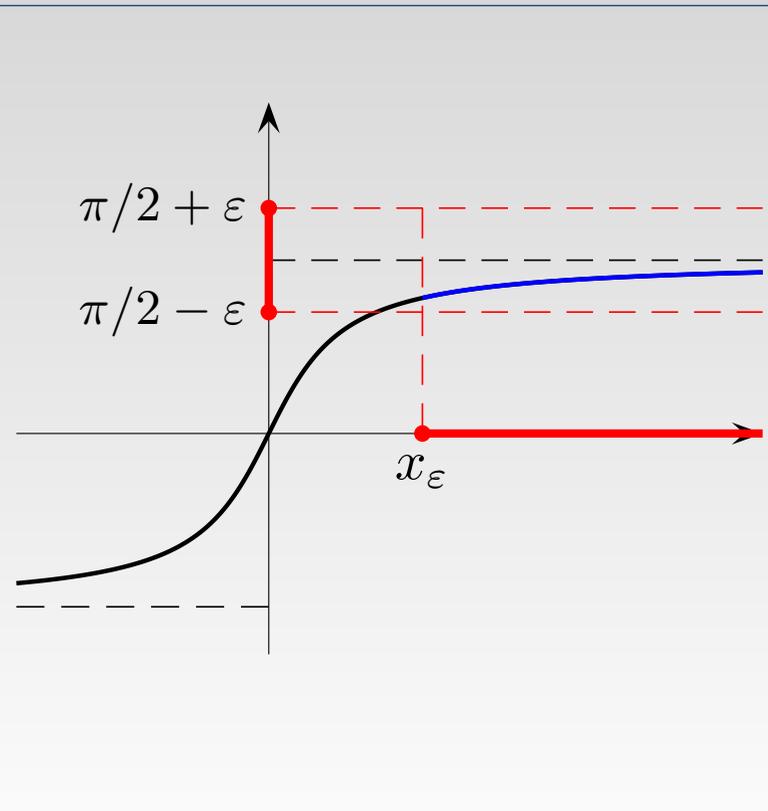


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corri-
spondente x_ε
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

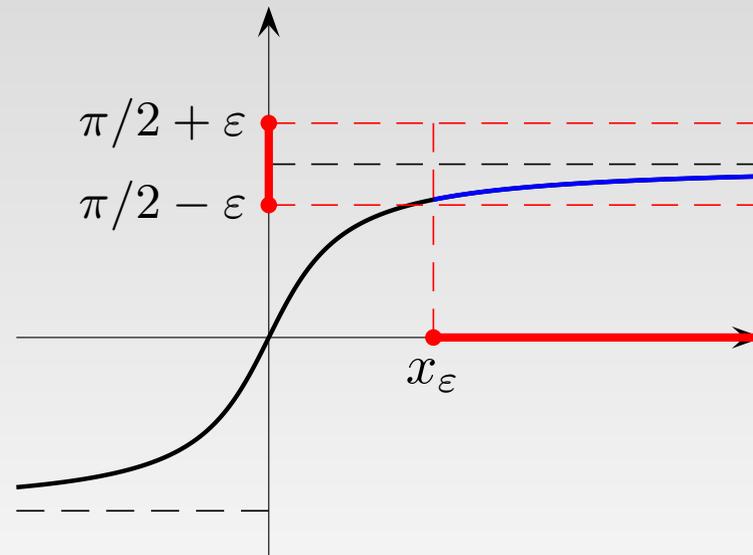


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

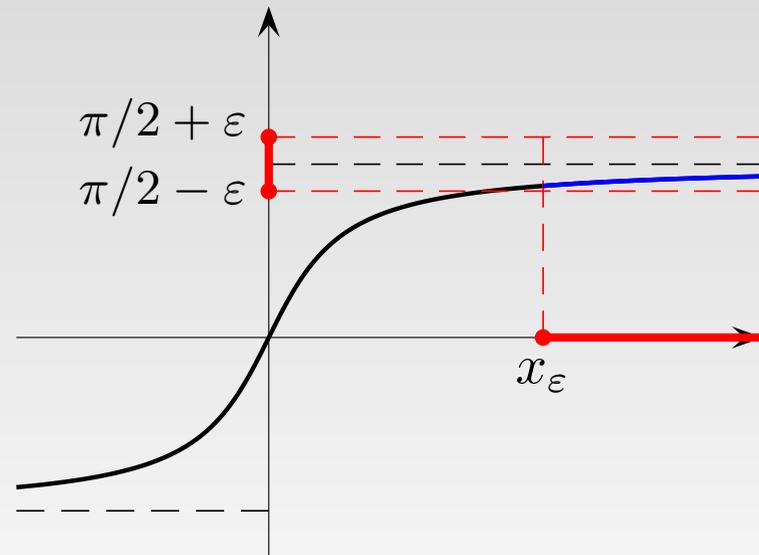


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

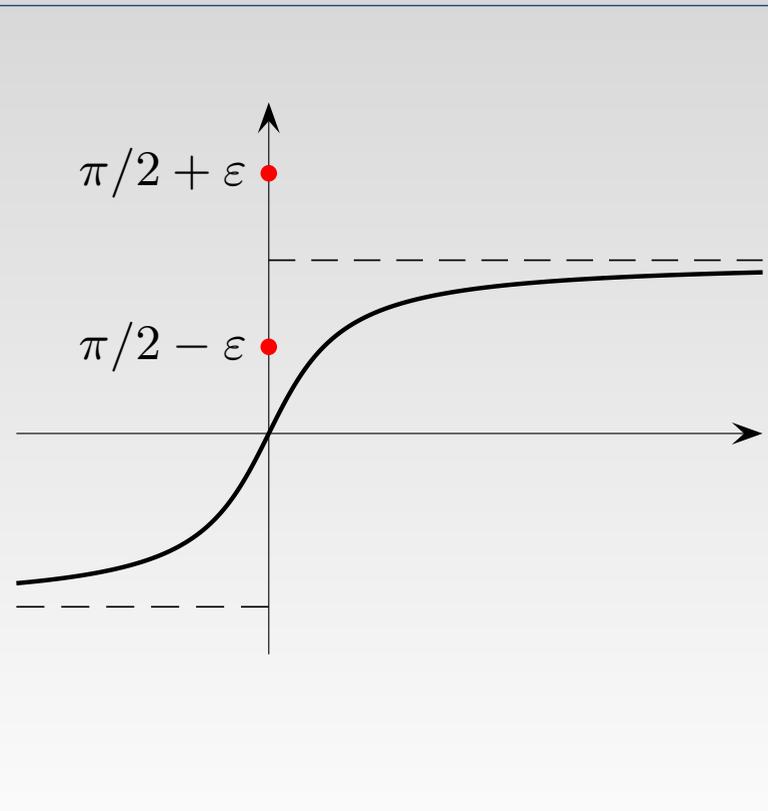


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

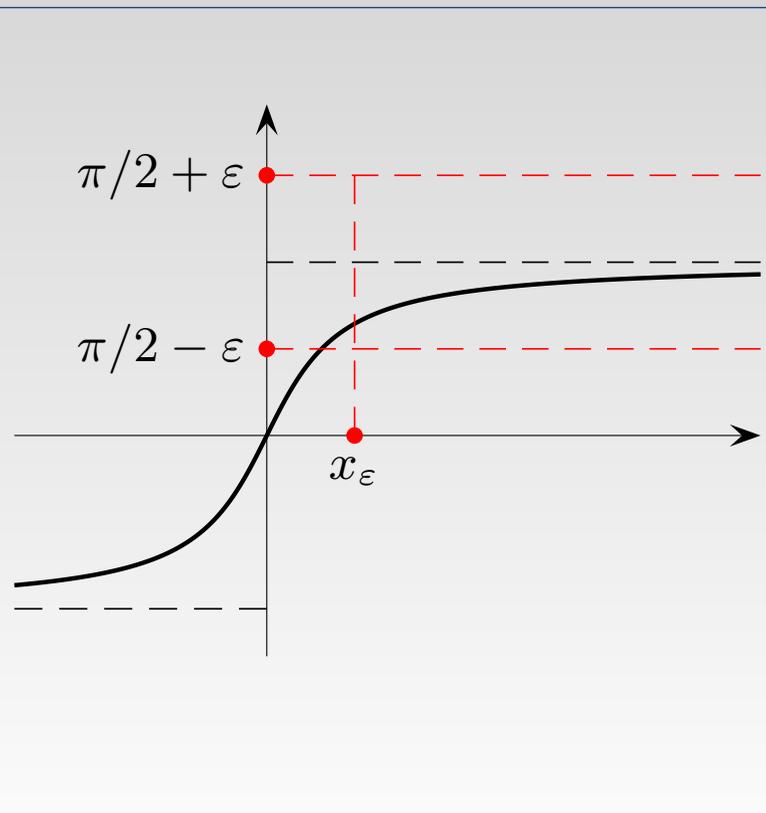


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un x_ε



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

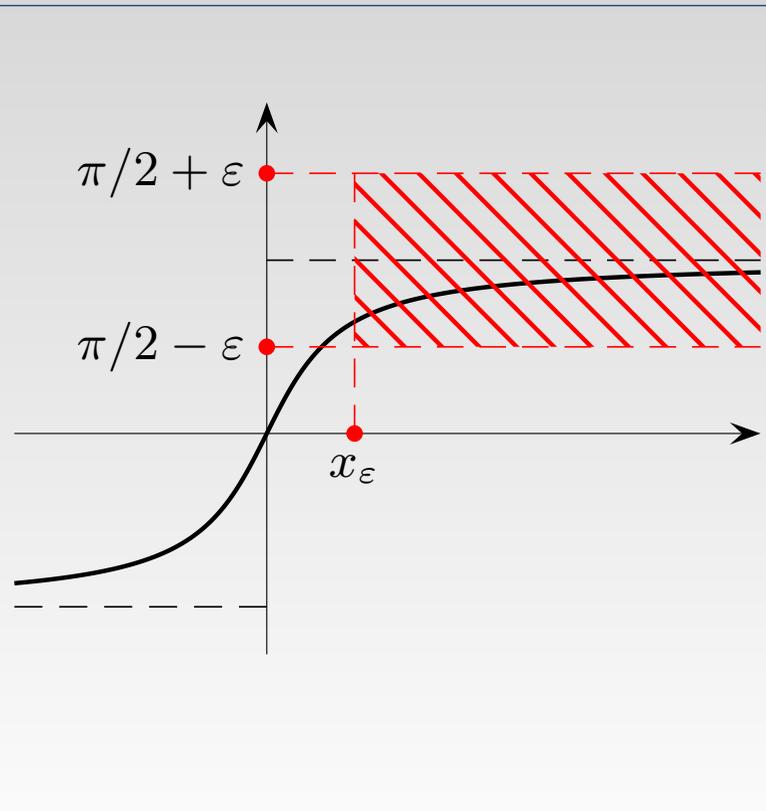


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un x_ε tale che il grafico della funzione per $x > x_\varepsilon$ stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

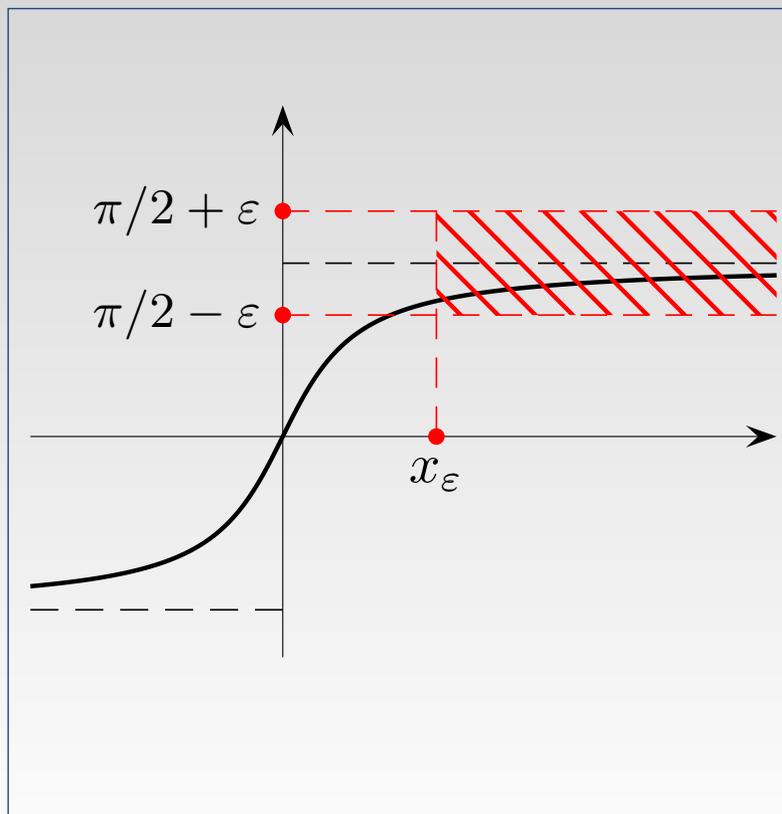


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un x_ε tale che il grafico della funzione per $x > x_\varepsilon$ stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

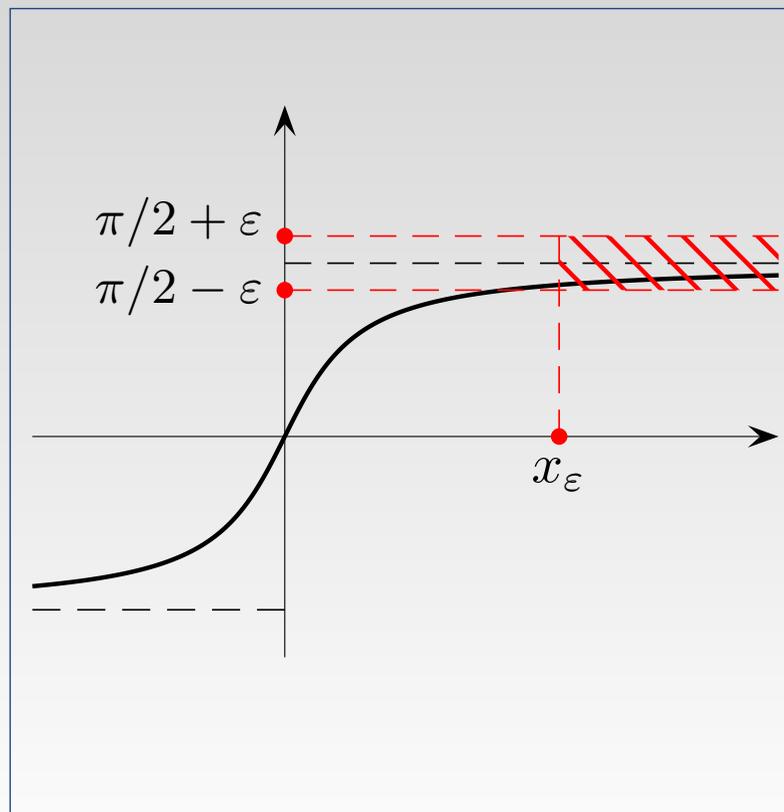


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un x_ε tale che il grafico della funzione per $x > x_\varepsilon$ stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Funzione che non ha limite

Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} non limitato superiormente ed $f : A \rightarrow \mathbb{R}$

Diremo che f non ammette limite per x tendente a $+\infty$ se non verifica nessuna delle precedenti definizioni

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

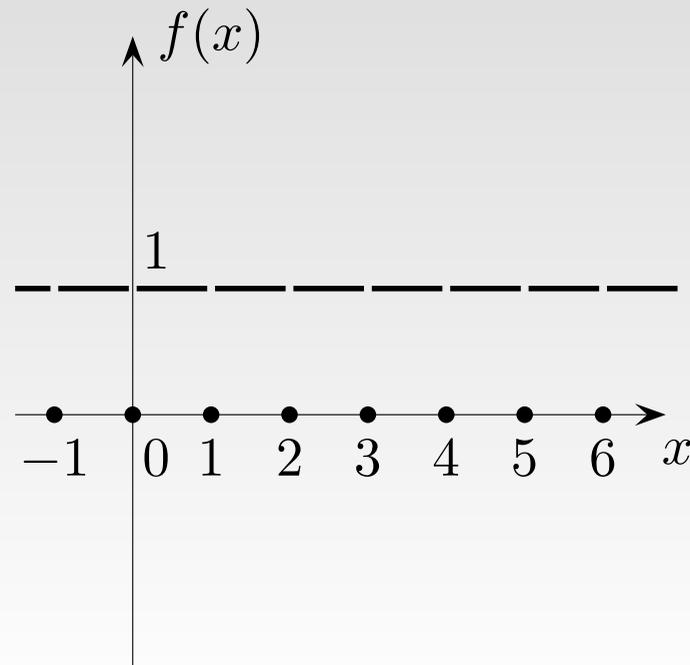
Illustrazione della definizione

Altri Limiti

Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

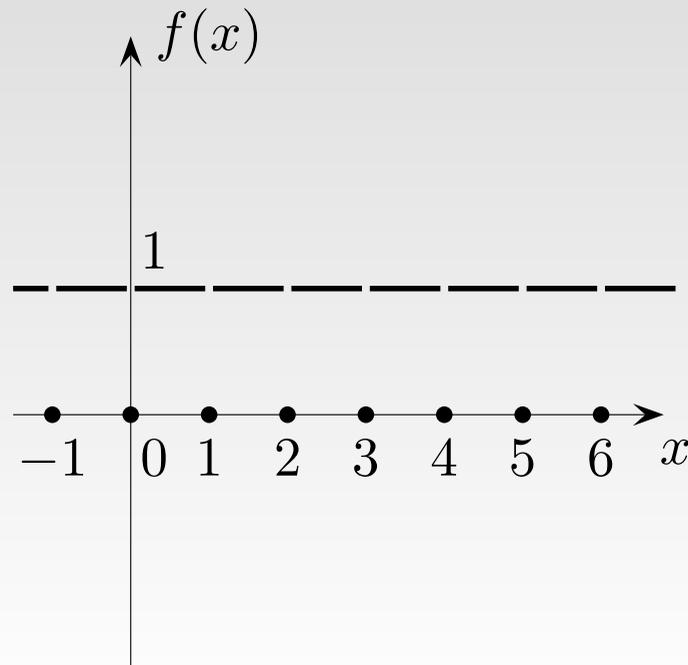


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

f non può avere limite $+\infty$
o $-\infty$ perché è limitata.



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

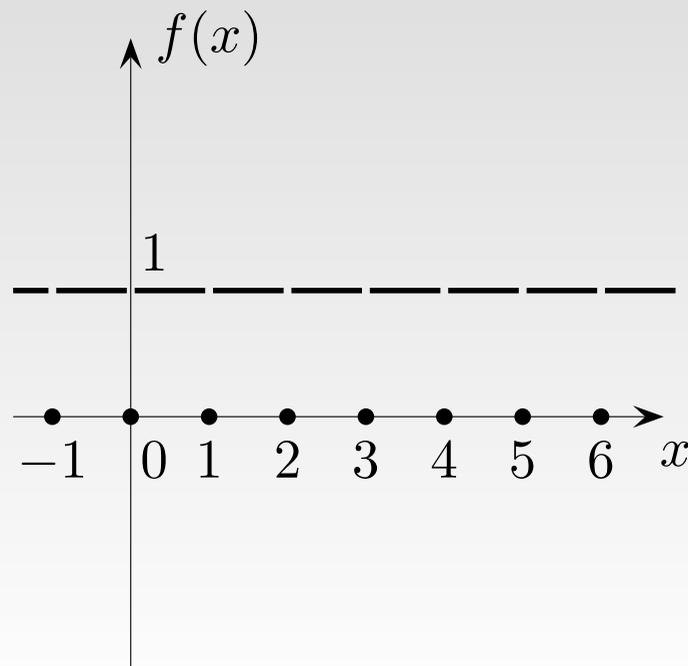


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ma non può nemmeno avere un limite finito l .



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

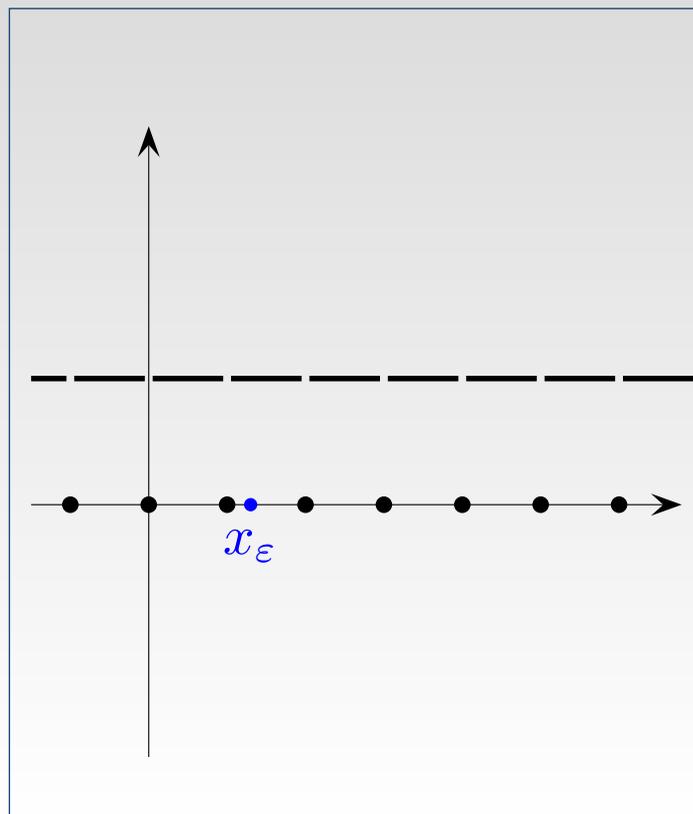


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ma non può nemmeno avere un limite finito l .
Infatti, per ogni x_ε



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



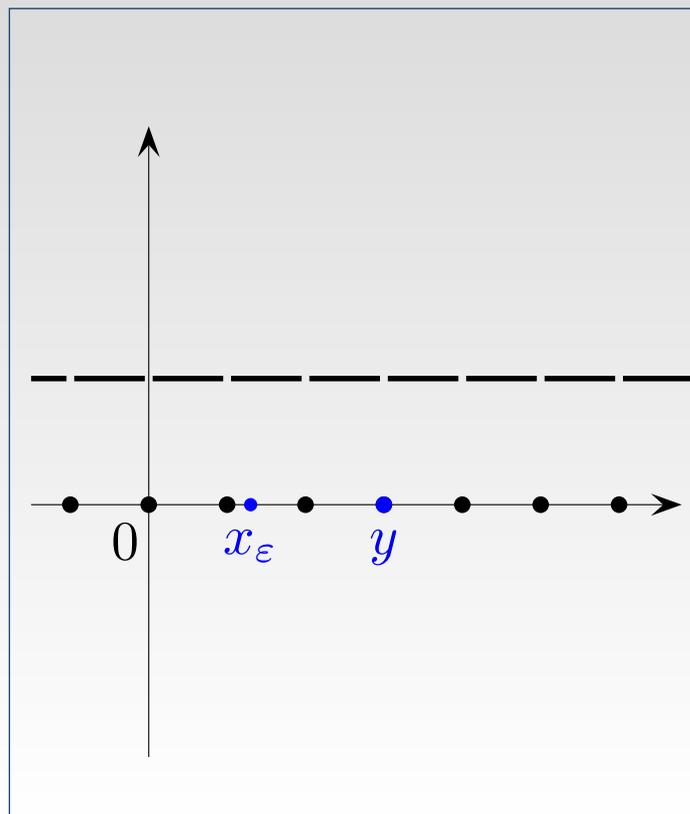
Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ma non può nemmeno avere un limite finito l .

