

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Matematica

Programma del Corso di Analisi Matematica 1
Docente: Paolo Baiti

Logica. Relazioni e funzioni. (Capitolo 1, Capitolo 3) Cenni alle proposizioni, connettivi logici, tabelle di verità. Relazioni. Relazioni di equivalenza. Relazioni d'ordine. Ordine totale. Funzioni. Funzioni invertibili e funzione inversa. Le funzioni monotone: crescenti, strettamente crescenti, decrescenti, strettamente decrescenti. Funzioni pari, dispari. Funzioni periodiche.

Numeri reali. (Capitolo 5) Numeri naturali, interi, razionali. Presentazione assiomatica dei numeri reali. Esempio di costruzione dell'insieme dei numeri reali: le sezioni di Dedekind. Proprietà dei numeri reali. Densità degli insiemi dei numeri razionali e irrazionali in quello dei numeri reali. Intervalli limitati e illimitati.

Insiemi e funzioni limitate (Capitolo 6) Massimo e minimo di un insieme. Maggioranti e minoranti di un insieme. Insiemi limitati superiormente e inferiormente. Insiemi limitati. Insiemi non limitati superiormente o inferiormente. Estremo superiore ed estremo inferiore di un insieme totalmente ordinato. Teorema di esistenza dell'estremo superiore e inferiore di un insieme di numeri reali. Proprietà caratteristiche dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore. Funzioni limitate superiormente/inferiormente. Estremo superiore/inferiore, massimo/minimo di una funzione reale di variabile reale.

Funzioni elementari. (Capitolo 9, Capitolo 19 pp. 167–174) Funzioni lineari/affini. Potenza ad esponente naturale, intero, razionale. Potenza ad esponente reale. Polinomi e funzioni razionali. Radici n -esime. Funzioni esponenziale e logaritmica. Valore assoluto. Funzioni circolari e loro inverse.

Topologia di $\mathbb{R}$. (Capitolo 10) Topologia della retta reale. Insiemi aperti, chiusi, intorni, chiusura. Insiemi densi. Punti di accumulazione e insieme derivato. Parte interna di un insieme.

Limiti di funzioni reali. (Capitoli 11,12,13,15,16,17,18, Capitolo 20 pp. 191–204) Il concetto di limite. Limiti di funzioni per x tendente all'infinito. Limiti per x tendente a meno infinito. Limiti di successioni, successioni convergenti e divergenti. Limitatezza delle successioni convergenti e limiti di successioni monotone. Limiti per x tendente ad un numero reale. Unificazione della definizione di limite: la definizione di limite mediante gli intorni. Limiti da destra e da sinistra. Limiti di funzioni monotone. Operazioni con i limiti. Teorema della permanenza del segno. Teorema di unicità del limite. Teorema del confronto e

Teorema dei carabinieri. Limiti in forma indeterminata. Limiti con le successioni. Esempi di non esistenza del limite. Sottosuccessioni. Massimo e minimo limite. Caratterizzazione e proprietà del massimo e minimo limite. Il numero di Neper. Limiti notevoli di funzioni trigonometriche, esponenziali e logaritmiche. Successioni definite per induzione. Esempio: vari metodi iterativi per il calcolo delle radici quadrate.

Funzioni continue. (Capitoli 14,16,19,22) Definizione di funzione continua. Somma, prodotto e quoziente di funzioni continue. Esempi di funzioni continue. Funzioni lipschitziane e loro continuità. Limiti e continuità di funzioni composte. Cambiamento di variabile nei limiti. Continuità dei polinomi e delle funzioni razionali. Continuità delle funzioni trigonometriche. Continuità delle funzioni trigonometriche inverse. Continuità della funzione esponenziale e logaritmica. Teorema di esistenza degli zeri di una funzione continua. Il calcolo approssimato di uno zero di una funzione continua. Teorema dei valori intermedi. Teorema di monotonia. Continuità della funzione inversa. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Teorema di Weierstrass.