



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in T.W.M.

ESERCIZI DI ANALISI MATEMATICA

Esercizi del 17 febbraio 2005

Esercizio 1. Provare ad usare ripetutamente il Teorema dell'Hopital al seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{e^x + 1}}{\sqrt{e^x - 1}},$$

dopo avere verificato la validità delle ipotesi. Cosa accade? Calcolare il limite senza usare il Teorema di de L'Hopital.

Esercizio 2. Dimostrare che per ogni $x > 0$ vale la relazione

$$\arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \operatorname{arctg} x$$

Esercizio 3. Dimostrare che per ogni $x \in \mathbb{R}$ vale la relazione

$$1 + x \leq e^x$$

e che per $x < 1$ vale

$$e^x \leq \frac{1}{1-x}$$

Esercizio 4. Dimostrare che per ogni $x \geq 0$ vale la relazione

$$x - \frac{x^3}{3} \leq \operatorname{arctg} x \leq x.$$

Esercizio 5. Ricordando la relazione $|\operatorname{sen} x| \leq |x| \leq |\operatorname{tg} x|$, valida per $|x| < \pi/2$, dimostrare che per gli stessi x si ha

$$1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x$$

e da quest'ultima ottenere che per $x \geq 0$ vale

$$x - \frac{x^3}{6} \leq \operatorname{sen} x$$