Infatti, per ogni x_ε esistono punti y a destra di x_ε per cui $f(y) = 0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



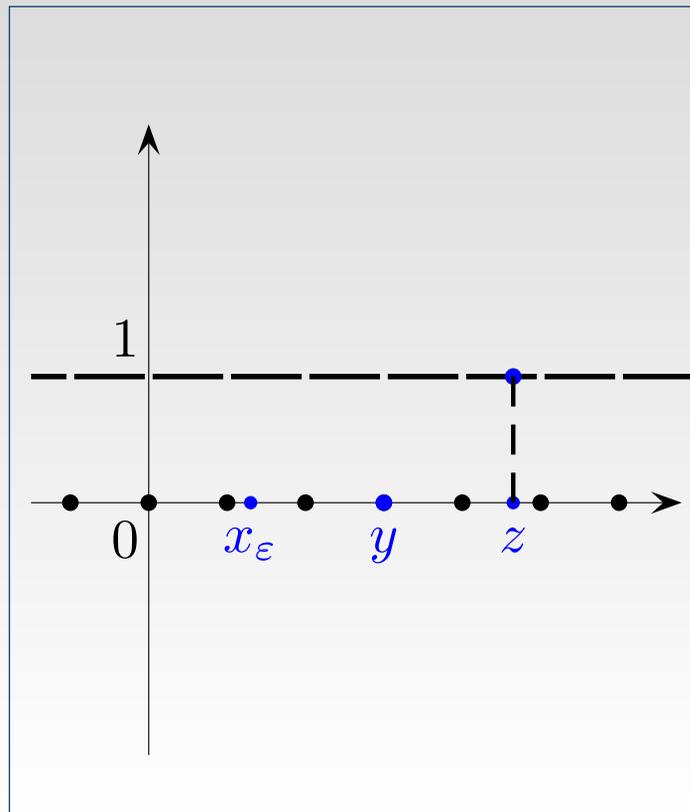
Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ma non può nemmeno avere un limite finito l .

Infatti, per ogni x_ε esistono punti y a destra di x_ε per cui $f(y) = 0$, e punti z per cui $f(z) = 1$.



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Illustrazione della definizione

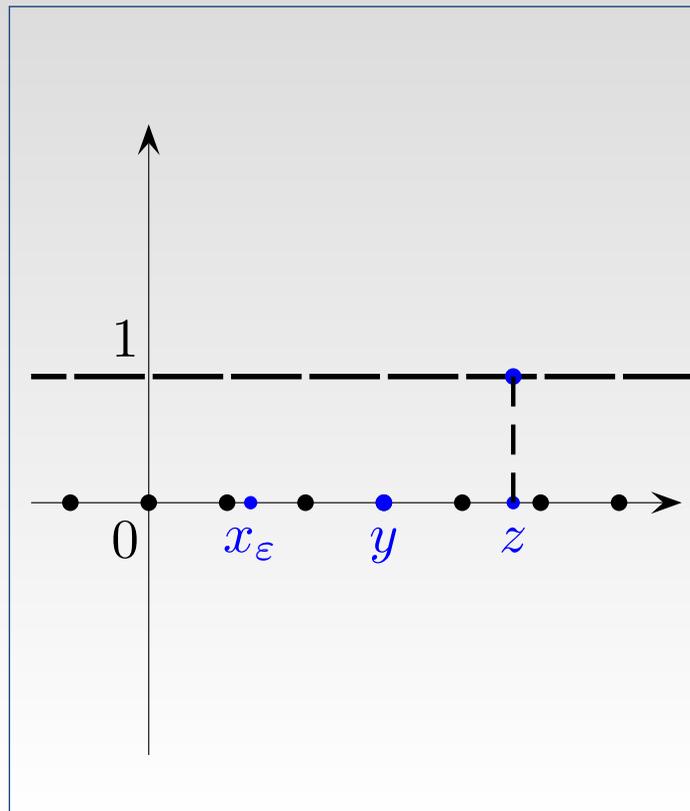
Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Si ha

$$|f(y) - f(z)| = 1$$

quindi y, z non potranno mai essere contemporaneamente contenuti in alcuna palla $B_\varepsilon(\ell)$ quando $\varepsilon < 1/2$, per qualunque scelta di ℓ (il diametro di $B_\varepsilon(\ell)$ è < 1)



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

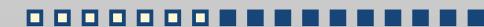
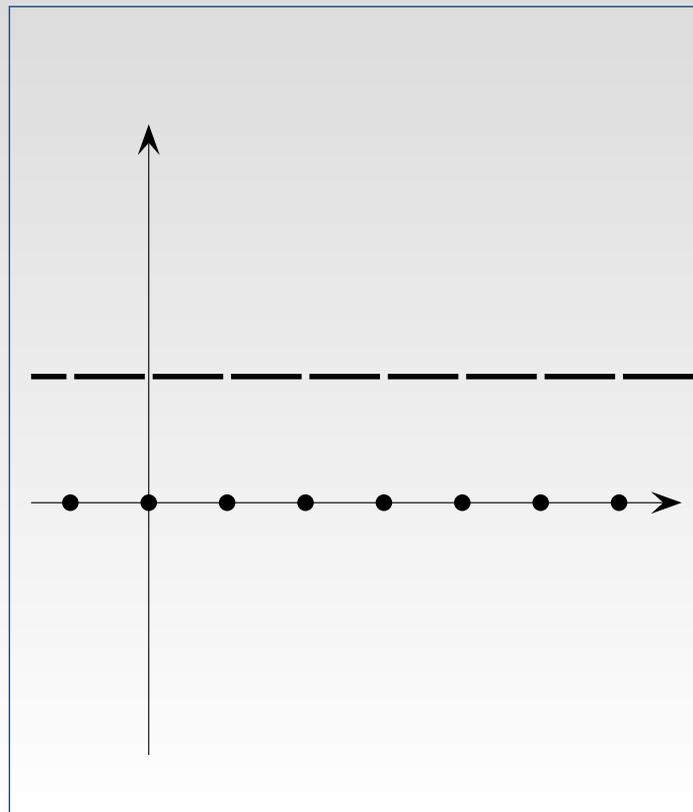


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Dunque, scelto $\varepsilon < 1/2$, qualunque sia ℓ la definizione di limite finito ℓ non sarà verificata per alcun x_ε



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



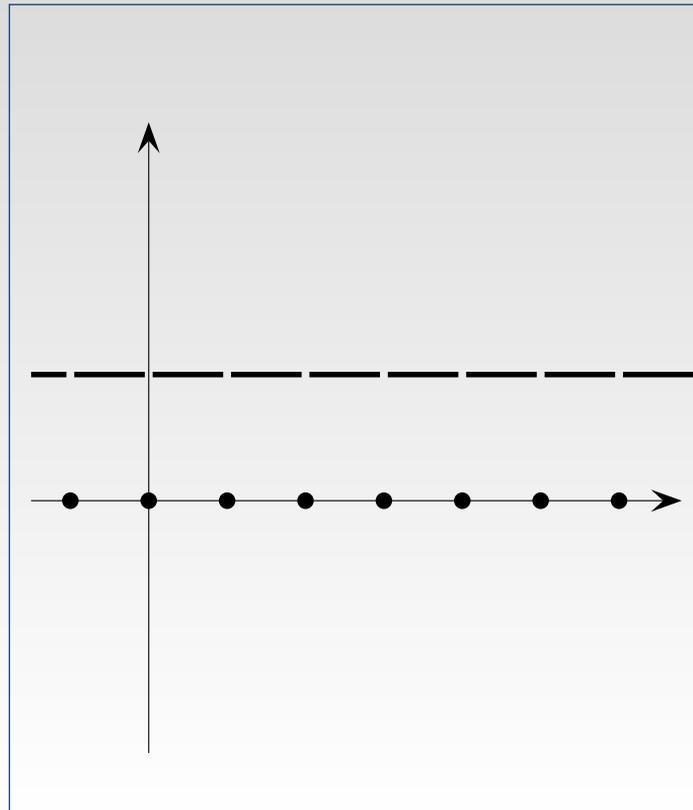
Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Per illustrare la situazione,
sia ad esempio $\varepsilon = 0.4$ e

$$l = 1.2$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



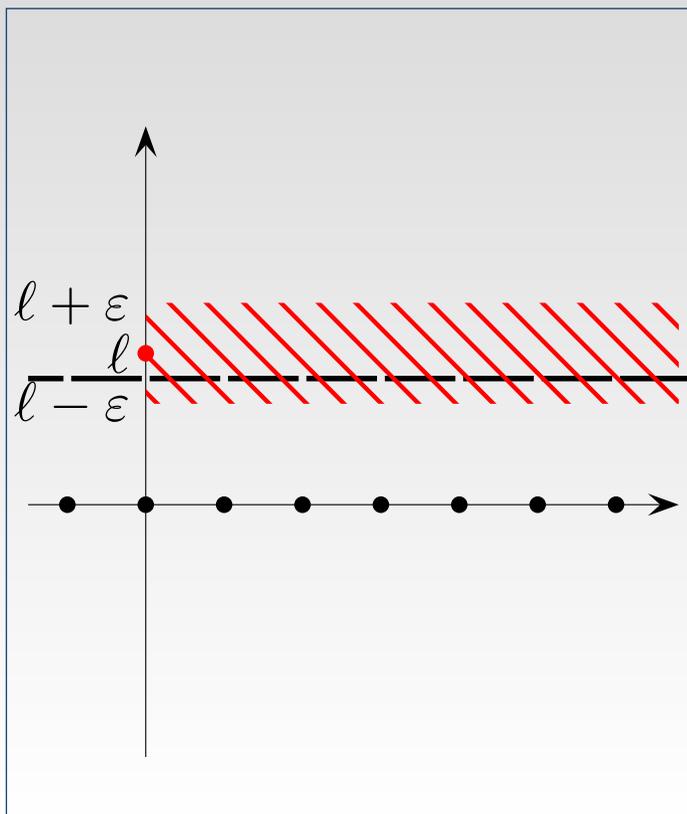
Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Per illustrare la situazione,
sia ad esempio $\varepsilon = 0.4$ e

$$l = 1.2$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Illustrazione della definizione

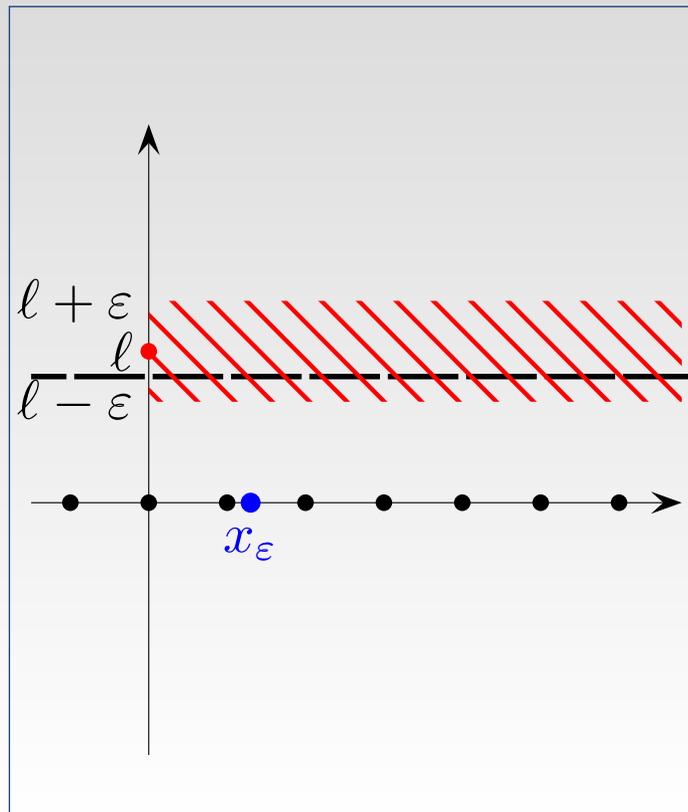
Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Per illustrare la situazione,
sia ad esempio $\varepsilon = 0.4$ e

$$l = 1.2$$

preso x_ε ,



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Illustrazione della definizione

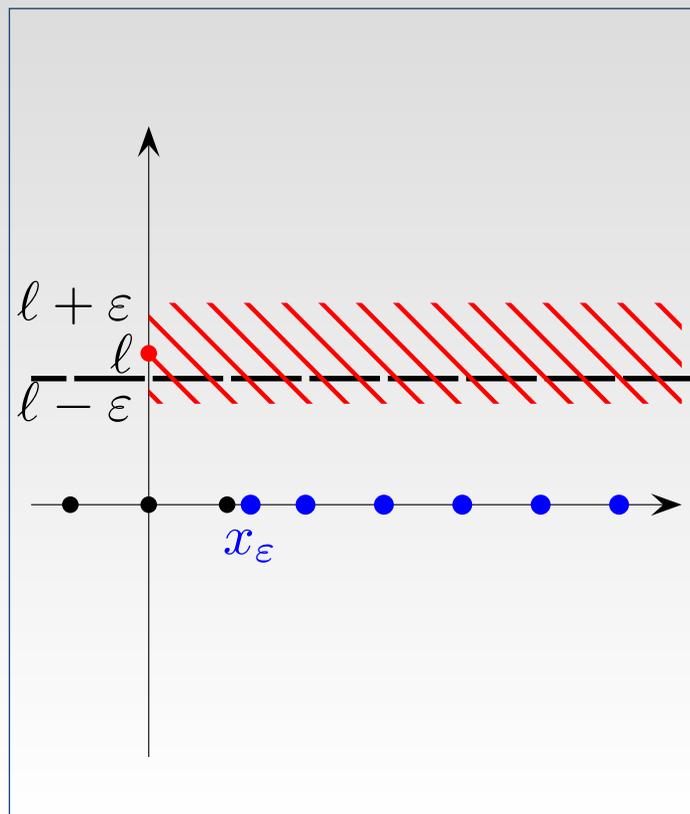
Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Per illustrare la situazione, sia ad esempio $\varepsilon = 0.4$ e

$$l = 1.2$$

preso x_ε , esistono $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade nella striscia tratteggiata.



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

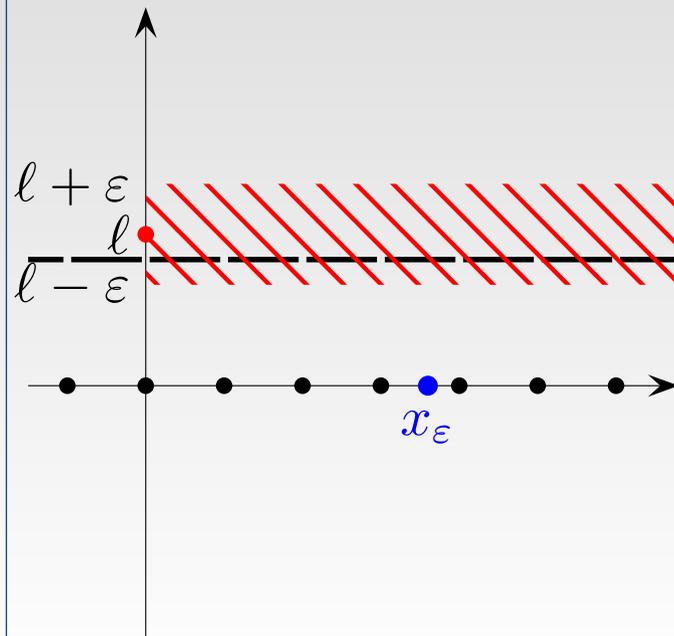


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε ,



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

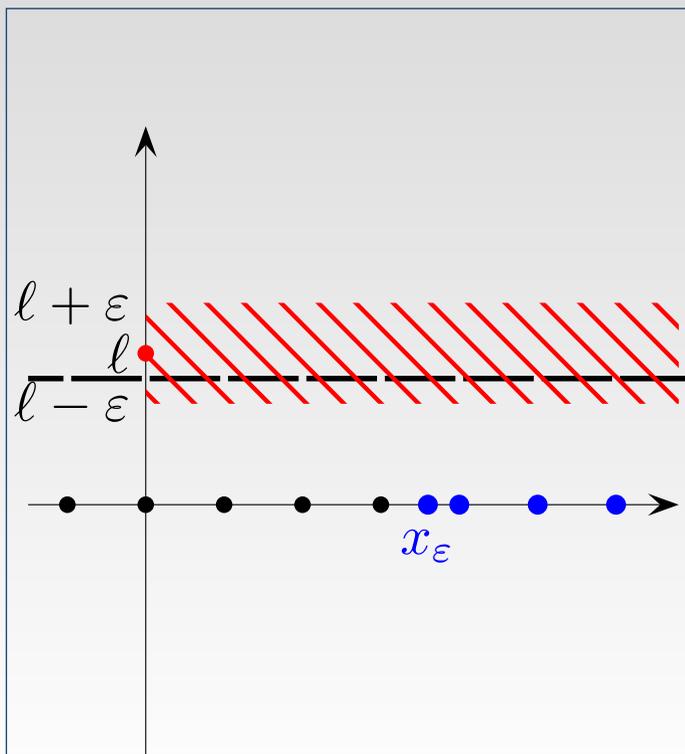


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε ,
esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per
cui il grafico non cade nella
striscia tratteggiata.



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

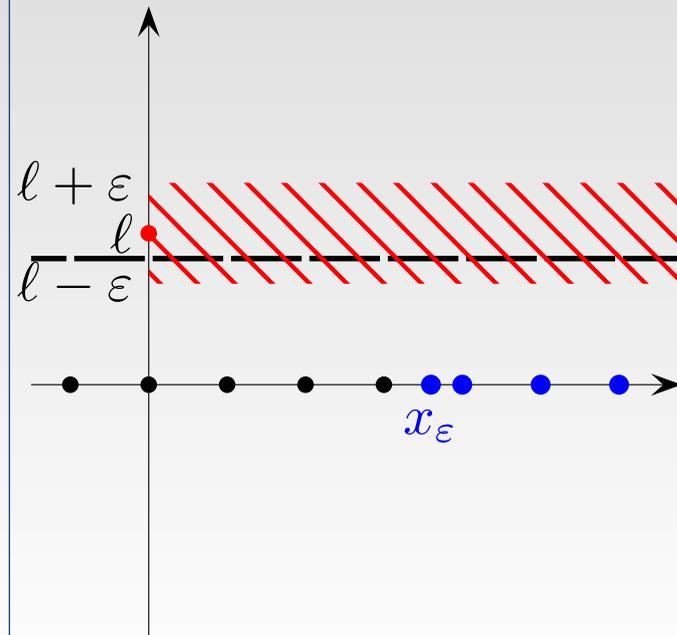


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε ,
esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per
cui il grafico non cade nella
striscia tratteggiata. Questo
accade per ogni scelta di x_ε .



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

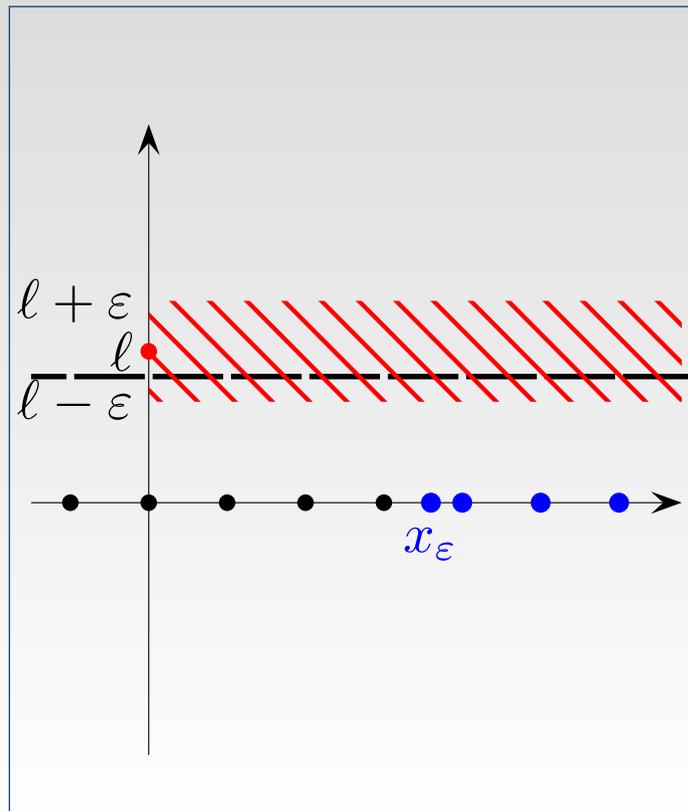


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε ,
esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per
cui il grafico non cade nella
striscia tratteggiata. Questo
accade per ogni scelta di x_ε .
Quindi $l = 1.2$ non può es-
sere il limite di f



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

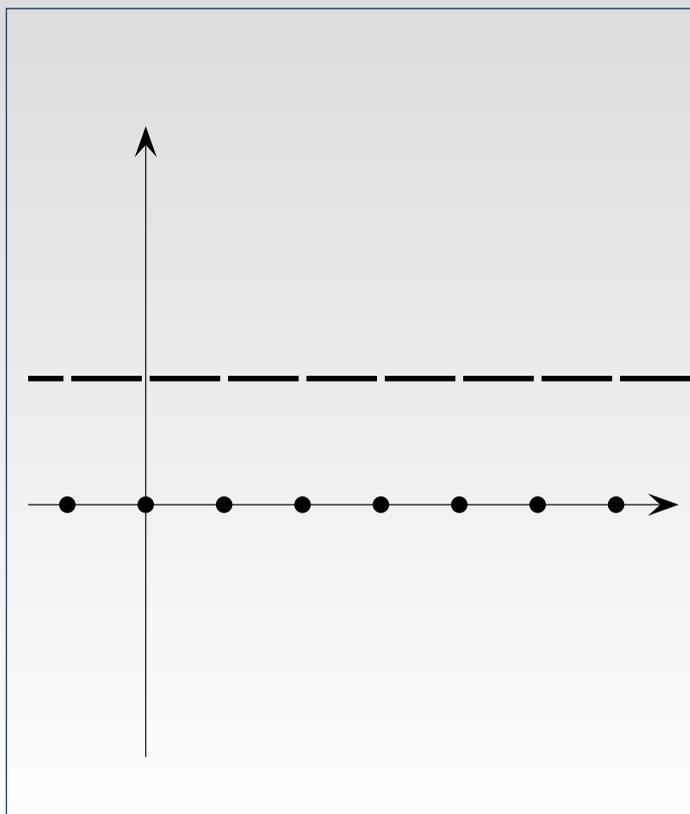


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ma questo accade per ogni scelta di l .



