



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Matematica

ESERCIZI DI ANALISI MATEMATICA 1

Esercizi del 27 ottobre 2005, da consegnare

Esercizio 1. Determinare la parte interna, la chiusura, i punti di accumulazione dei seguenti insiemi

$$A_1 = \mathbb{Z}, \quad A_2 = [0, 1[\cup \mathbb{Q}, \quad A_3 = \{1\} \cup]2, 3[\cup]3, 7], \quad A_4 = \left\{ (-1)^n \frac{n}{n+1} : \mathbb{N} \right\}.$$

Esercizio 2. Verificare, mediante la definizione, la validità dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 + 2x + 3} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 1}{x} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x - 1}{x + 1} = 2.$$

Esercizio 3. Dimostrare che se $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione limitata inferiormente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + g(x)) = +\infty$.

Esercizio 4. Dimostrare che se x è punto di accumulazione per $A \cap B$, supposto non vuoto, allora è di accumulazione per A e per B . Vale il viceversa?

Esercizio 5. Dato l'insieme

$$A = \left\{ \frac{1}{n} + \frac{1}{m} : n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$$

- determinare l'insieme dei punti accumulazione ed eseguire la verifica;
- verificare che tutti gli altri punti non sono di accumulazione per A .