



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Matematica

ESERCIZI DI ANALISI MATEMATICA 1

Esercizi del 9 novembre 2006, da consegnare

1 Siano date $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ e sia $x_0 \in A'$.

a) Dimostrare che se $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \beta \in \mathbb{R}$, con $\beta < 0$, allora

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = -\infty.$$

b) Dimostrare che se $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ e g è limitata superiormente in un opportuno intorno di x_0 , allora

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = -\infty.$$

2 Data la funzione $f(x) = \sqrt{x}$

a) verificare che per ogni $x_0 > 0$, f è lipschitziana su $[x_0, +\infty[$;

b) verificare che f non è lipschitziana su $]0, +\infty[$ (quindi nemmeno in $[0, +\infty[$);

c) verificare che f è hölderiana di esponente $1/2$ in $[0, +\infty[$.

3 Dimostrare che la costante di Lipschitz della funzione seno è $L = 1$.

4 Dimostrare che se $f : [-a, a] \mapsto \mathbb{R}$ è hölderiana di esponente α (con $0 < \alpha \leq 1$) allora è anche hölderiana di esponente β per ogni $0 < \beta < \alpha$.