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



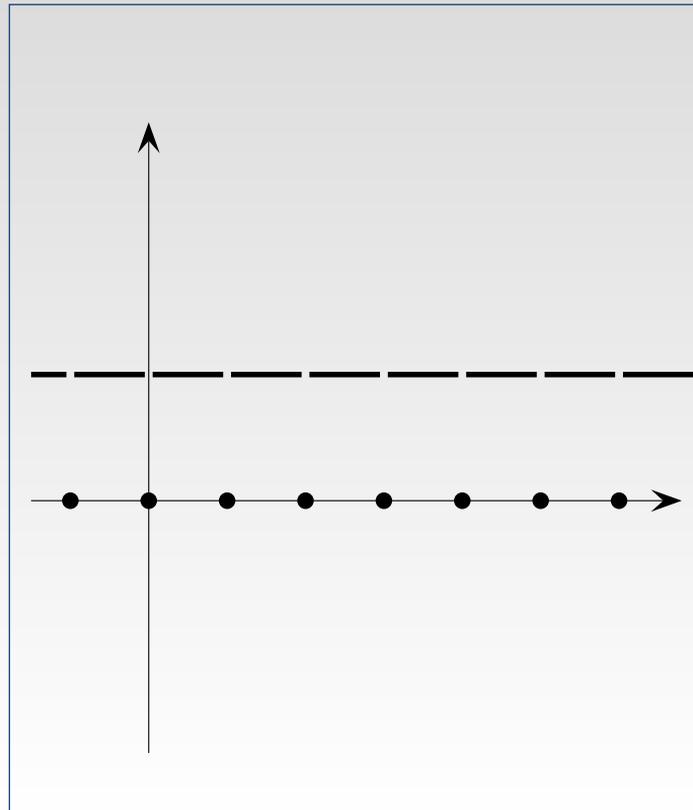
Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$l = 0.2$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



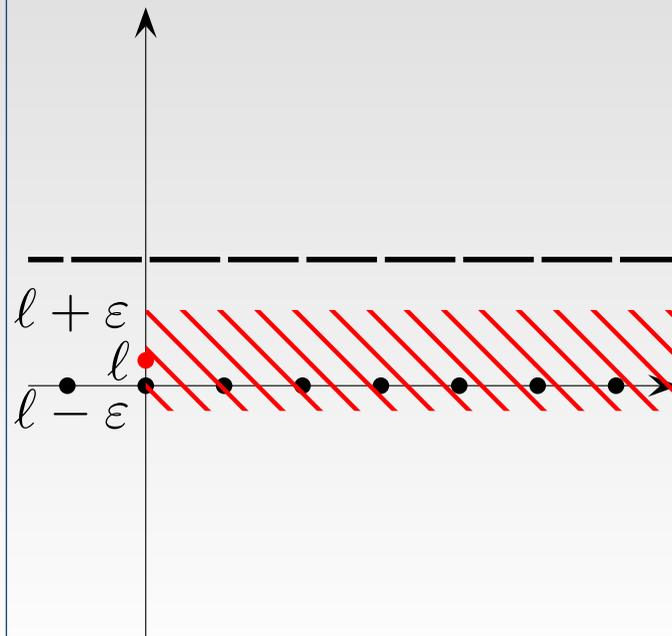
Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$l = 0.2$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Illustrazione della definizione

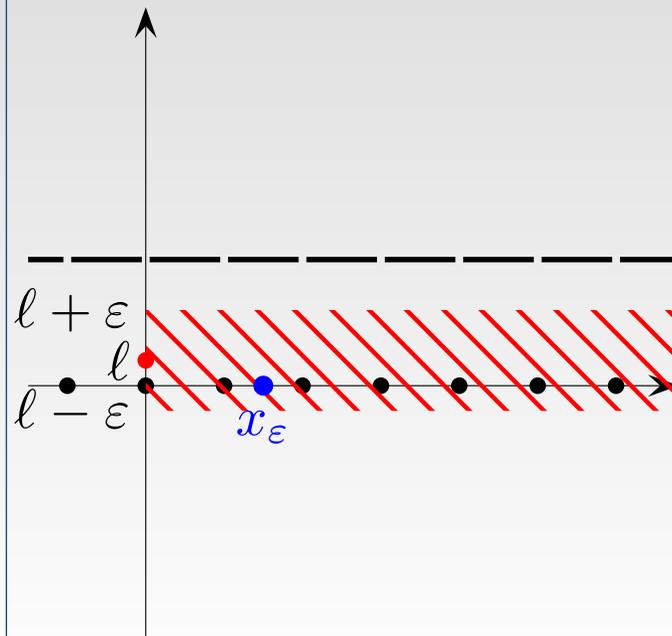
Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$l = 0.2$$

preso x_ε ,



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

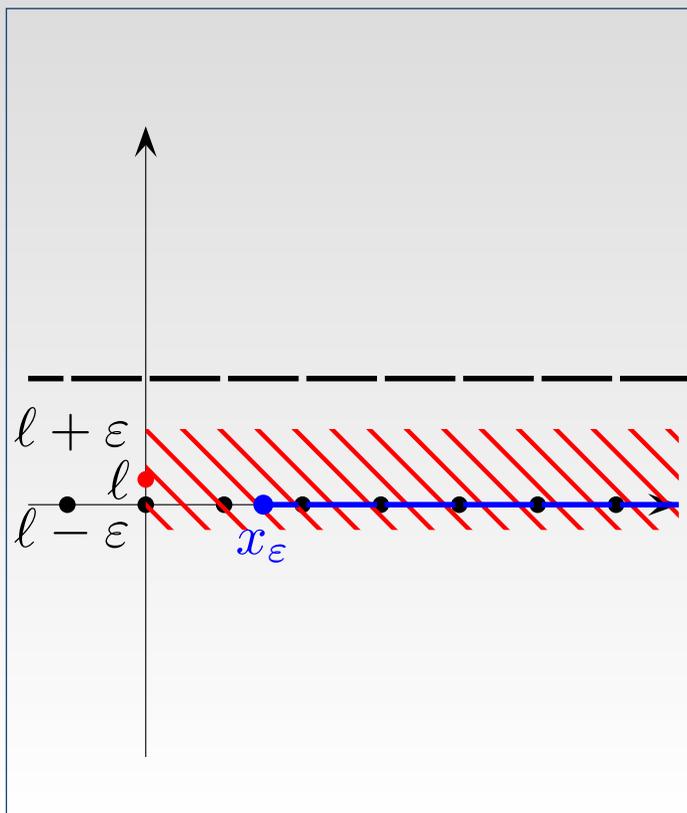
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$l = 0.2$$

preso x_ε ,

esistono $x > x_\varepsilon$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

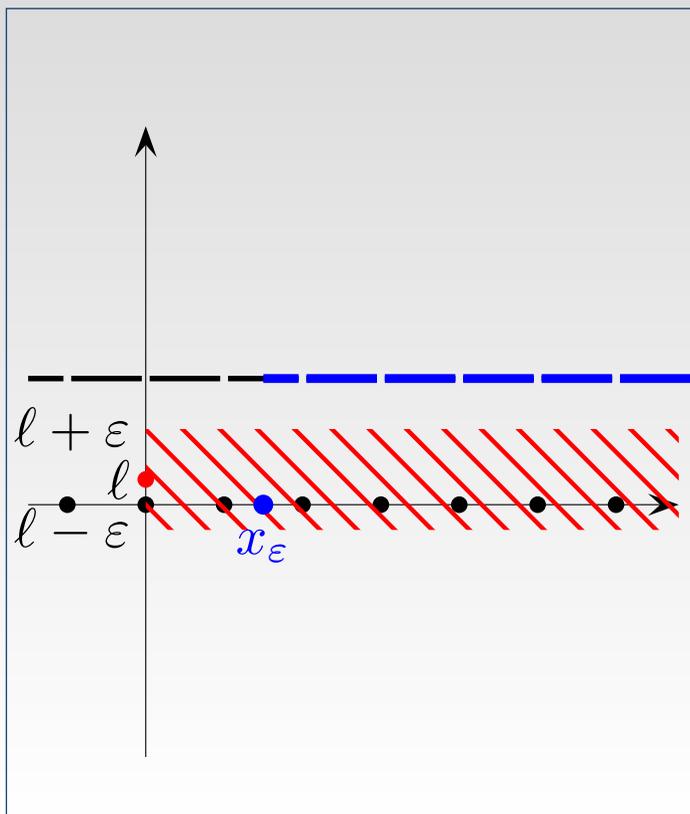
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$l = 0.2$$

preso x_ε ,

esistono $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade tutto nella striscia tratteggiata.



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

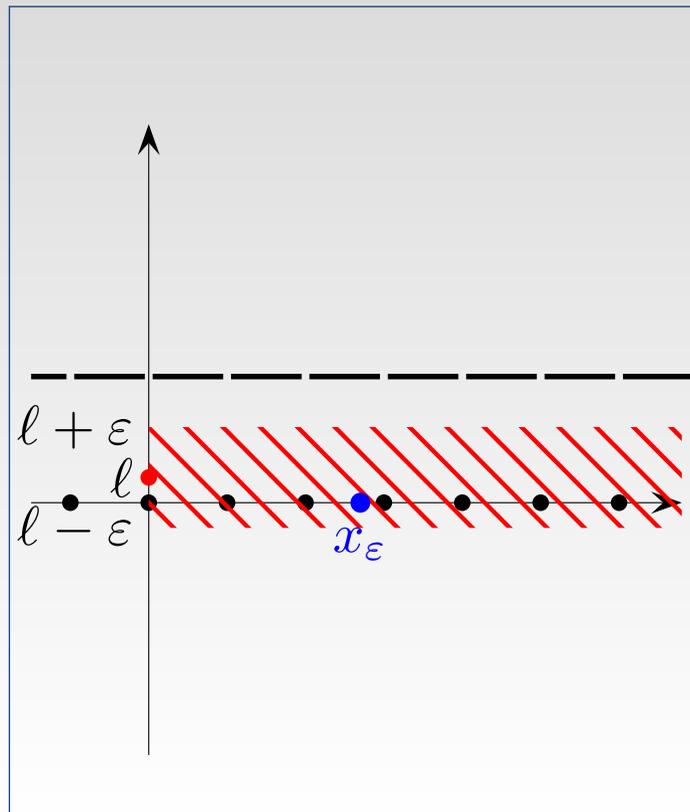
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$l = 0.2$$

preso x_ε ,

esistono $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade tutto nella striscia tratteggiata. Preso un altro x_ε ,



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

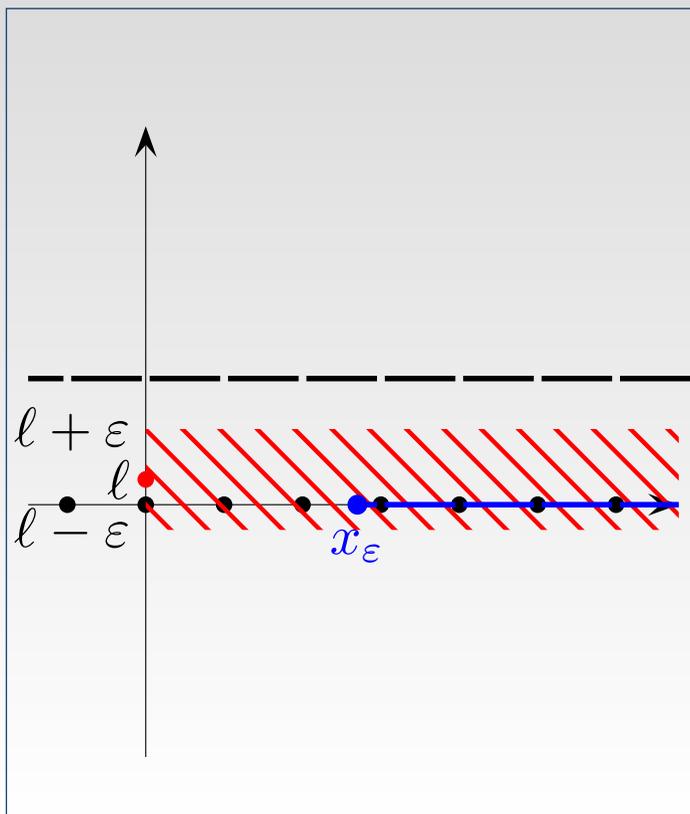


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε ,
esistono ancora $x > x_\varepsilon$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

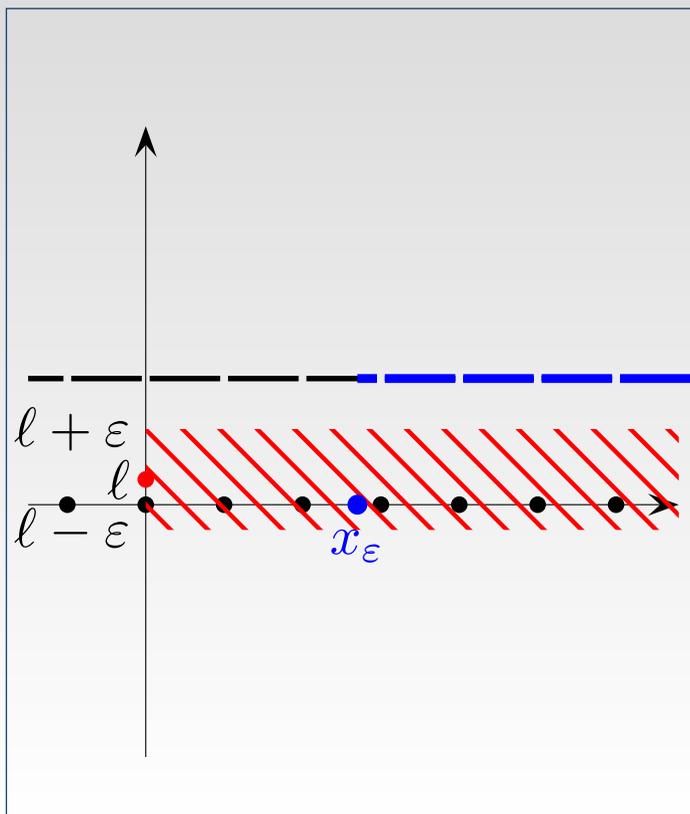


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε ,
esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per
cui il grafico non cade nella
striscia tratteggiata.



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

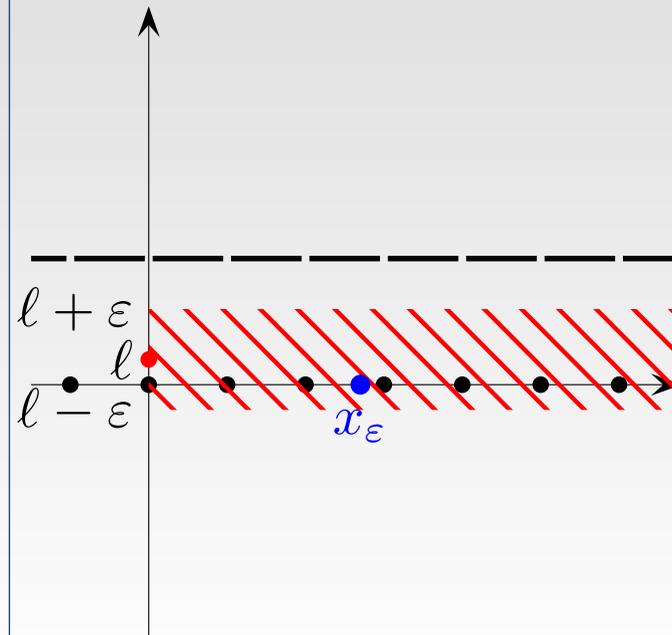


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε ,
esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per
cui il grafico non cade nella
striscia tratteggiata. Questo
accade per ogni scelta di x_ε .



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

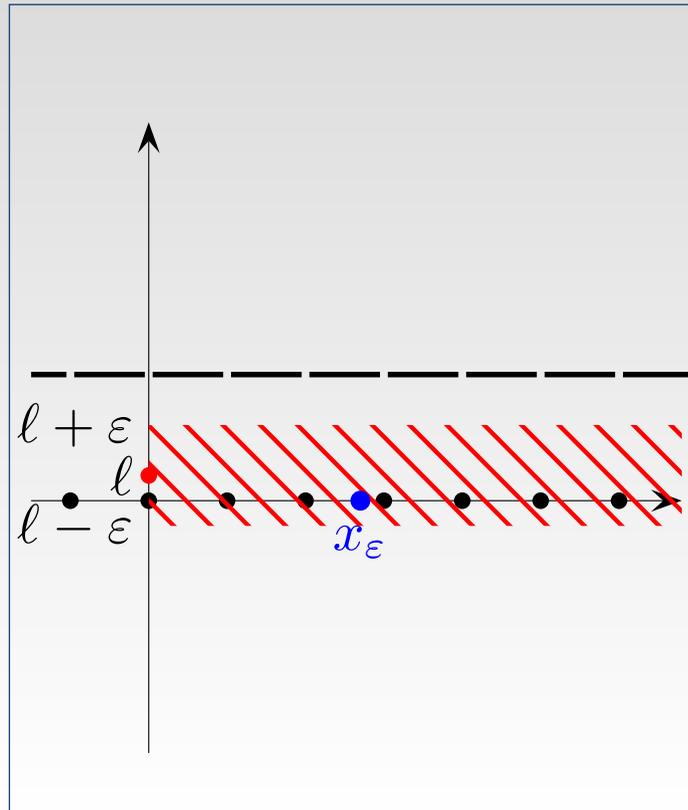


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε ,
esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per
cui il grafico non cade nella
striscia tratteggiata. Questo
accade per ogni scelta di x_ε .
Quindi $l = 0.2$ non può es-
sere il limite di f



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti

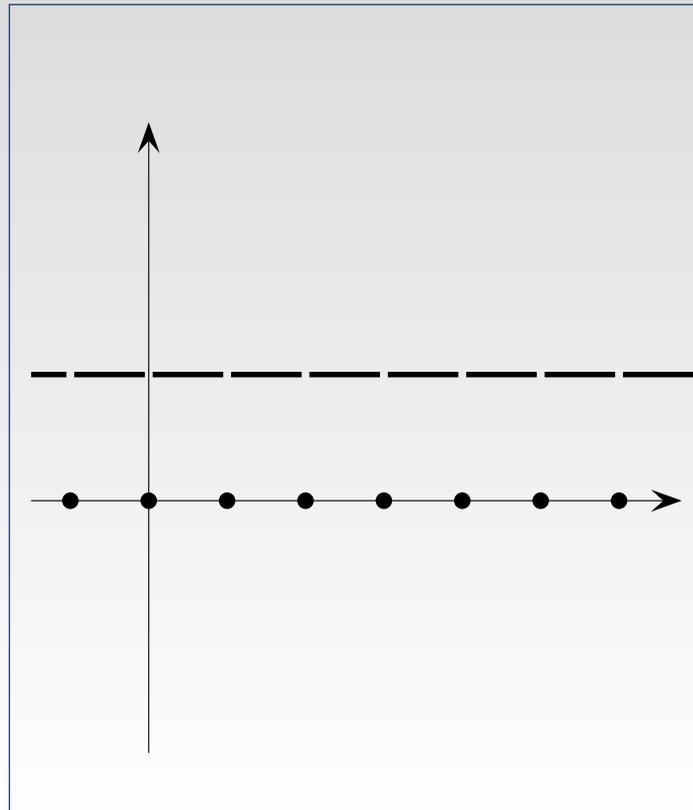


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Analogamente accade per ogni scelta di $l \in \mathbb{R}$, che quindi non può essere il limite di f per $x \rightarrow +\infty$.



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



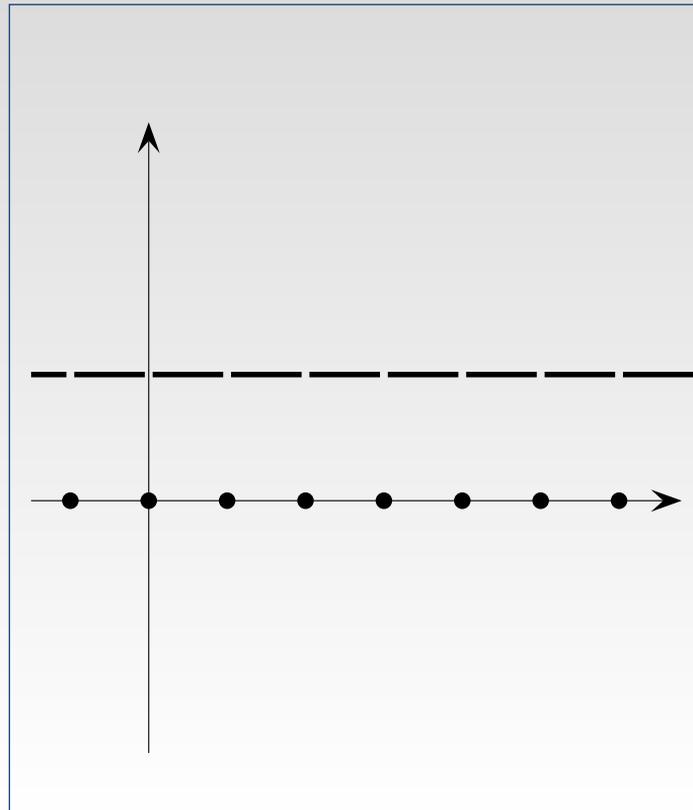
Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Analogamente accade per ogni scelta di $l \in \mathbb{R}$, che quindi non può essere il limite di f per $x \rightarrow +\infty$.

Quindi il limite di f per x che tende a $+\infty$ non esiste.



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite $-\infty$ per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Limite finito per $x \rightarrow +\infty$

Illustrazione della definizione

Funzione che non ha limite

Illustrazione della definizione

Altri Limiti



Altri Limiti

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

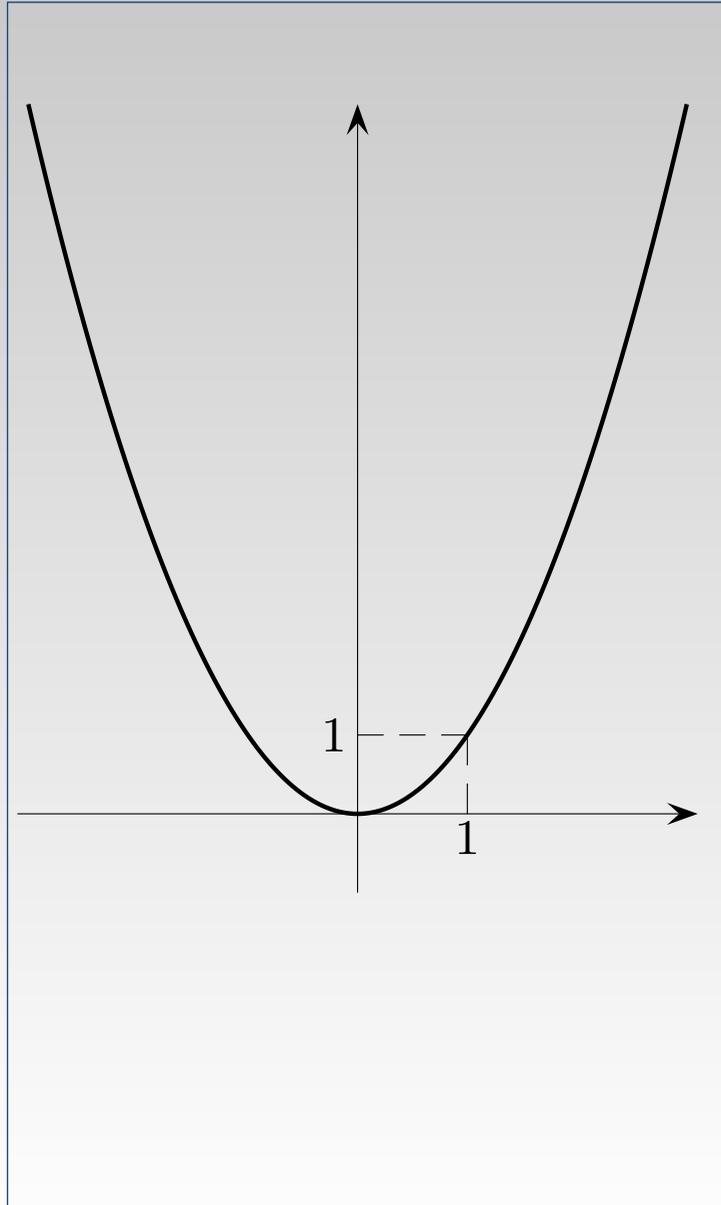
Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

Esempio introduttivo

Sia $f(x) = x^2$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

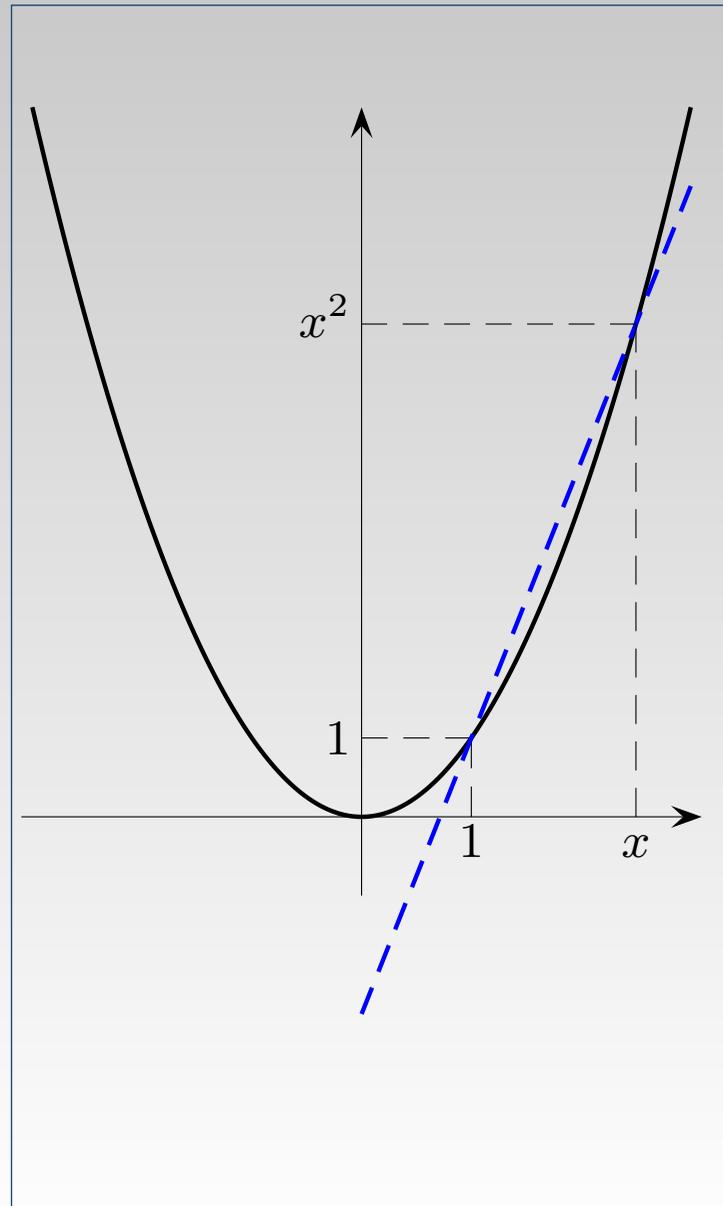
Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Esempio introduttivo

Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



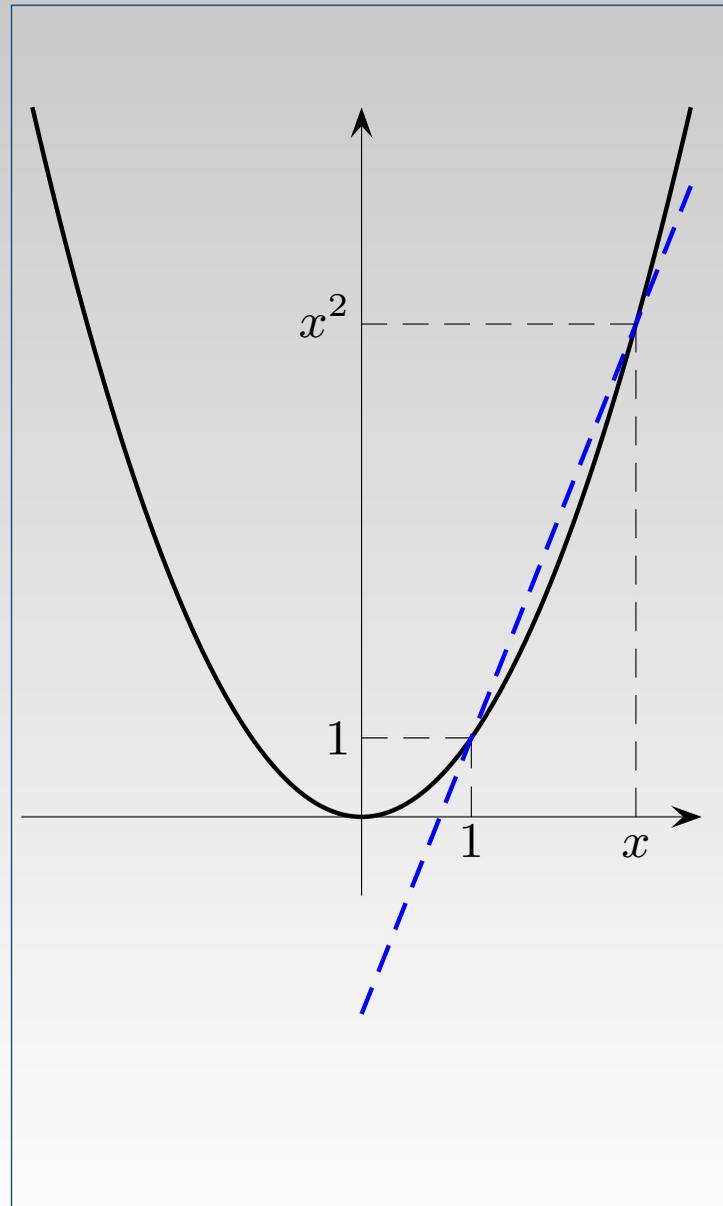
Esempio introduttivo

Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Esempio introduttivo

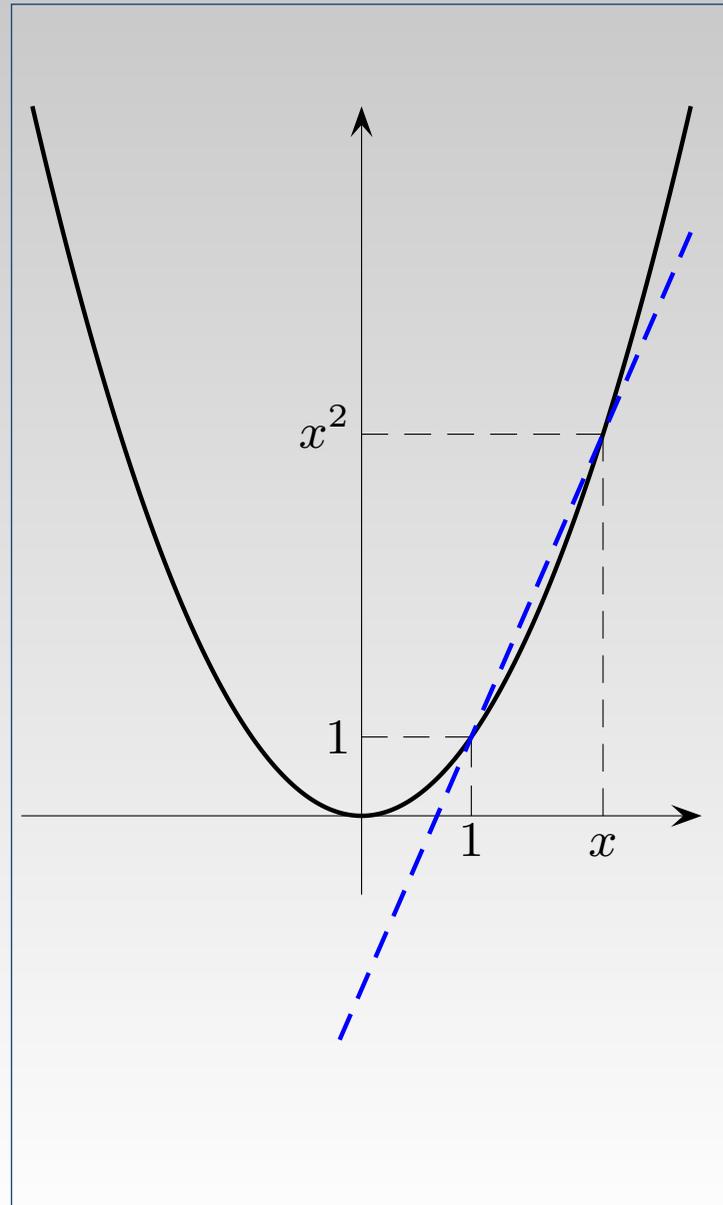
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Esempio introduttivo

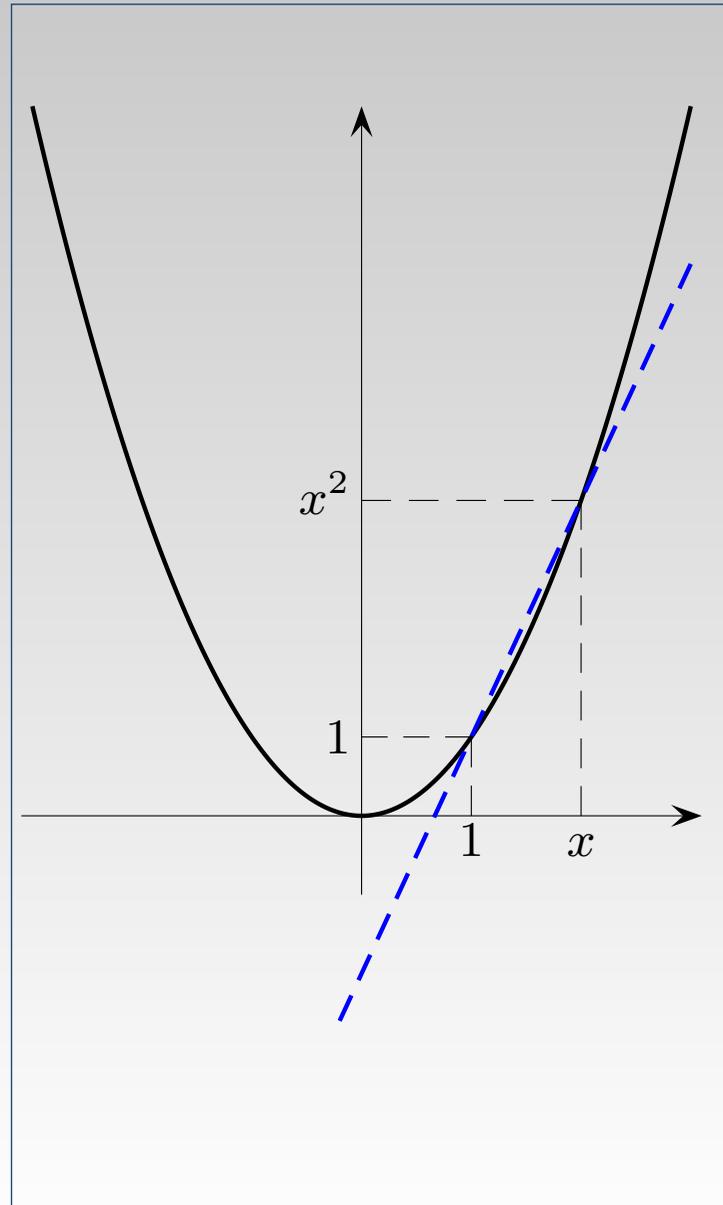
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Esempio introduttivo

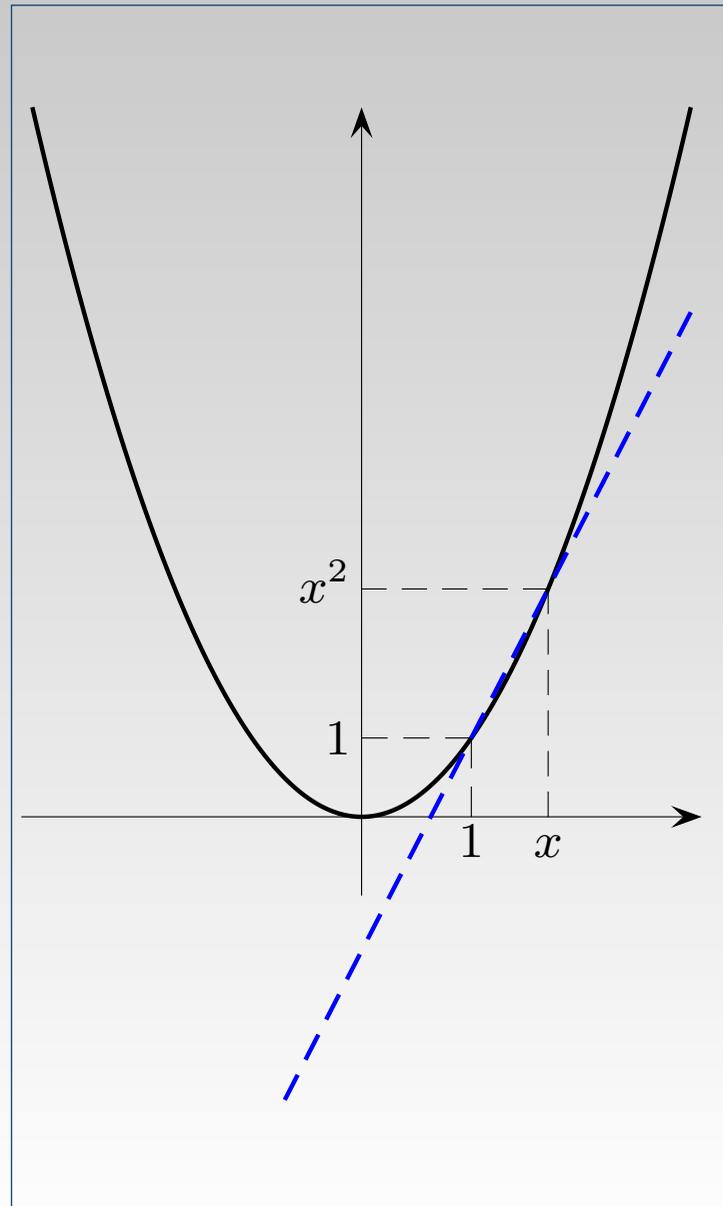
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Esempio introduttivo

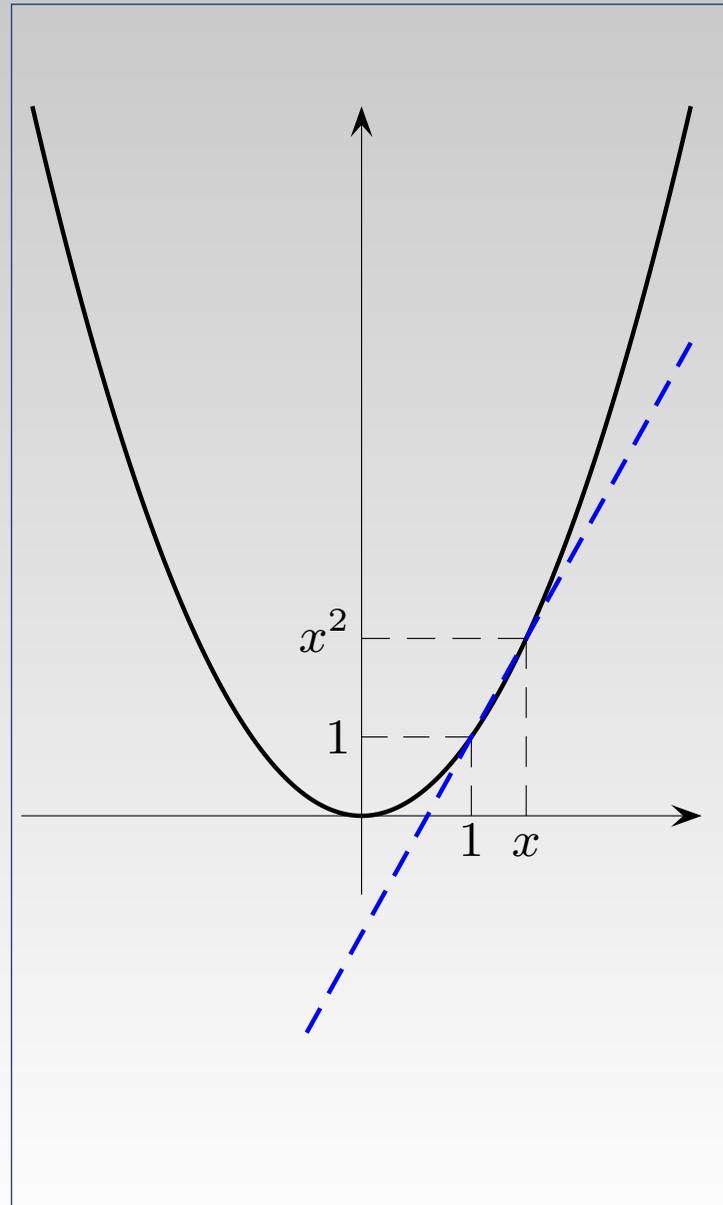
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Esempio introduttivo

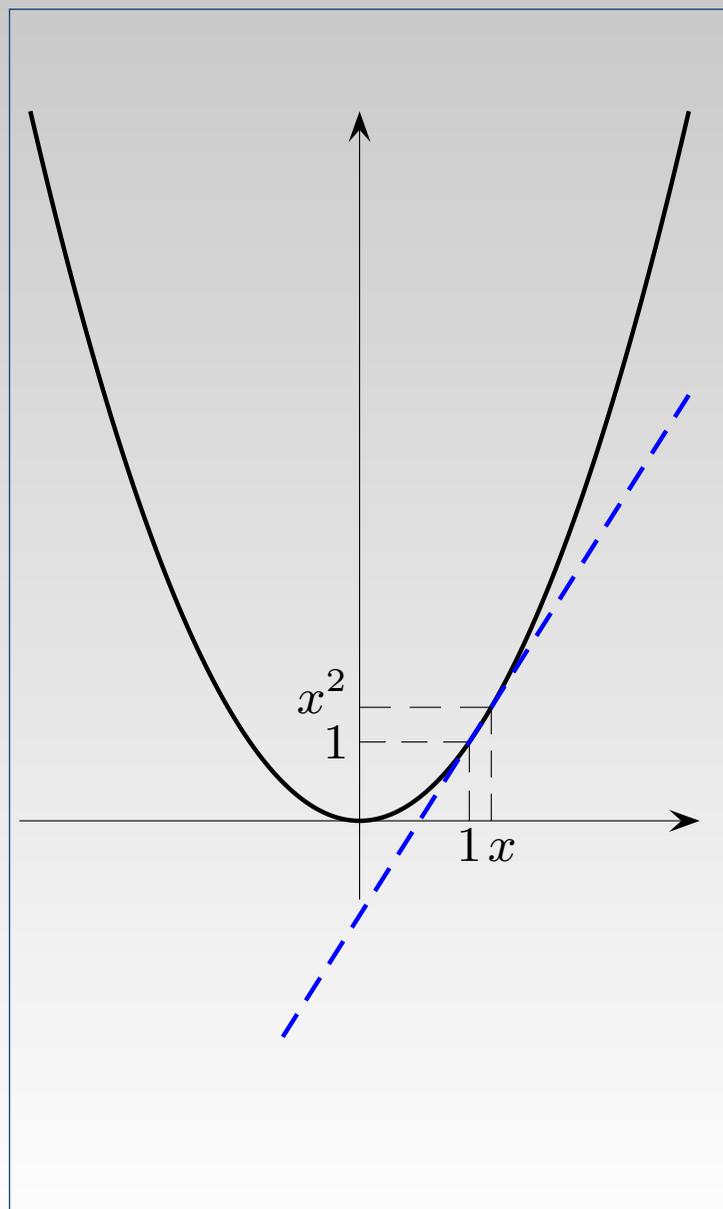
Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Esempio introduttivo

Sia $f(x) = x^2$

Consideriamo la **retta secante** passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x

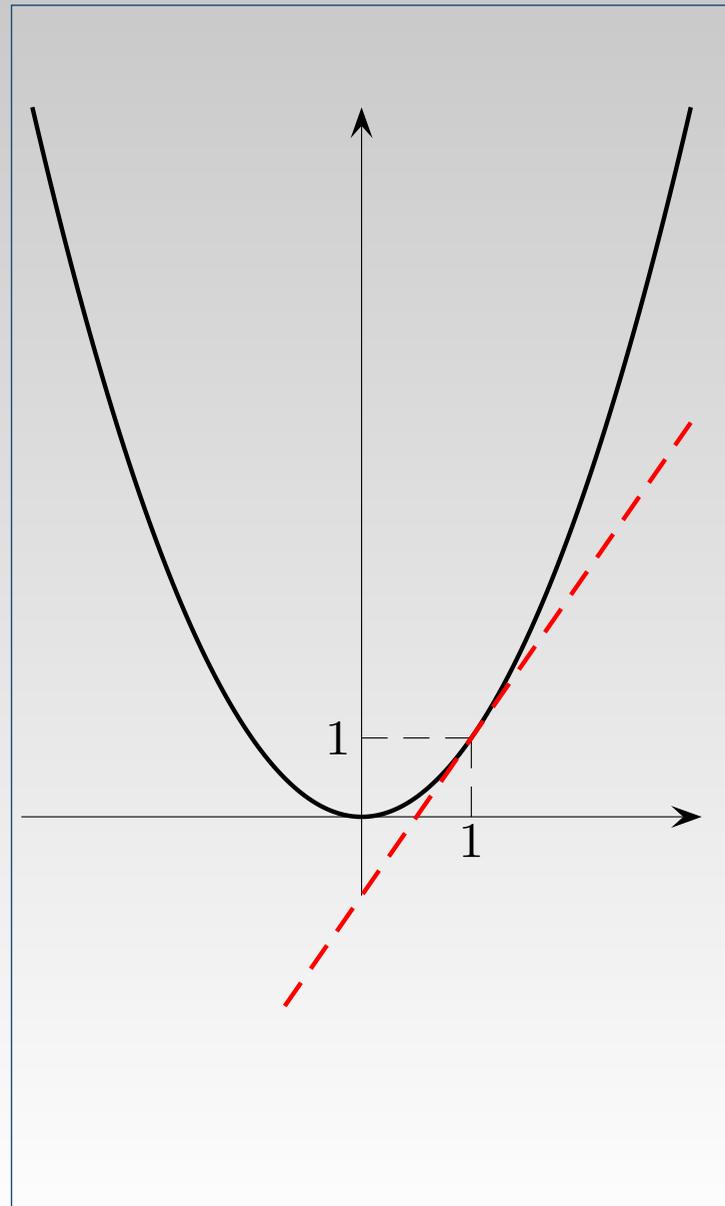
Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$

Al “limite”, quando x tende a 1, $m(x)$ tende al coefficiente angolare della **retta tangente** in $x = 1$; si avrà

$$\lim_{x \rightarrow 1} m(x) = 2$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}$, e sia $x_0 \in A'$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 , e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

se per ogni intorno U di ℓ esiste un intorno V di x_0 tale che

$$f(V \cap A \setminus \{x_0\}) \subseteq U$$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}$, e sia $x_0 \in A'$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 , e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

se per ogni intorno U di ℓ esiste un intorno V di x_0 tale che

$$f(V \cap A \setminus \{x_0\}) \subseteq U$$

... e poiché abbiamo già osservato che basta limitarsi agli ε -intorni, questa definizione è equivalente a

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}$, e sia $x_0 \in A'$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 , e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

se per ogni ε -intorno $B_\varepsilon(\ell)$ esiste un δ_ε -intorno $B_{\delta_\varepsilon}(x_0)$ tale che

$$f(B_{\delta_\varepsilon}(x_0) \cap A \setminus \{x_0\}) \subseteq B_\varepsilon(\ell)$$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}$, e sia $x_0 \in A'$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 , e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

se per ogni ε -intorno $B_\varepsilon(\ell)$ esiste un δ_ε -intorno $B_{\delta_\varepsilon}(x_0)$ tale che

$$f(B_{\delta_\varepsilon}(x_0) \cap A \setminus \{x_0\}) \subseteq B_\varepsilon(\ell)$$

oppure equivalentemente

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}$, e sia $x_0 \in A'$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 , e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

se e solo se

$$x \in A, 0 < |x - x_0| < \delta_\varepsilon \Rightarrow |f(x) - \ell| < \varepsilon$$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}$, e sia $x_0 \in A'$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 , e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

se e solo se

$$x \in A, 0 < |x - x_0| < \delta_\varepsilon \Rightarrow |f(x) - \ell| < \varepsilon$$

oppure equivalentemente

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}$, e sia $x_0 \in A'$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a x_0 , e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$$

se e solo se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta_\varepsilon > 0$ tale che se $x \in A \setminus \{x_0\}$ e $x_0 - \delta_\varepsilon < x < x_0 + \delta_\varepsilon$ allora $\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

