Università degli Studi di Udine Anno Accademico 2004/2005

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in T.W.M.

Esercizi di Analisi Matematica

Esercizi del 19 maggio 2005

Esercizio 1. Dire quali delle seguenti serie è convergente

$$\ln\sqrt{3}+\ln\sqrt[3]{3}+\ln\sqrt[4]{3}+\ldots+\ln\sqrt[n]{3}+\ldots$$

$$\ln\sqrt{3}+\ln\sqrt[4]{3}+\ln\sqrt[8]{3}+\ldots+\ln\sqrt[2^n]{3}+\ldots$$

$$\frac{1}{3+2n}+\frac{2}{3+4}+\frac{3}{3+6}+\ldots+\frac{n}{3+2n}+\ldots$$

Esercizio 2. Studiare la convergenza delle seguenti serie utilizzando il criterio del confronto:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-\operatorname{sen}n}{n^2+1}\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n^2\cos^2 n+2}{n^4+n+1}\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n^2}\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n}$$

Esercizio 3. Studiare la convergenza delle seguenti serie utilizzando i criteri di asintoticità e il criterio necessario ($a_n \to 0$):

$$\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{arctg}n\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{\ln n}\qquad\sum_{h=3}^{\infty}\frac{3h-2}{4h^3+2h+1}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2k^2-10k+1}{4k^3+k^2+5}\qquad\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m^4-3m^3+1}{2m^3+m^6-2}\qquad\sum_{\heartsuit=2}^{\infty}\frac{\heartsuit^2-2\heartsuit+5}{3\heartsuit^2+2}$$

$$\sum_{j=4}^{\infty}\frac{2j+j^4+3}{3j^3+5j+2}\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{2+\ln n}\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

$$\sum_{h=2}^{\infty}\frac{h}{(h-1)(3h^2+1)}\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}+2}{2n^{3/2}+1}\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^{3/4}+n^3+n^{9/4}+2}{3\sqrt{n^5}+n^2+n^2\sqrt{n^3}+1}$$

$$\sum_{m=2}^{\infty}\frac{3^m+3m^4}{m^2+4^m+1}\qquad\sum_{n=5}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n+2}}{\sqrt[4]{n^2+1}\,\sqrt{n^2+3}}\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+\ln(e^{2n}+1)}{2+n\ln(e^n+2)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{arctg}n}{n^2}\qquad\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{arctg}n}{n}$$

Esercizio 4. Studiare la convergenza delle seguenti serie utilizzando il criterio di asintoticità:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n}} \qquad \sum_{m=1}^{\infty} \operatorname{tg}^2 \frac{1}{\sqrt[3]{m}} \qquad \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{m^3} \operatorname{sen} \frac{1}{m^4} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[4]{n \operatorname{tg} \frac{1}{n^3}} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} - \operatorname{arcsen} \frac{1}{m}\right) \qquad \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{3}{m} - \operatorname{arcsen} \frac{2}{m}\right) \qquad \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(1/m) - \cos(1/m^2)}{\sqrt{m}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{sen}\left(\frac{4n^2+1}{2n^5+3}\right) \qquad \sum_{m=1}^{\infty} \left(\ln\left(1 + \frac{1}{m^2}\right) - \ln\left(1 - \frac{1}{m^2}\right)\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(n \operatorname{sen} \frac{1}{n^2} - \operatorname{arctg} \frac{1}{n}\right)$$