Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2004/2005

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in T.W.M.

Esercizi di Analisi Matematica

Esercizi del 5 maggio 2005

Esercizio 1. Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_{-1}^{3} (2x^2+5x-3)\,dx, \qquad \int_{1}^{e} \frac{3x-1}{x}\,dx, \qquad \int_{0}^{1} (xe^x)\,dx,$$

$$\int_{0}^{\pi/2} \operatorname{sen} x\sqrt{\cos x}\,dx, \qquad \int_{-3}^{3} \operatorname{arctg}(x^3+\operatorname{sen} x)\,dx, \qquad \int_{1}^{e} x\ln x\,dx.$$

Esercizio 2. Trovare l'integrale indefinito delle seguenti funzioni utilizzando il metodo per parti:

$$f_1(x) = (x^2+2x)e^x, \qquad f_2(x) = e^{-3x}\operatorname{sen} x, \qquad f_3(x) = e^{-x}\cos(3x),$$

$$f_4(x) = (3x+2)\ln x, \qquad f_5(x) = x\ln^2 x, \qquad f_6(x) = (1+3x-x^2)\cos x,$$

$$f_7(x) = (3x+\cos x)e^{2x}, \qquad f_8(x) = x^2\operatorname{sen}(4x), \qquad f_9(x) = (3x^2+1)\ln x,$$

$$f_{10}(x) = x\operatorname{arctg} x, \qquad f_{11}(x) = \frac{\ln x}{(x-1)^2}, \qquad f_{12}(x) = \ln(1-x^2).$$

Esercizio 3. (Avanzato) Trovare l'integrale indefinito delle seguenti funzioni: a) utilizzando ripetutamente il metodo per parti, e b) utilizzando la sostituzione $t = \operatorname{arcsen} x$ seguita dal metodo per parti.

$$f_{13}(x) = \operatorname{arcsen}^2 x, \qquad f_{14}(x) = x\operatorname{arcsen}^2 x.$$

Esercizio 4. Calcolare i seguenti integrali utilizzando la sostituzione suggerita:

$$I_1(x) = \int \frac{1}{\sqrt{12x-4x^2-8}}\,dx, \qquad x = \frac{t+3}{2},$$

$$I_2(x) = \int x^2\sqrt[4]{1+x^3}\,dx, \qquad x = \sqrt[3]{t^4-1}.$$

$$I_3 = \int_{-1/2}^{1} \frac{1}{(x+1)\sqrt{2x+1}}\,dx, \qquad x = \frac{t^2-1}{2},$$

Esercizio 5. Trovare l'integrale indefinito delle seguenti funzioni razionali:

$$g_1(x) = \frac{3}{4x-1}, \qquad g_2(x) = \frac{1}{4-5x}, \qquad g_3(x) = \frac{4x+1}{x+3}, \qquad g_4(x) = \frac{x^2-1}{2x+1},$$

$$g_5(x) = \frac{2x^3}{x-1}, \qquad g_6(x) = \frac{3x+1}{x^2-2x-3}, \qquad g_7(x) = \frac{1-2x}{4x^2-4x+1},$$

$$g_8(x) = \frac{x^2-x}{x^2-3x-4}, \qquad g_9(x) = \frac{3x^4-2x^2+1}{x^2-1}, \qquad g_{10}(x) = \frac{4x+1}{x(x^2-3x+2)},$$

$$g_{11}(x) = \frac{1}{x^2+2x+10}, \qquad g_{12}(x) = \frac{x+4}{x^2-4x+8}, \qquad g_{13}(x) = \frac{x^3}{4x^2+1}.$$

Esercizio 6. Mediante la sostituzione $t = e^x$, calcolare gli integrali indefiniti di

$$h_1(x) = \frac{3e^x}{e^{2x}-5e^x+6}, \qquad h_2(x) = \frac{(2e^x-3)e^x}{e^{2x}+9}.$$

Esercizio 7. Ricordando le formule

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x}, \qquad \cos^2 x = \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x},$$

utilizzare la sostituzione

$$x = \operatorname{arctg} t, \quad \text{ovvero} \quad t = \operatorname{tg} x,$$

per calcolare gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni:

$$h_3(x) = \frac{1}{3+\cos^2 x}, \qquad h_4(x) = \frac{1}{3\operatorname{sen}^2 x - 2\cos^2 x - 2}.$$

Esercizio 8. Ricordando le formule

$$\operatorname{sen} x = \frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}, \qquad \cos x = \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}},$$

utilizzare la sostituzione

$$x = 2\operatorname{arctg} t, \quad \text{ovvero} \quad t = \operatorname{tg}\frac{x}{2},$$

per calcolare gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni:

$$h_5(x) = \frac{1}{\operatorname{sen} x}, \qquad h_6(x) = \frac{1}{3\operatorname{sen} x + 2\operatorname{sen} x - 1}, \qquad h_7(x) = \frac{1}{\cos x - \operatorname{sen} x + 2}.$$

Esercizio 9. Si calcoli il seguente integrale

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2+x+1}}\,dx,$$

mediante la sostituzione $x = \dfrac{1-t^2}{2t-1}$.