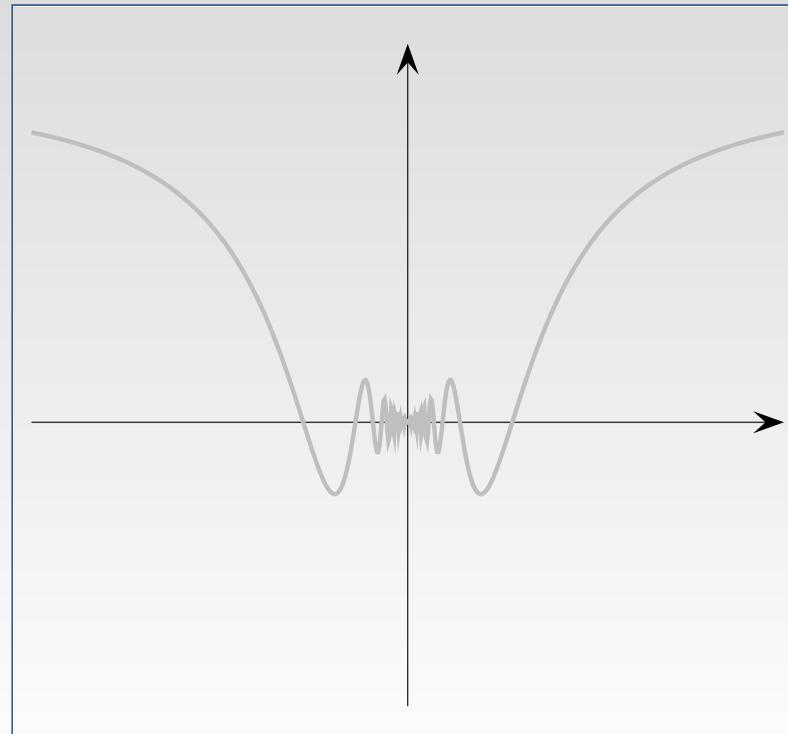
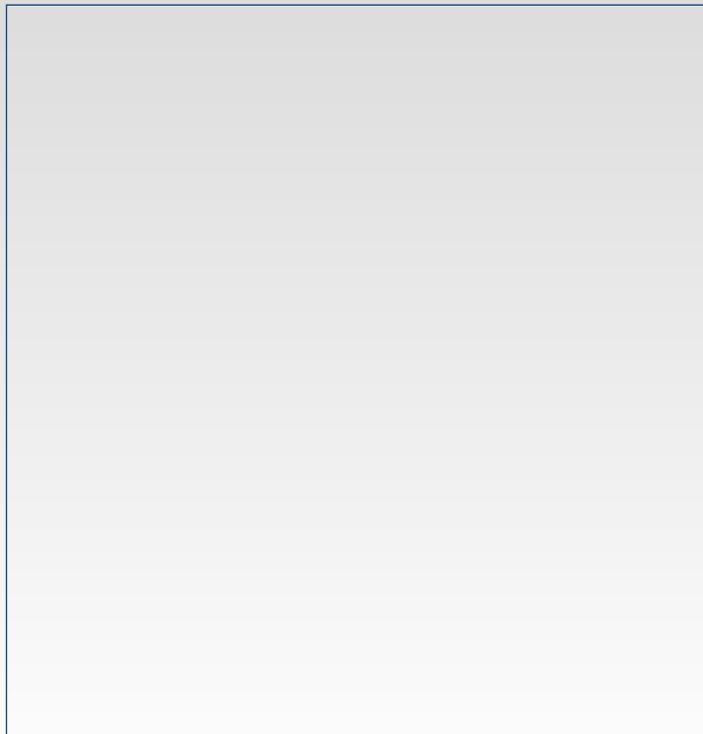
Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

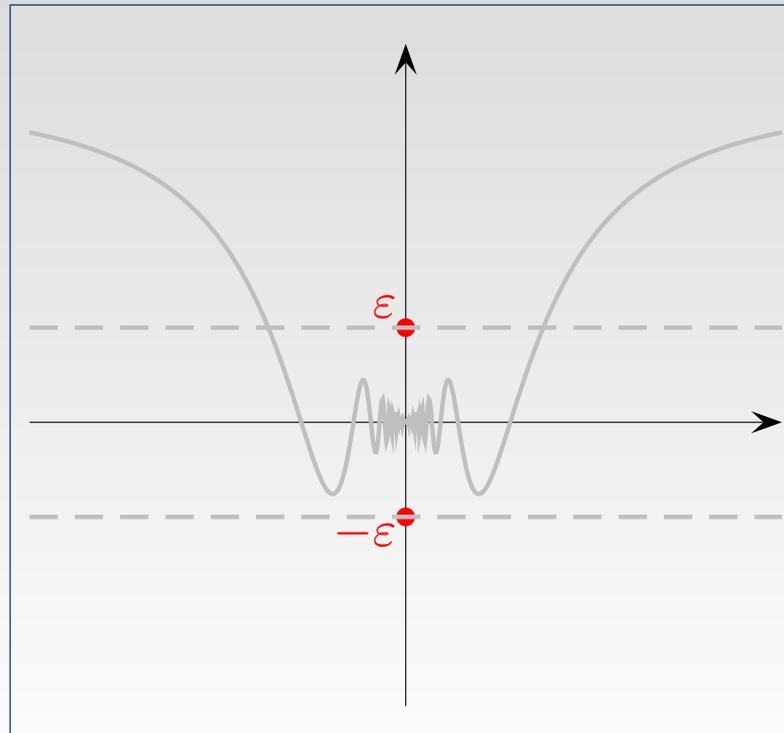


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

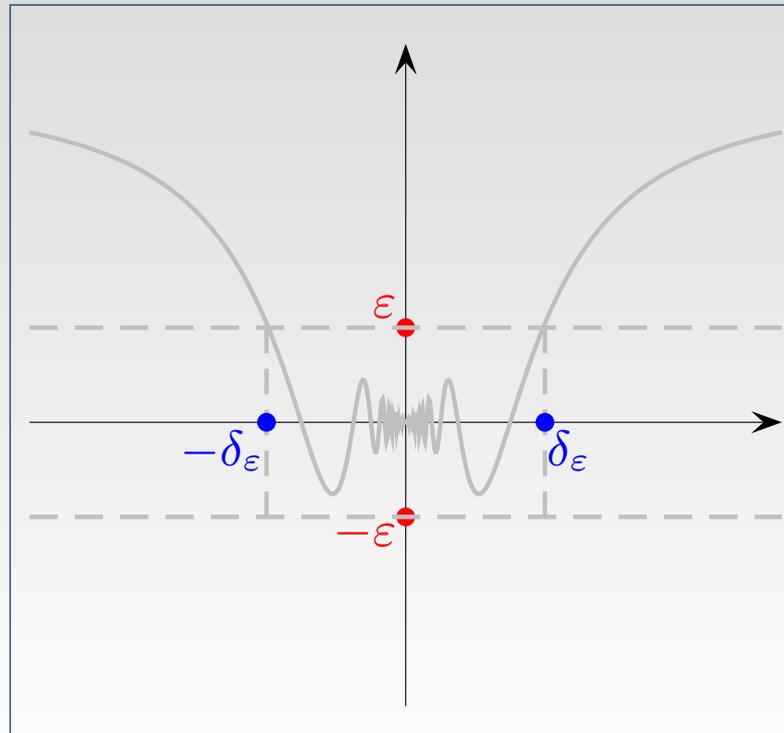


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$
esiste $\delta_\varepsilon > 0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

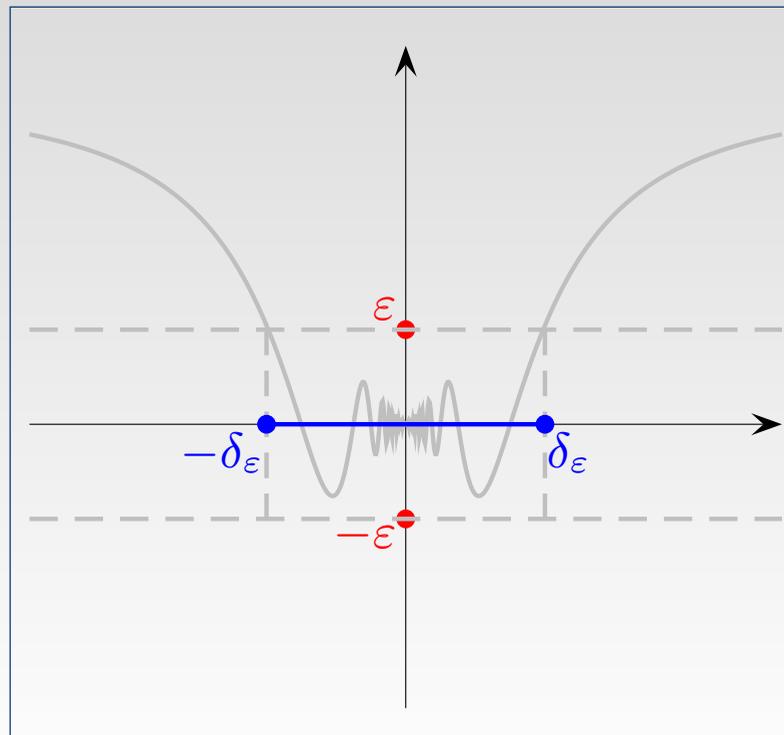
$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$

esiste $\delta_\varepsilon > 0$ tale che se

$$x_0 - \delta_\varepsilon < x < x_0 + \delta_\varepsilon$$

e $x \neq x_0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Dato $\varepsilon > 0$

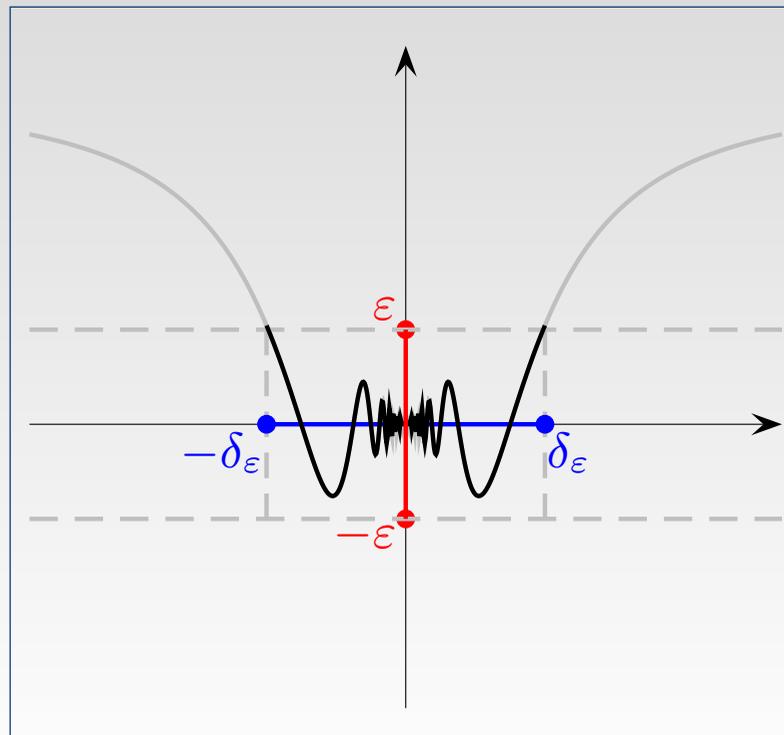
esiste $\delta_\varepsilon > 0$ tale che se

$$x_0 - \delta_\varepsilon < x < x_0 + \delta_\varepsilon$$

e $x \neq x_0$ allora

$$l - \varepsilon < f(x) < l + \varepsilon$$

con $l = 0$ e $x_0 = 0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

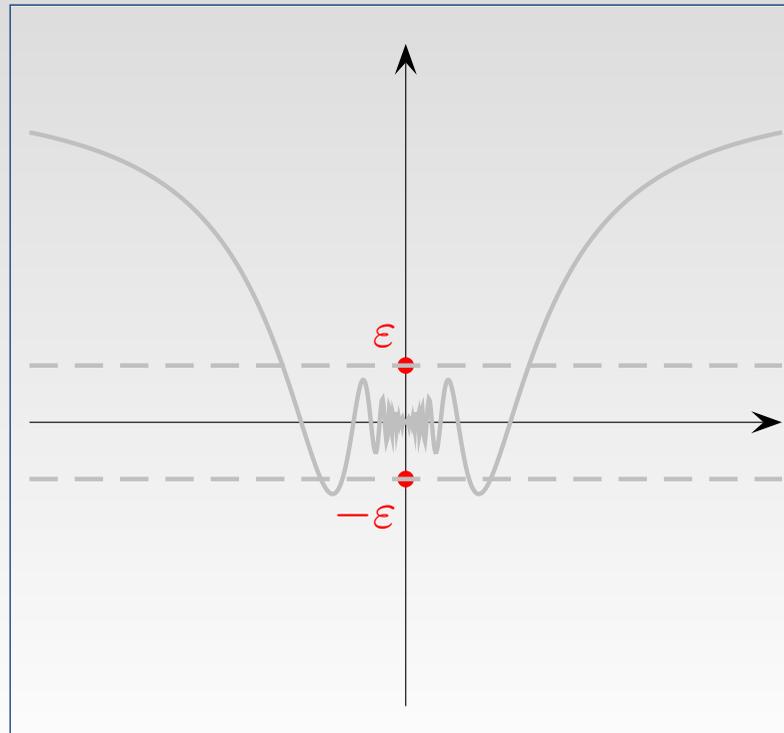


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Cambiando $\varepsilon > 0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

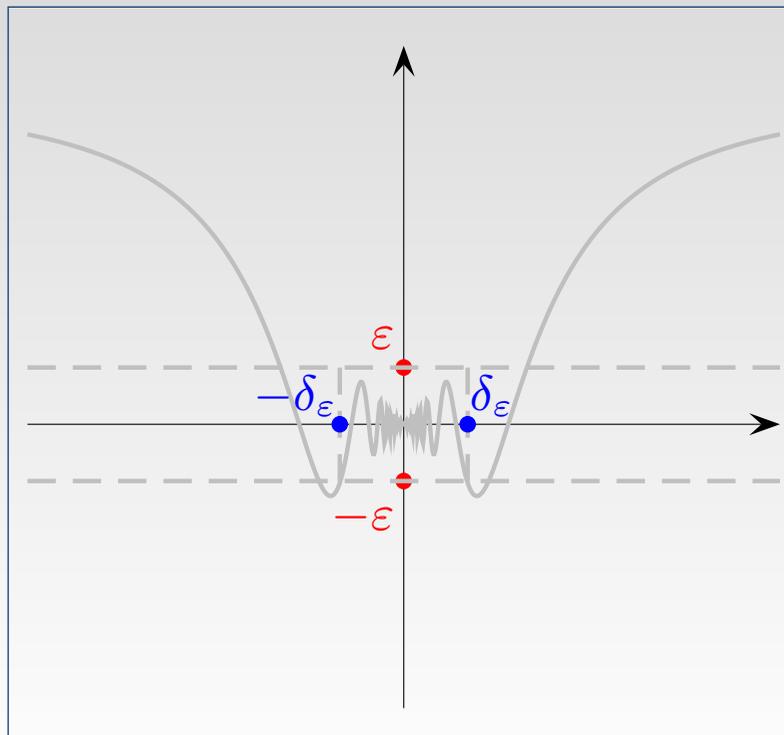


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corrispondente δ_ε



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

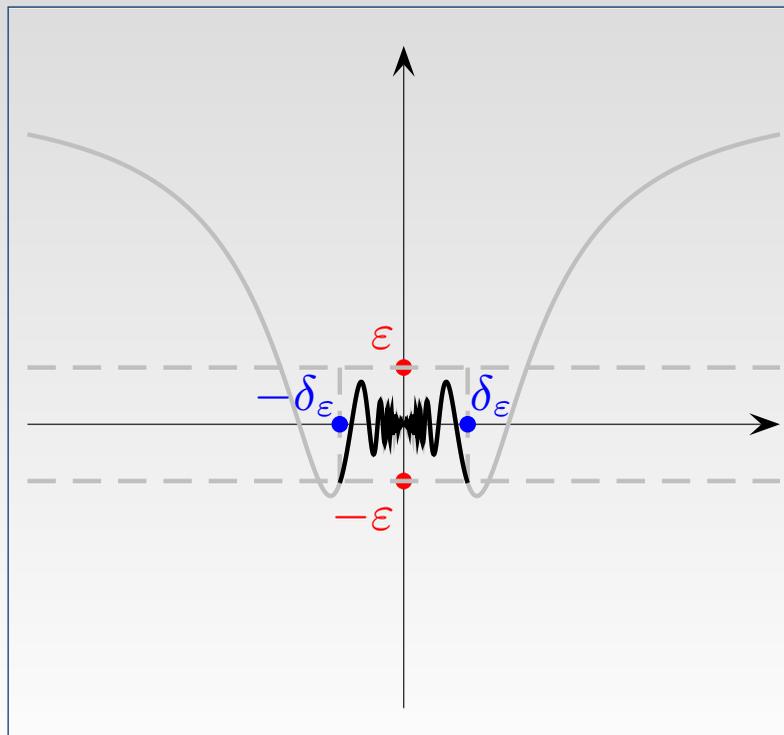


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corrispondente δ_ε
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

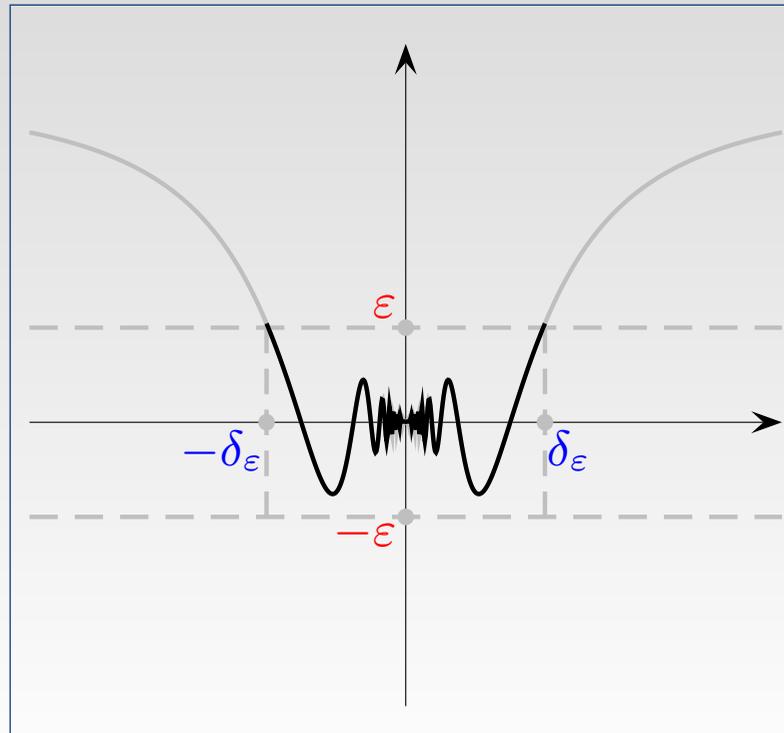


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

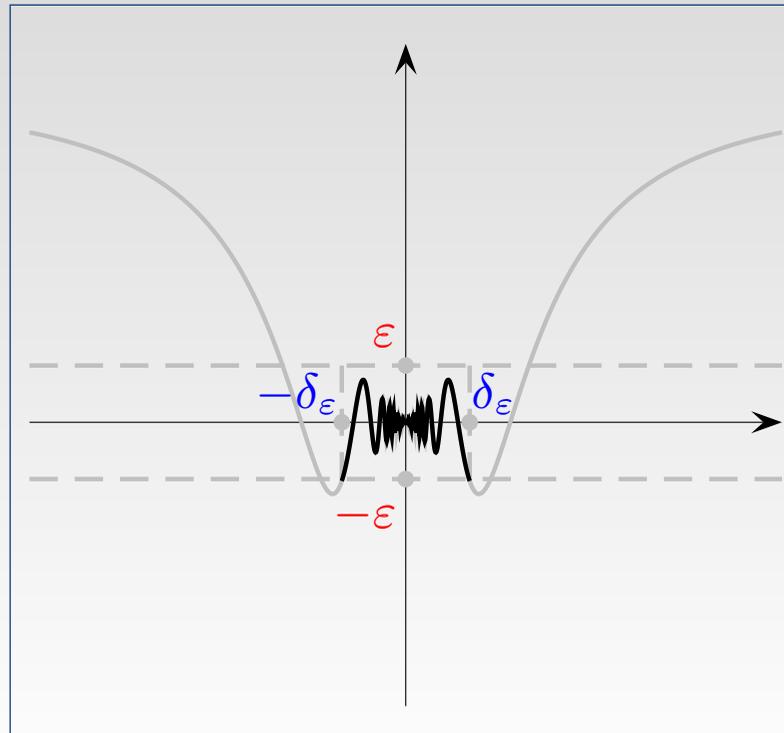


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

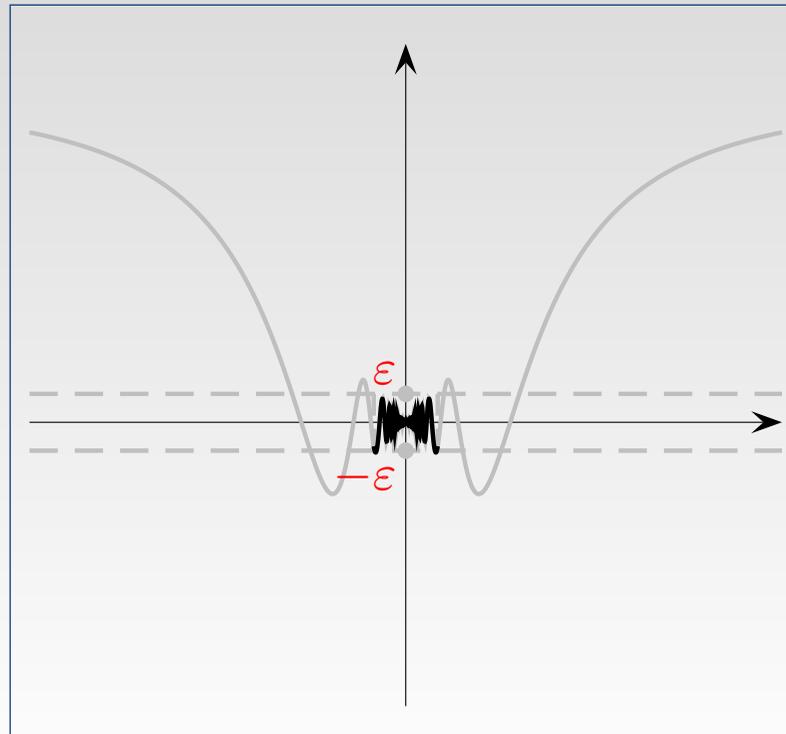


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Questo dev'essere vero
per ogni $\varepsilon > 0$!



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

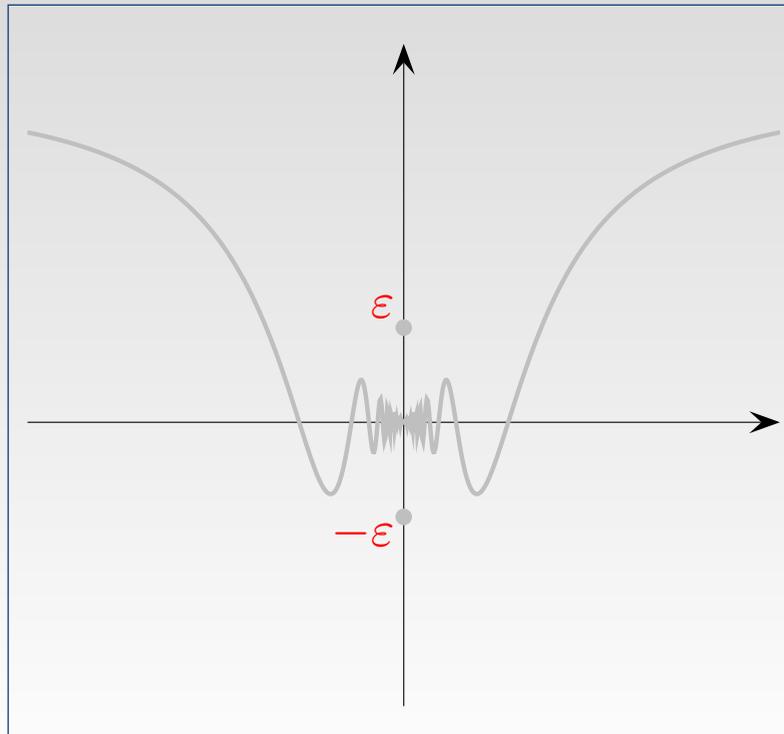


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

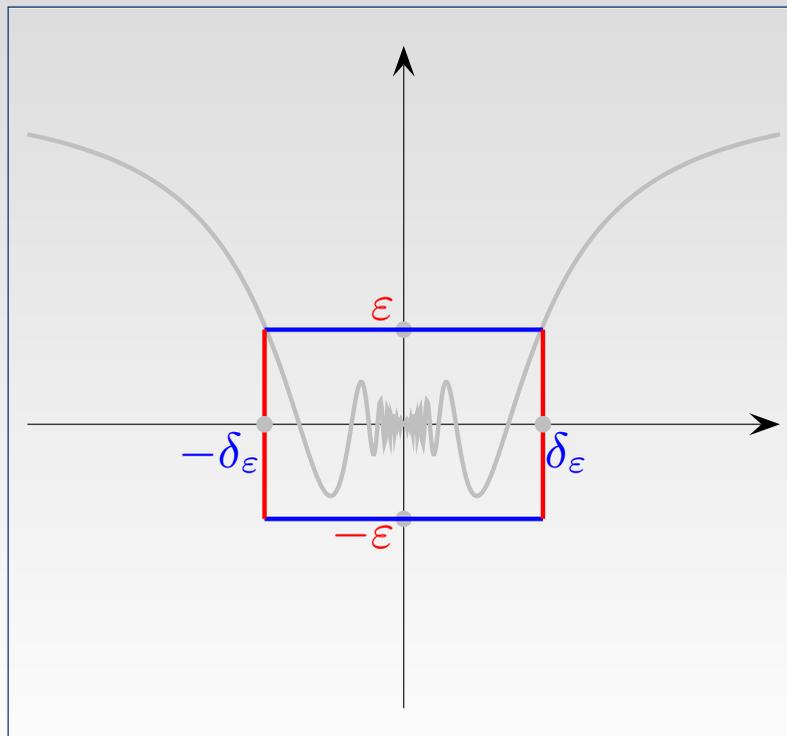


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ_ε



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

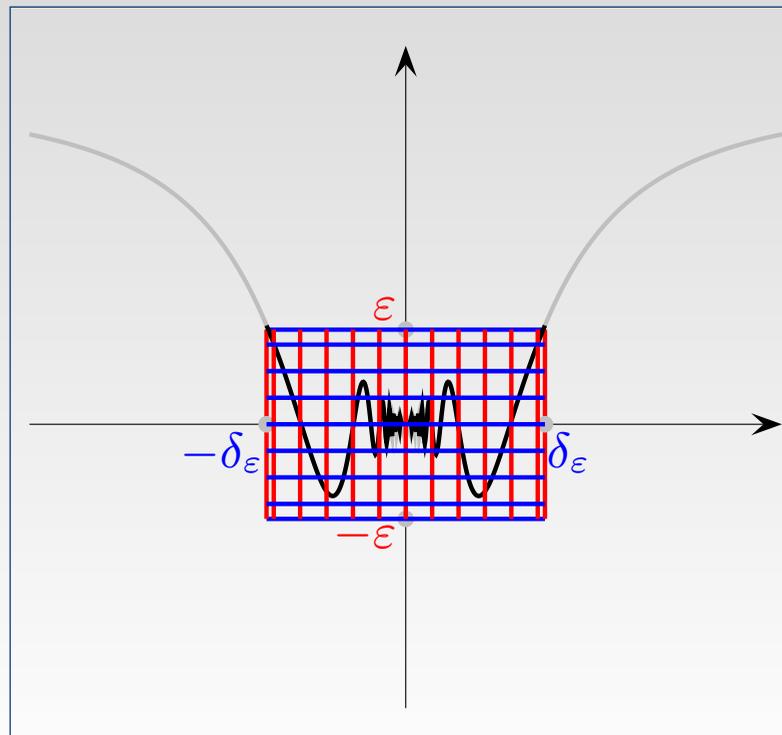


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ_ε tale che se $-\delta_\varepsilon < x < \delta_\varepsilon$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

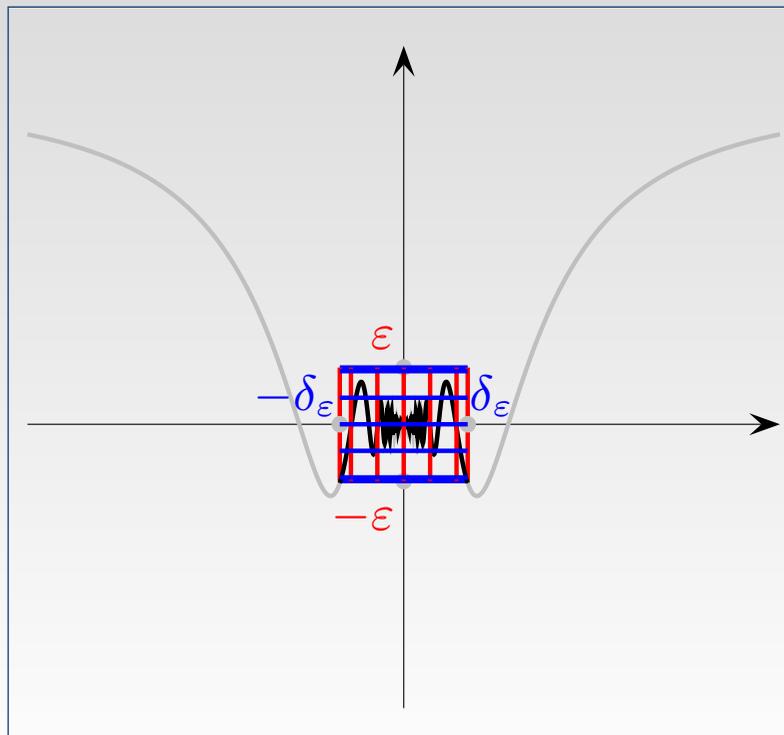


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ_ε tale che se $-\delta_\varepsilon < x < \delta_\varepsilon$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

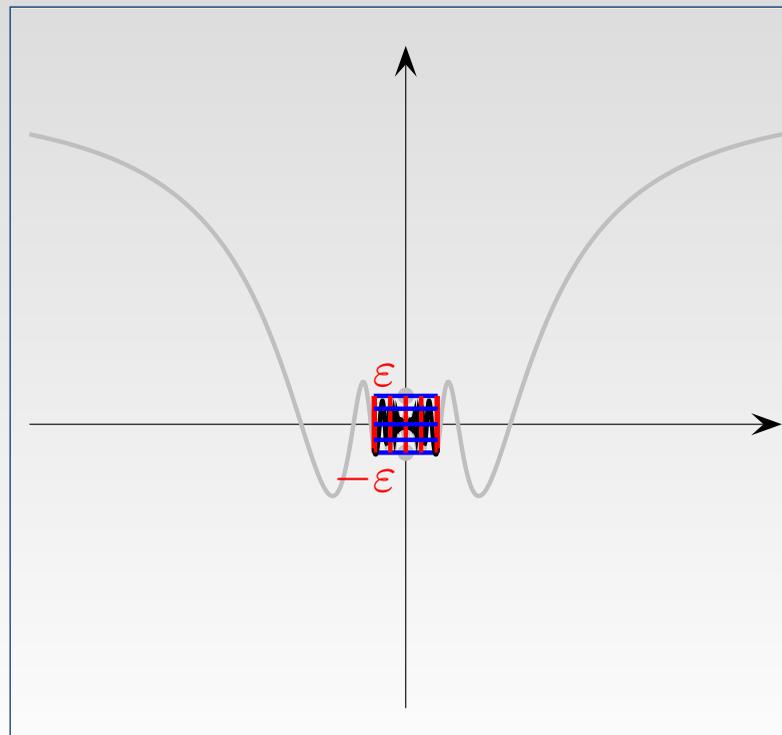


Illustrazione della definizione

Illustriamo la definizione di limite finito per $x \rightarrow x_0$ col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un δ_ε tale che se $-\delta_\varepsilon < x < \delta_\varepsilon$ il grafico della funzione stia tutto nella regione tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}$, e sia $x_0 \in A'$

Si dice che f ha limite $+\infty$ per x tendente a x_0 e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$$

se e solo se $\forall M \in \mathbb{R} \exists \delta_M > 0$ tale che

$$x \in A, 0 < |x - x_0| < \delta_M \implies f(x) > M$$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

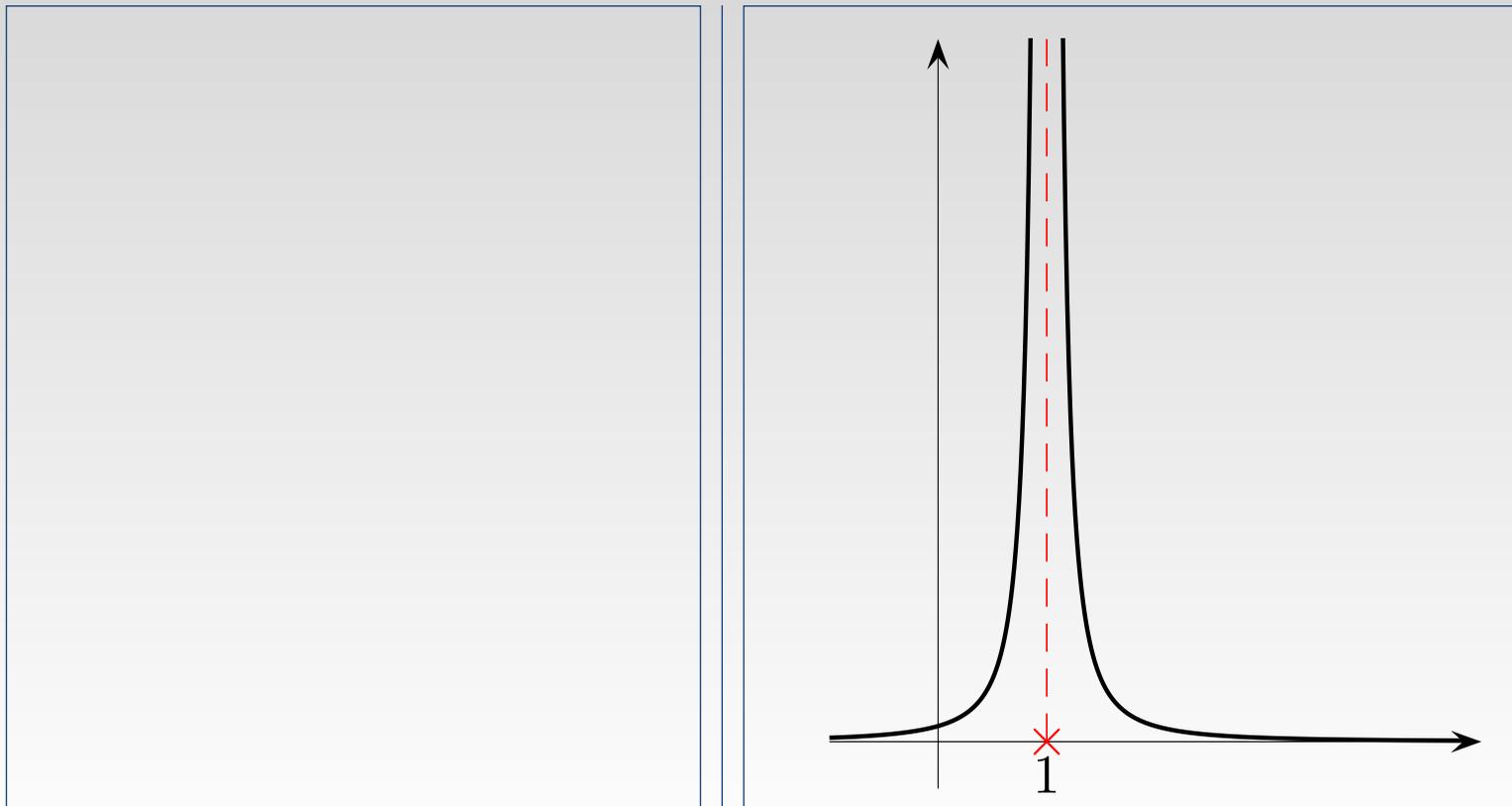
Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

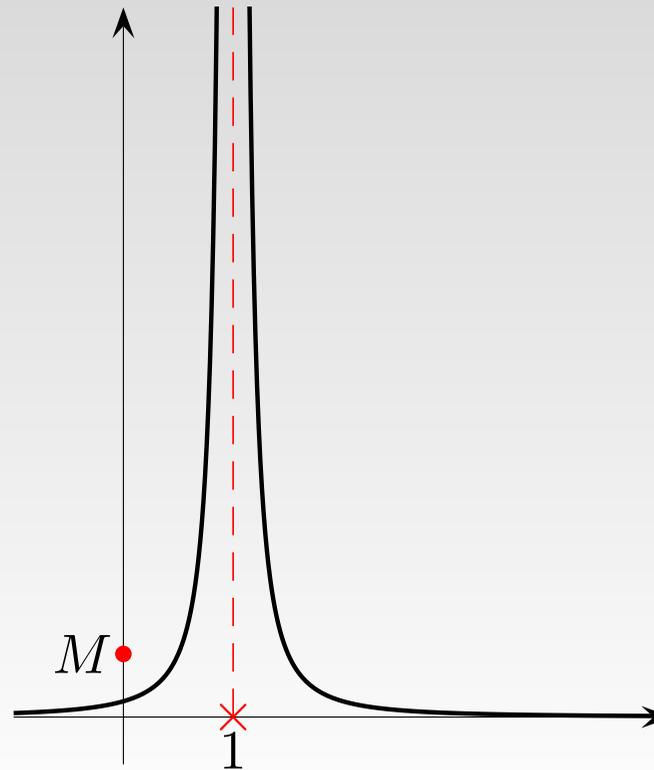


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

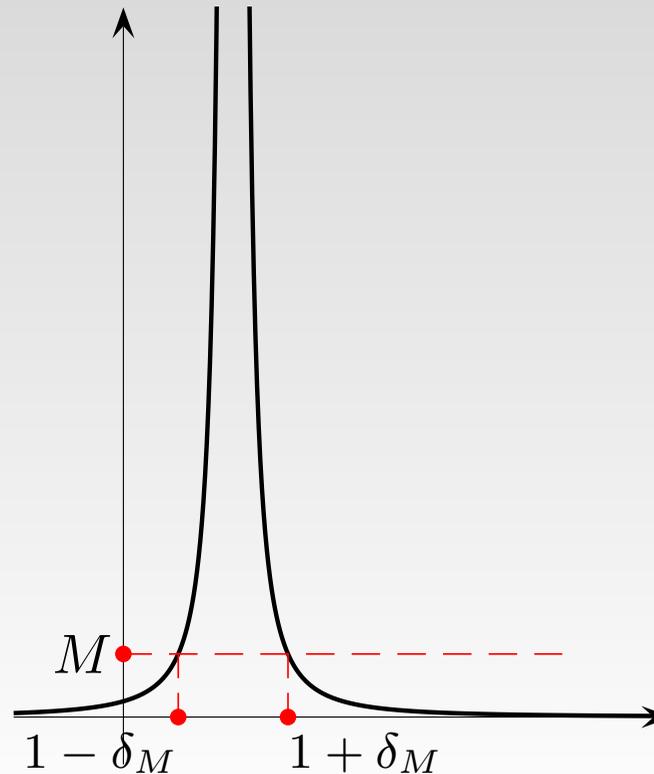


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste $\delta_M > 0$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

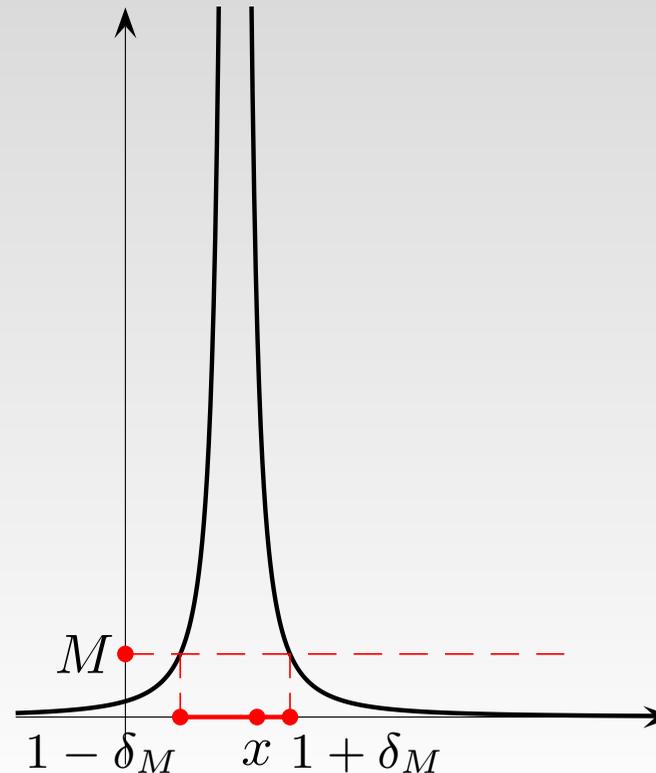


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste $\delta_M > 0$
tale che tutti gli
 $0 < |x - 1| < \delta_M$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

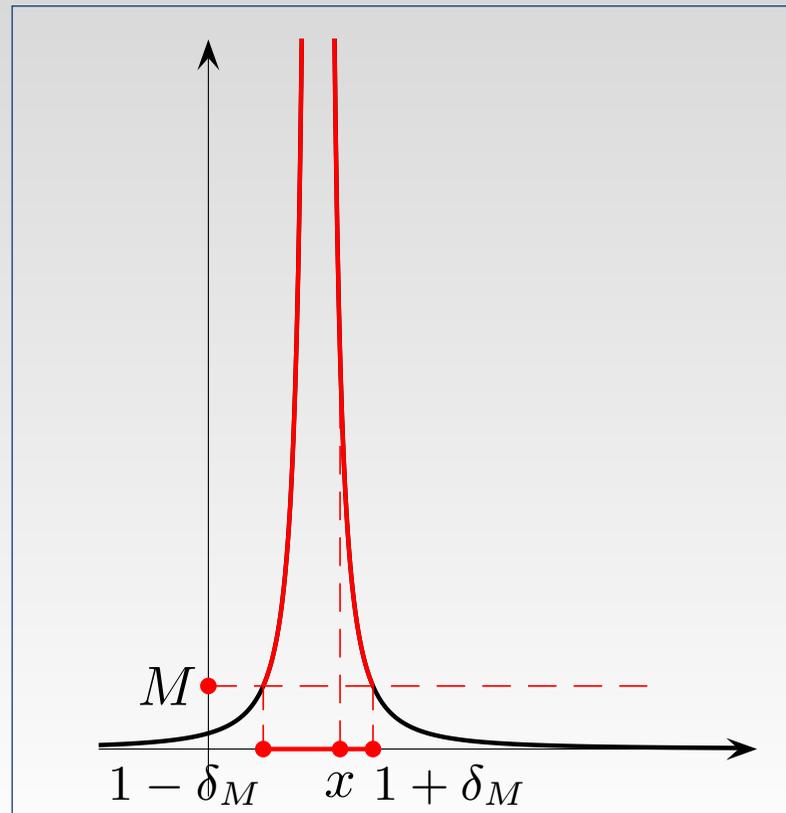


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Dato un valore M
esiste $\delta_M > 0$
tale che tutti gli
 $0 < |x - 1| < \delta_M$
hanno valori corrispondenti
 $f(x) > M$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

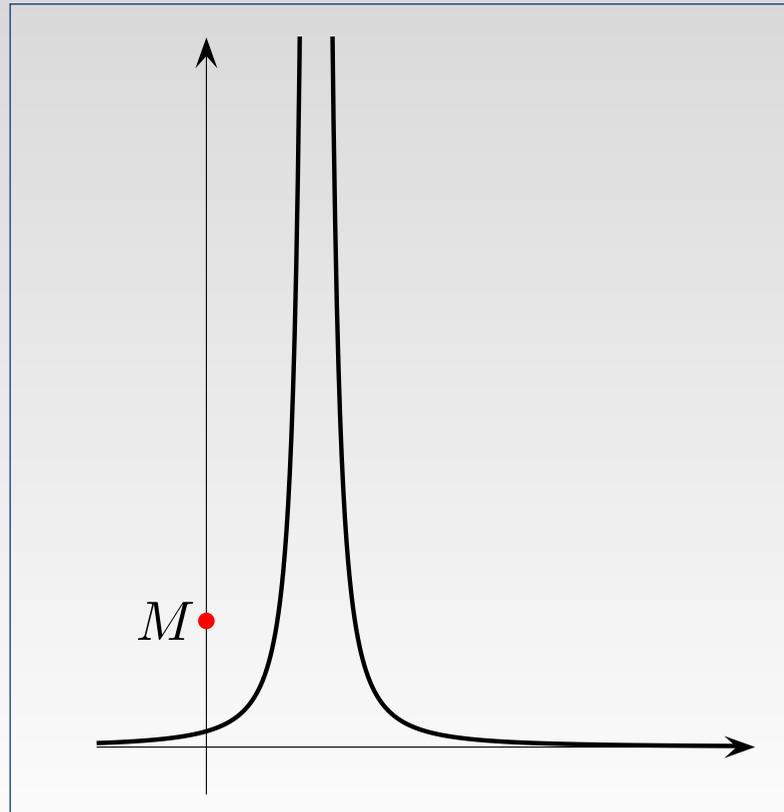


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

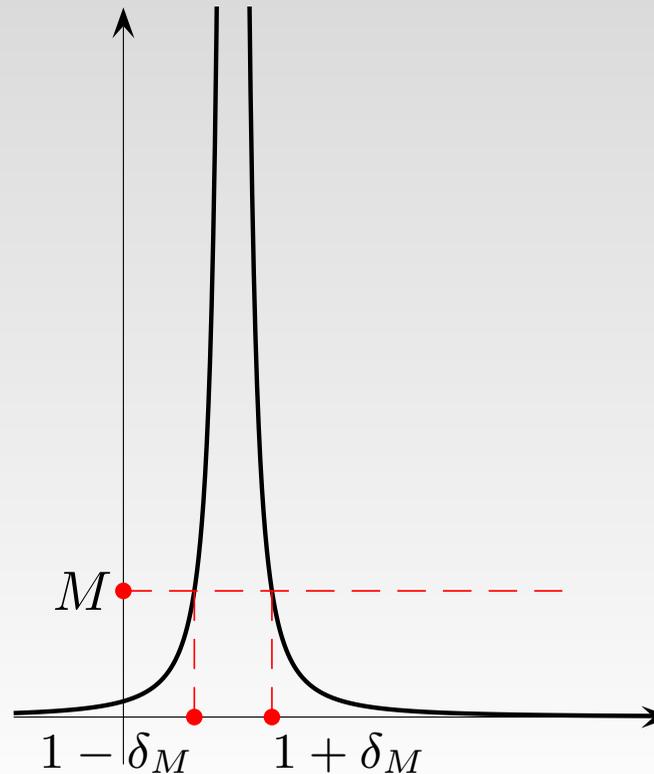


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corri-
spondente δ_M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

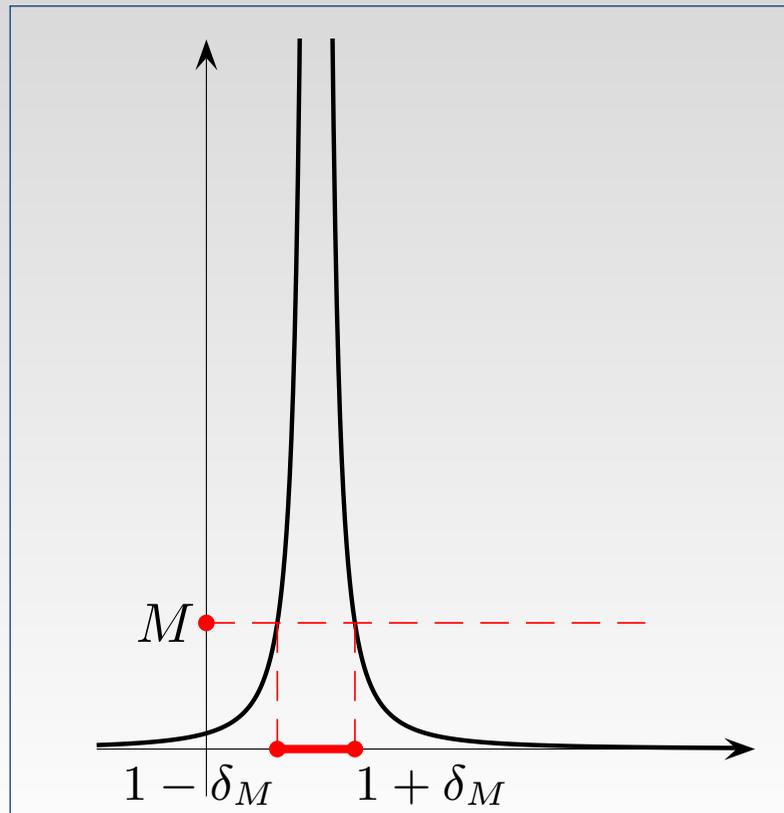


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corrispondente δ_M
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

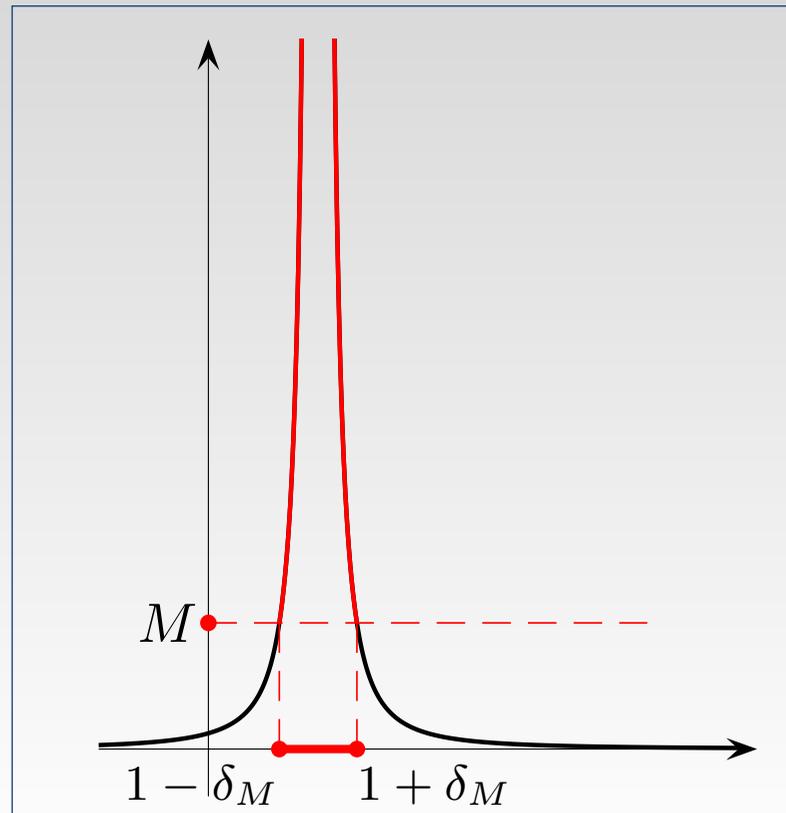


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corrispondente δ_M
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

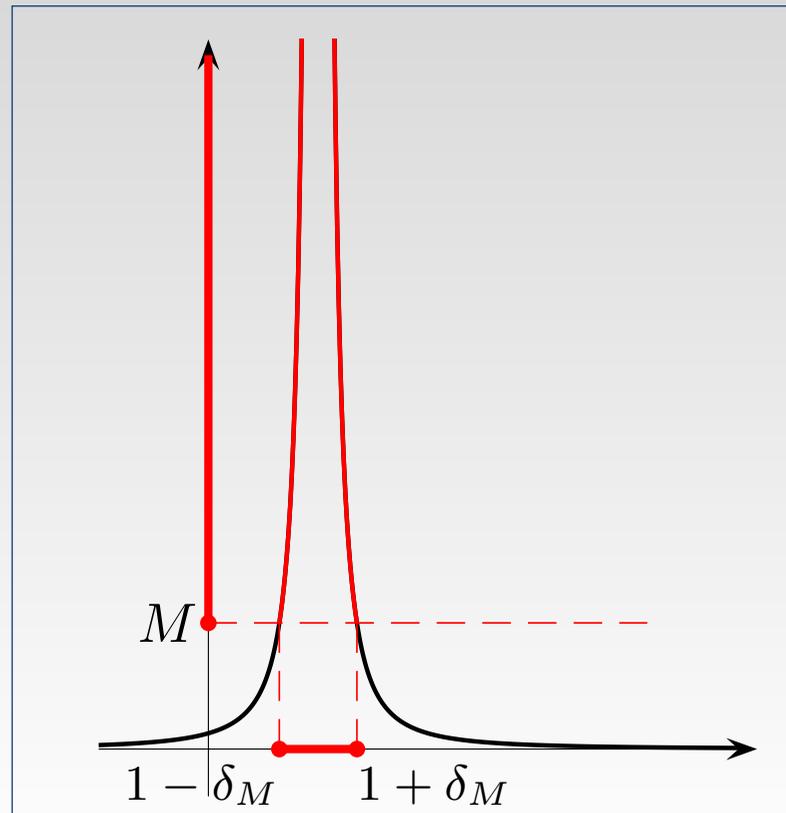


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Cambiando M
si trova un altro corrispondente δ_M
con analoghe proprietà



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

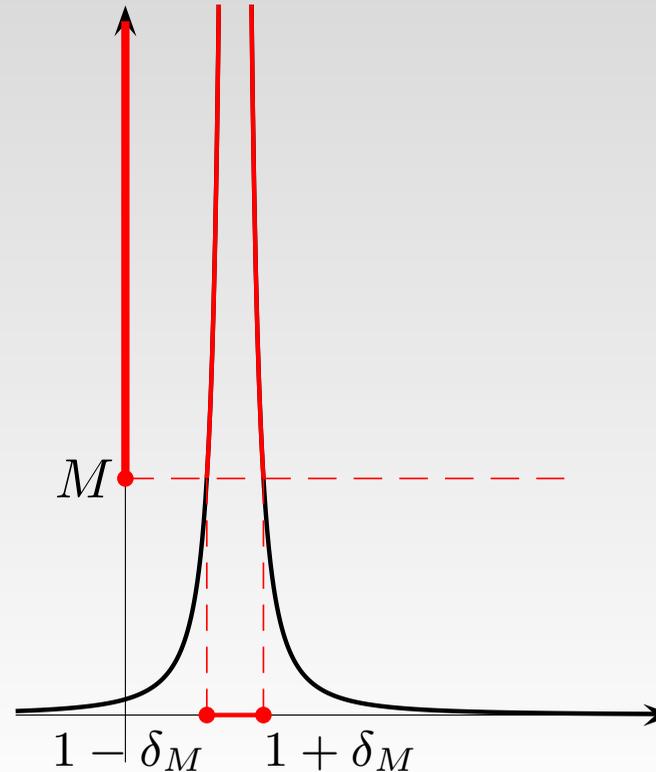


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

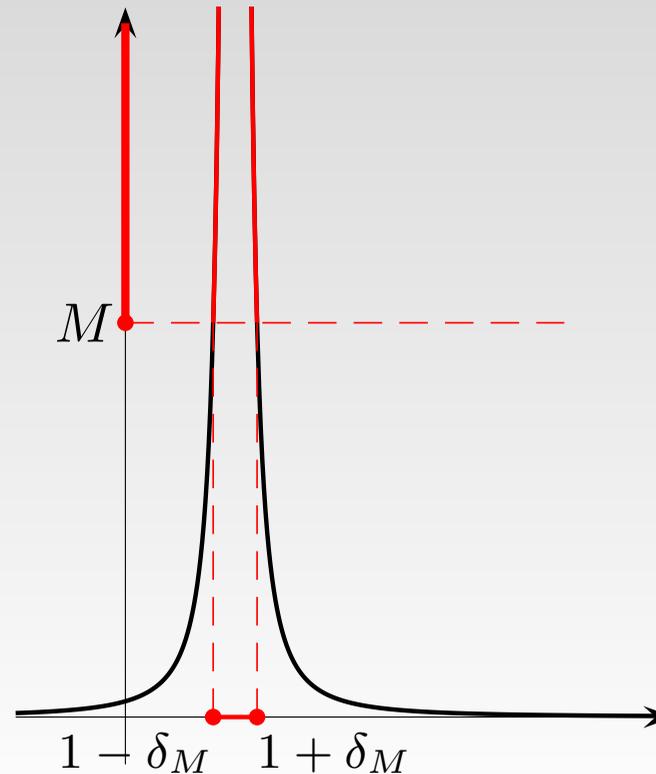


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

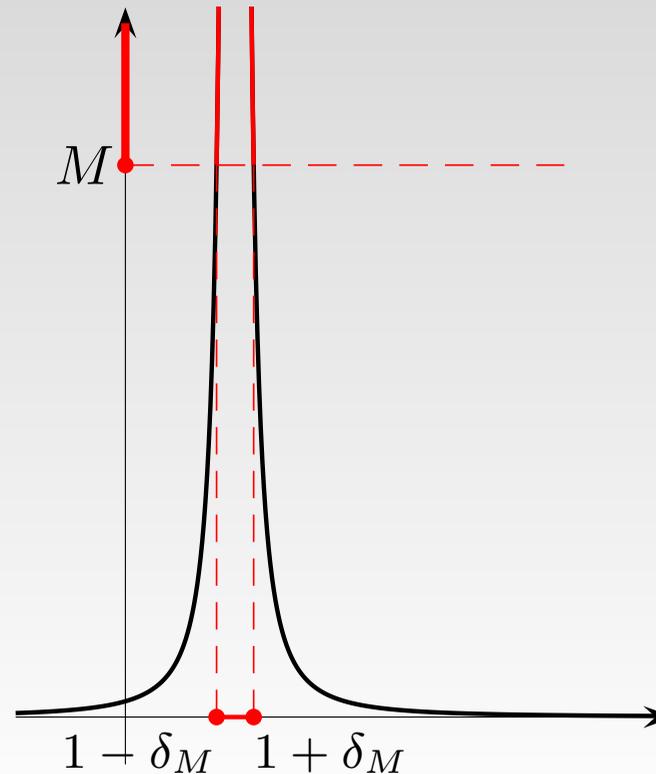


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Questo dev'essere vero
per ogni M !



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

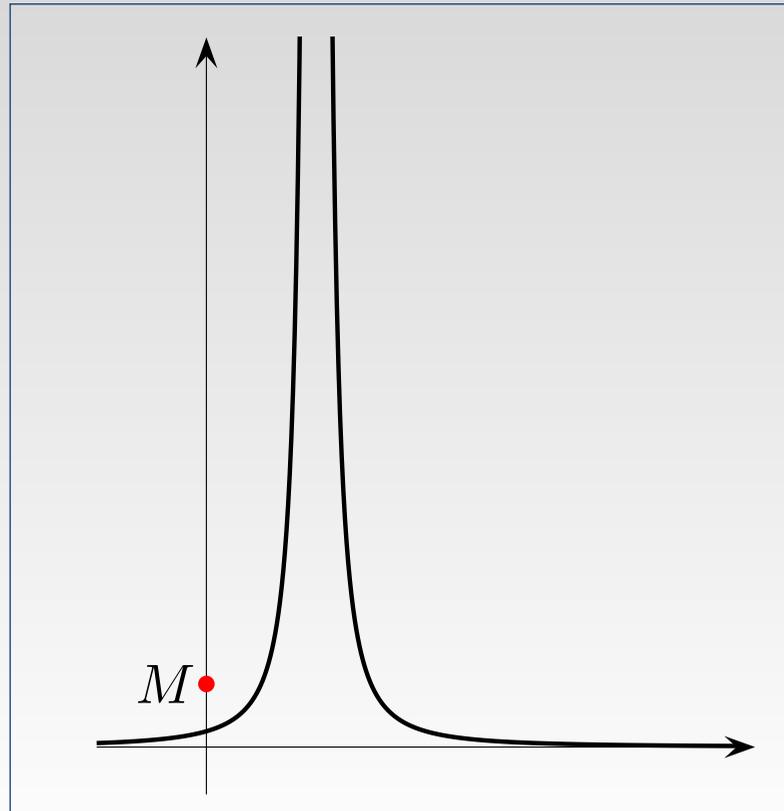


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

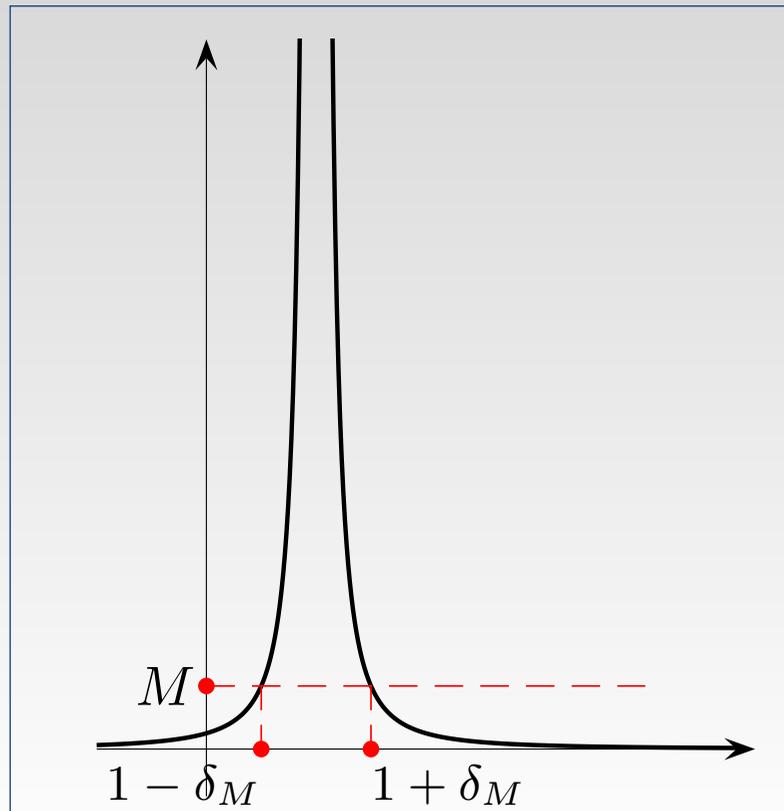


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

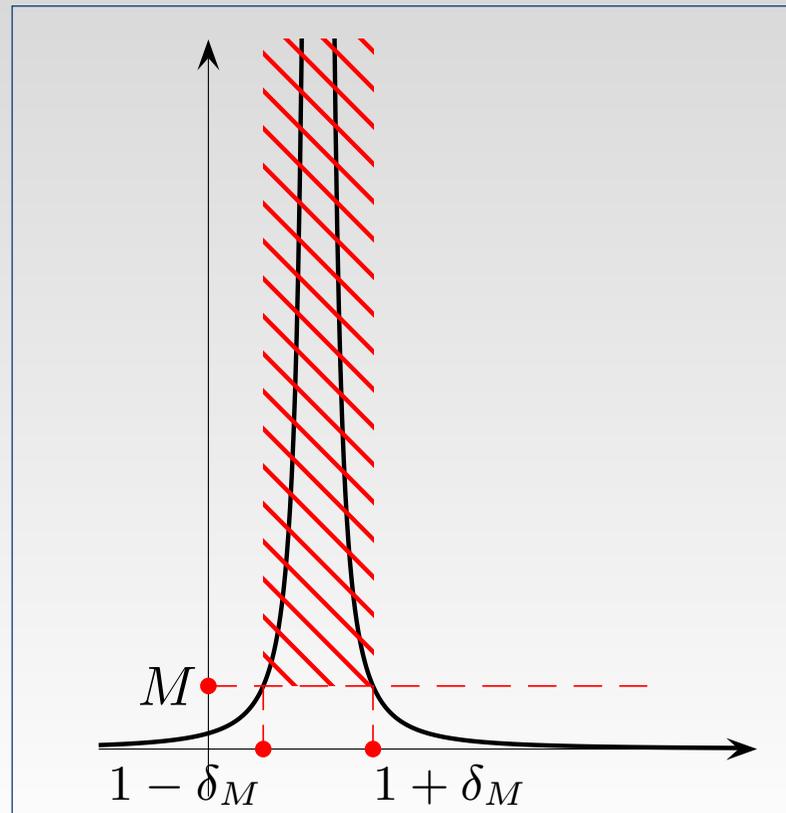


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x - 1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

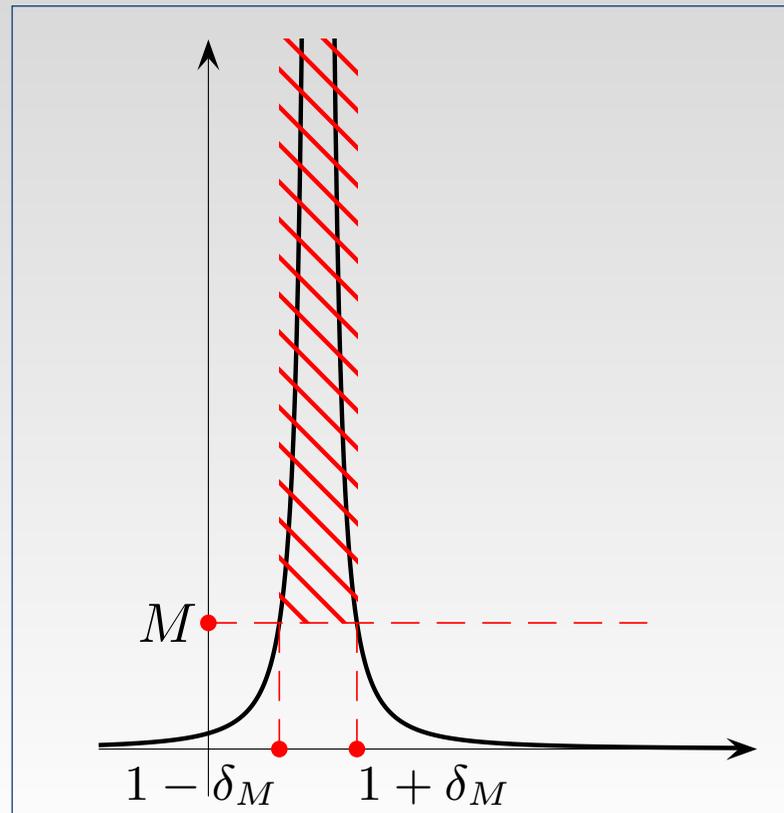


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x - 1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

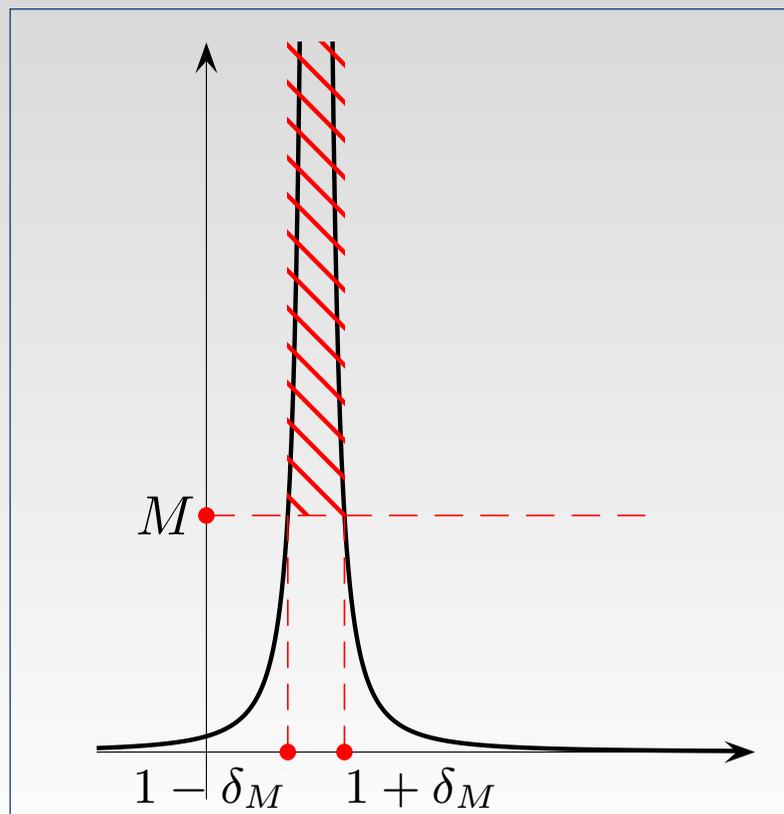


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x - 1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

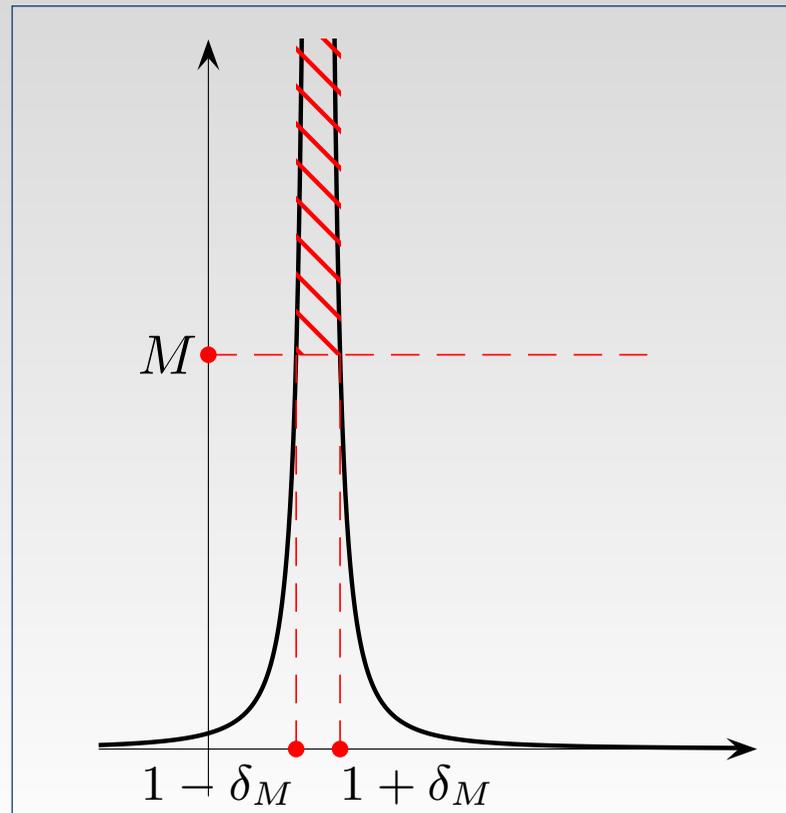


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x - 1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

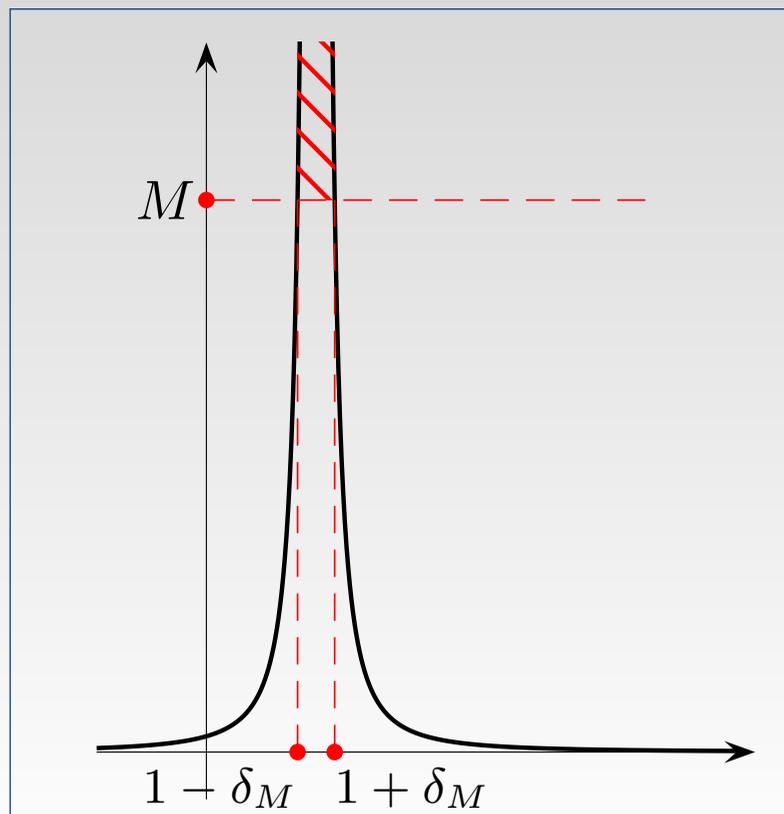


Illustrazione delle definizioni

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$$

Equivalentemente è come chiedere che, dato M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $0 < |x - 1| < \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$



Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}$, e sia $x_0 \in A'$

Si dice che f ha limite $+\infty$ per x tendente a x_0 da destra e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$$

se e solo se $\forall M \in \mathbb{R} \exists \delta_M > 0$ tale che

$$x \in A, x_0 < x < x_0 + \delta_M \implies f(x) > M$$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

Sia $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}$, e sia $x_0 \in A'$

Si dice che f ha limite $+\infty$ per x tendente a x_0 da sinistra e si scrive

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$$

se e solo se $\forall M \in \mathbb{R} \exists \delta_M > 0$ tale che

$$x \in A, x_0 - \delta_M < x < x_0 \implies f(x) > M$$

Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

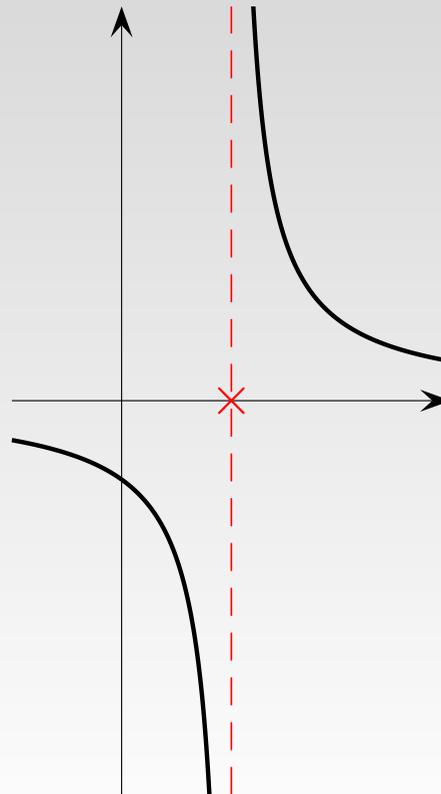
Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

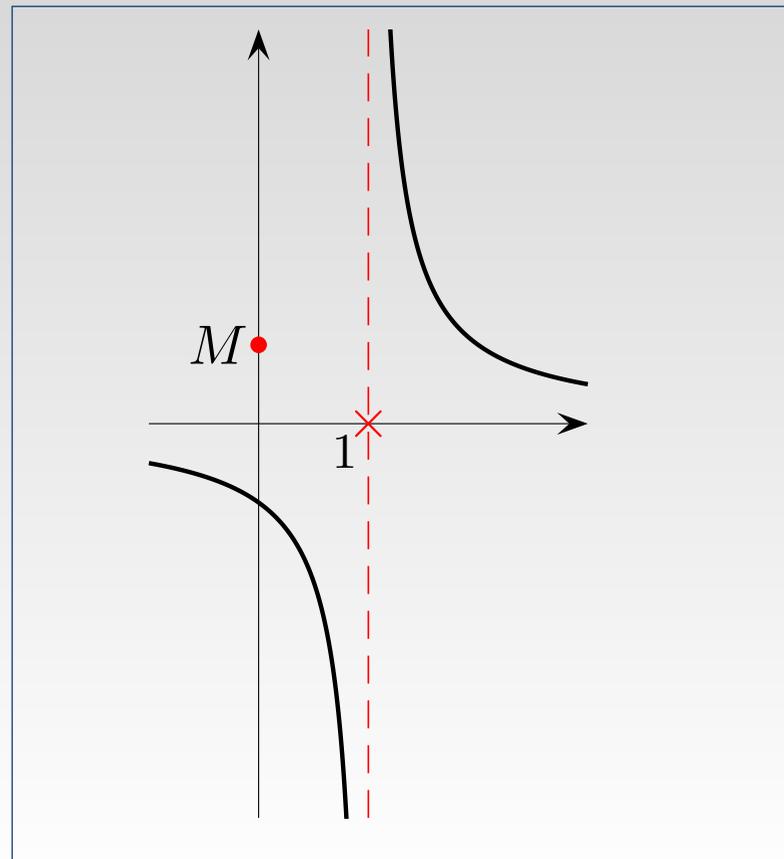


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

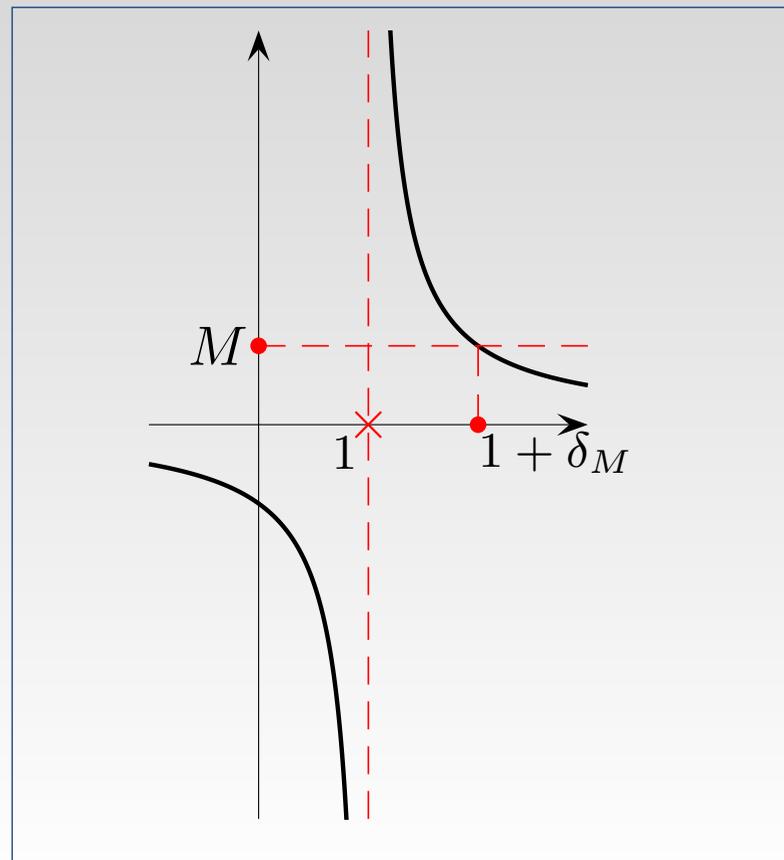


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
si riesce a trovare un δ_M



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

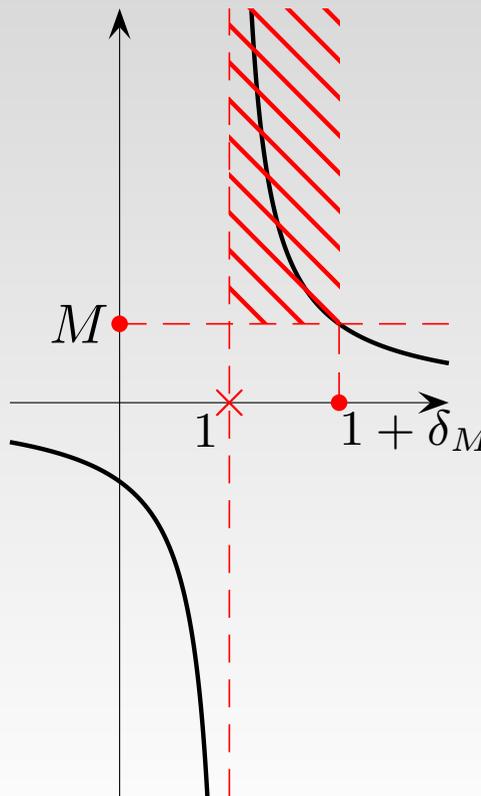


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
si riesce a trovare un δ_M
tale che il grafico,
per $1 < x < 1 + \delta_M$,
sia tutto nella striscia
tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

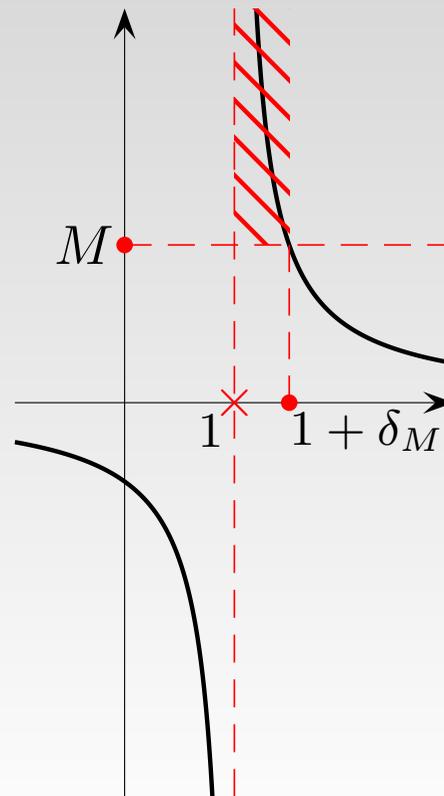


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
si riesce a trovare un δ_M
tale che il grafico,
per $1 < x < 1 + \delta_M$,
sia tutto nella striscia
tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

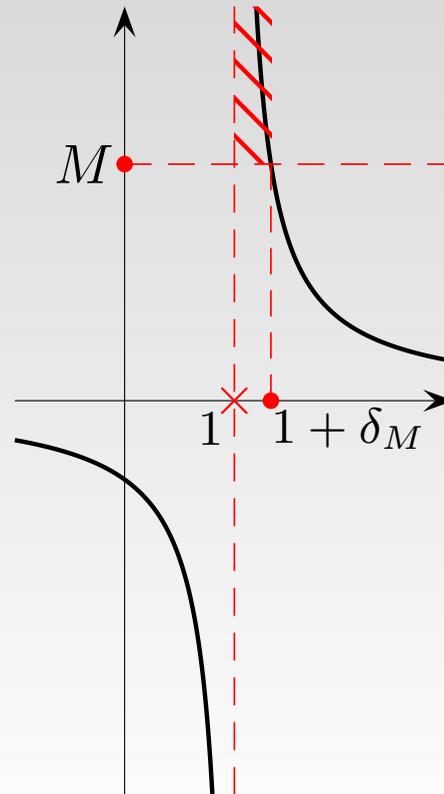


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 < x < 1 + \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

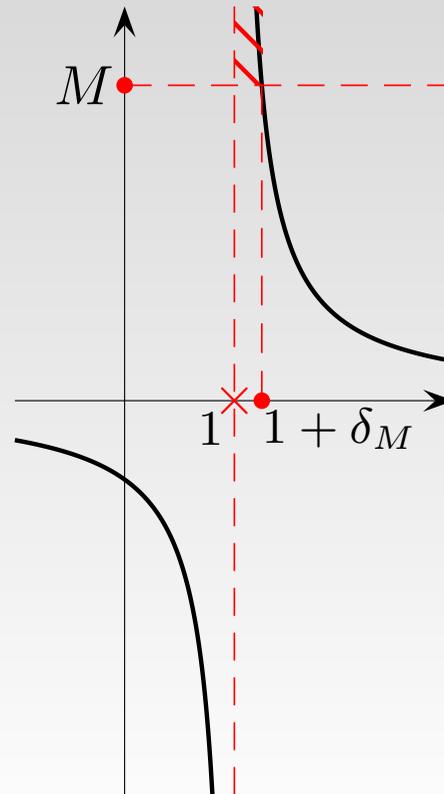


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 < x < 1 + \delta_M$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

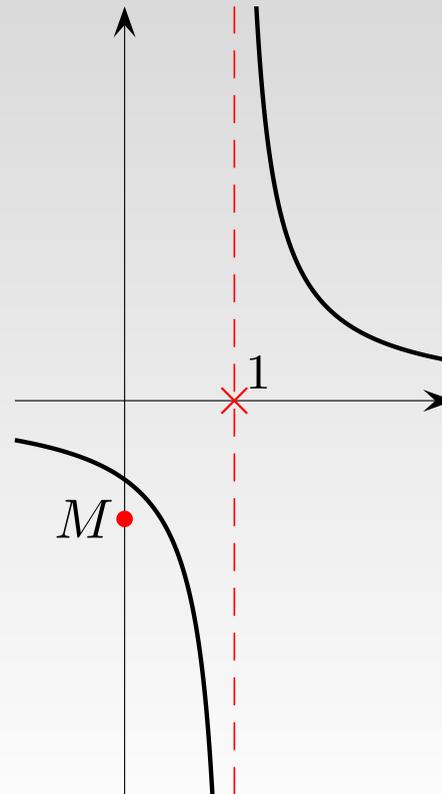


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

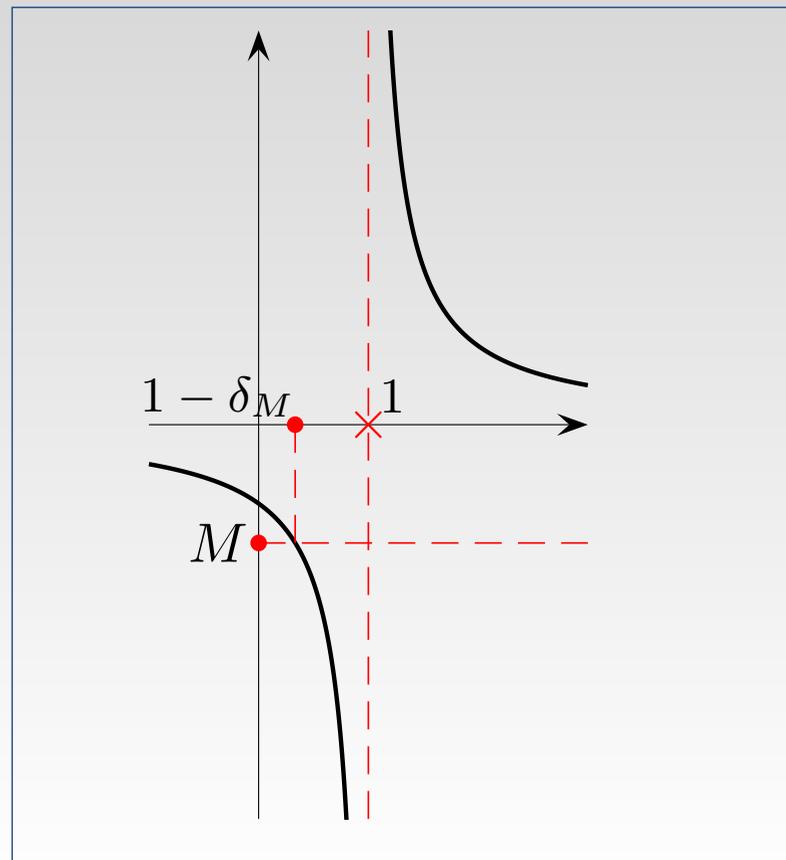


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M
si riesce a trovare un δ_M
tale che il grafico,
per $1 - \delta_M < x < 1$,
sia tutto nella striscia
tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

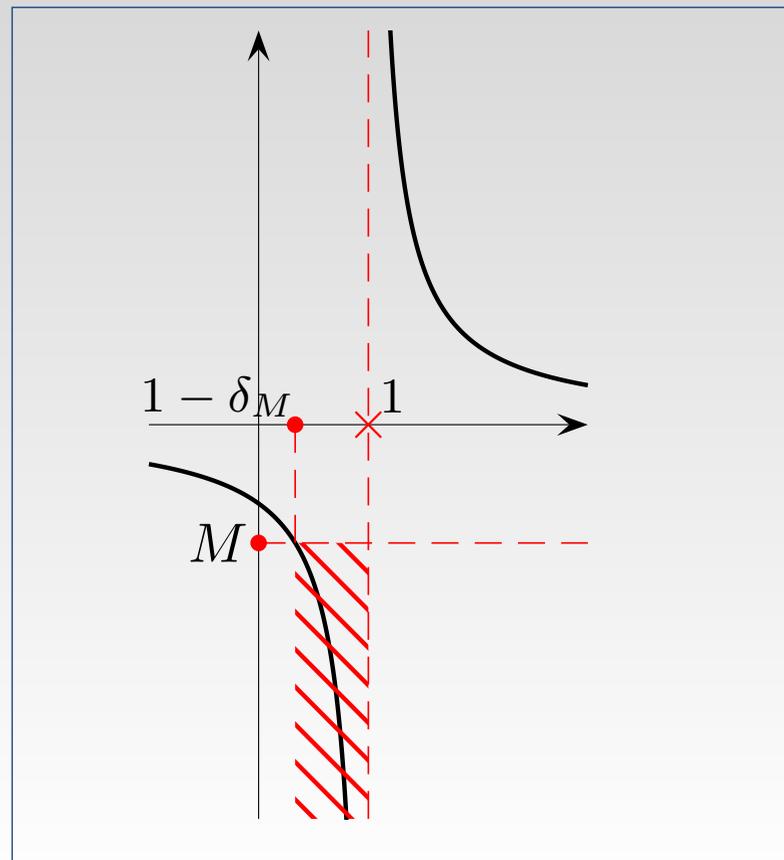


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

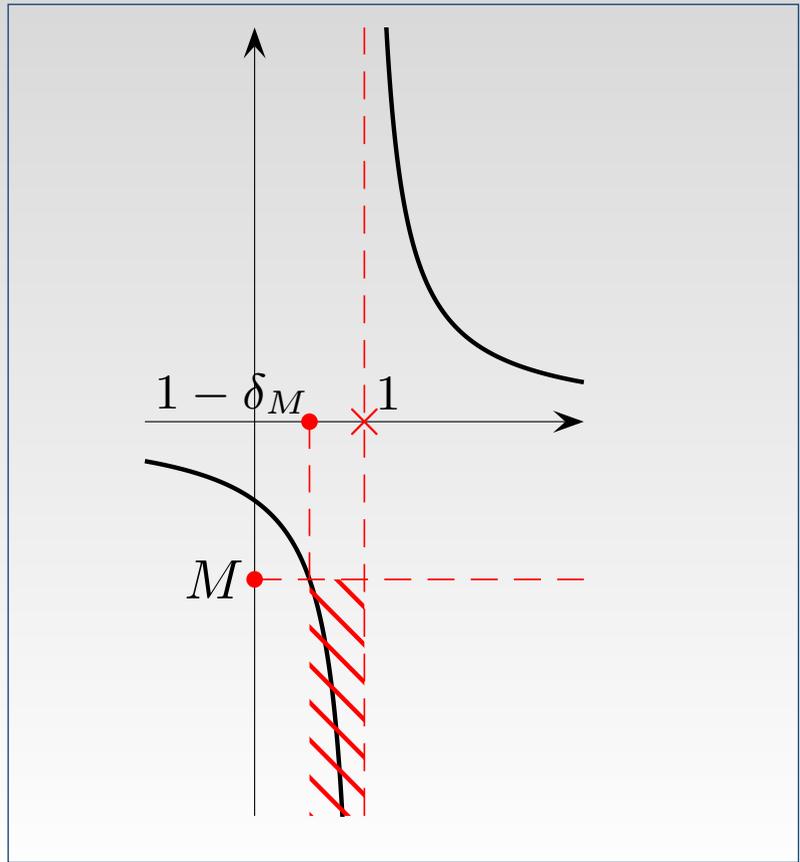


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata



- Introduzione

- Definizioni e illustrazioni

- Altri Limiti

- Esempio introduttivo
- Limite finito per $x \rightarrow x_0$
- Illustrazione della definizione
- Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$
- Illustrazione delle definizioni
- Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$
- Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

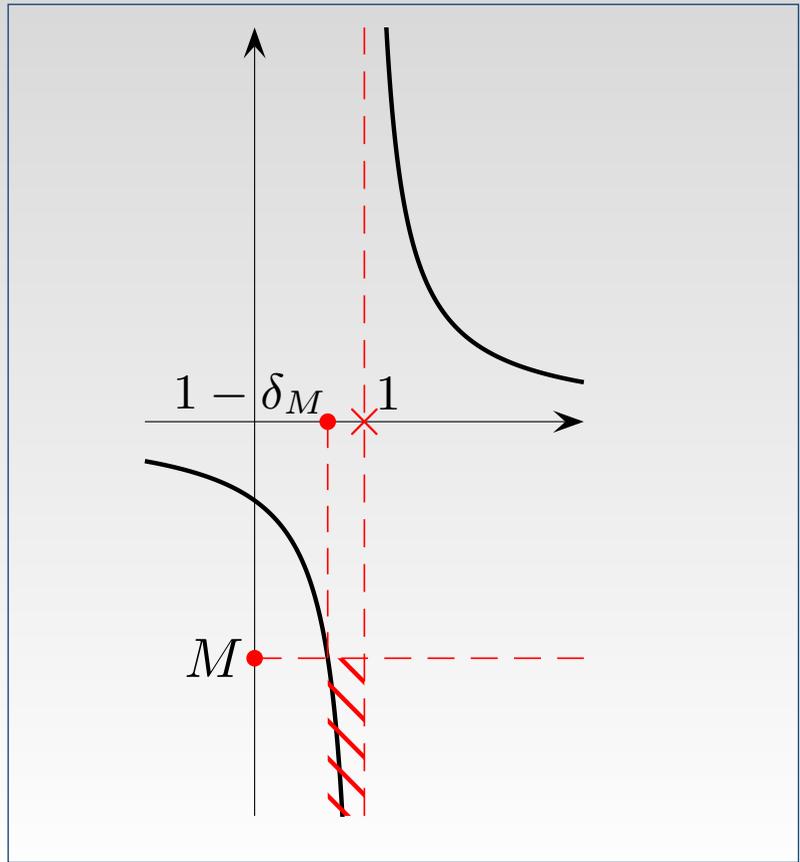


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata

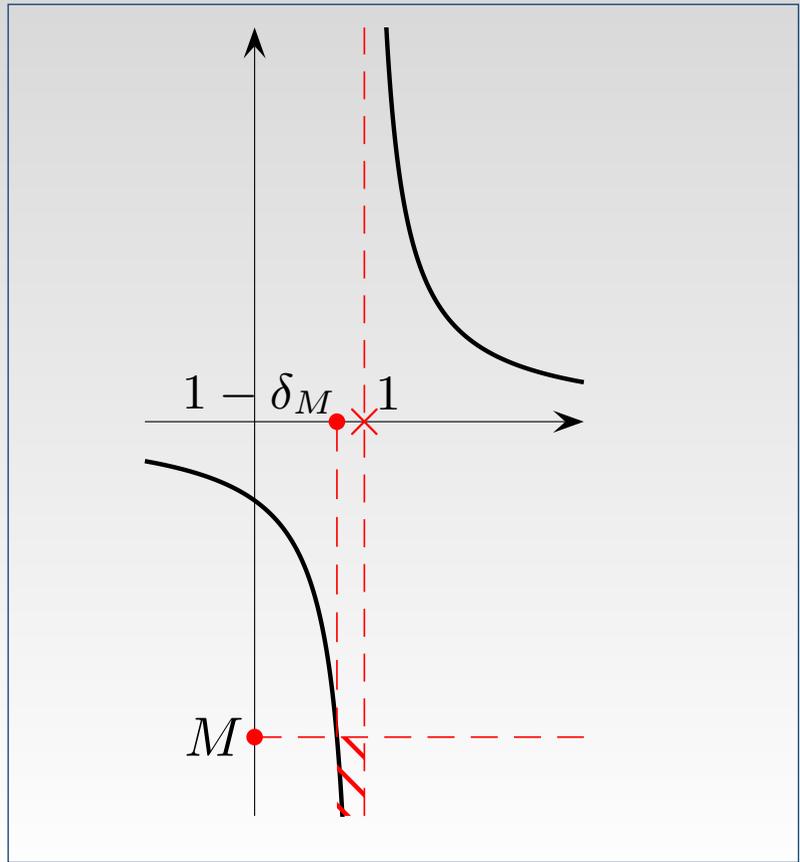


Illustriamo le ultime definizioni con i seguenti esempi

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

Dato un arbitrario M si riesce a trovare un δ_M tale che il grafico, per $1 - \delta_M < x < 1$, stia tutto nella striscia tratteggiata



Introduzione

Definizioni e illustrazioni

Altri Limiti

Esempio introduttivo

Limite finito per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione della definizione

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0$

Illustrazione delle definizioni

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^+$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

Limite $+\infty$ per $x \rightarrow x_0^-$

