

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
 Corso di Laurea in T.W.M.

ESERCIZI DI ANALISI MATEMATICA

Esercizi del 18 novembre 2004

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti (forma $0 \cdot \{\text{funz. limitata}\}$):

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left((1/2)^x \frac{5 \sin x + 1}{3 + \cos x} \right), \quad \lim_{z \rightarrow 0^+} ((3z^3 - z) \sin(\ln z)).$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti (di funzioni esponenziali e logaritmiche).

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(3x)}{x^2}, \quad \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln(8y)}{\sqrt{y}}, \quad \lim_{t \rightarrow 0^+} (t \ln(2t^8)),$$

$$\lim_{w \rightarrow +\infty} \frac{2^w}{\ln w}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5}{\log_{1/2} x}, \quad \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y^{100}}{2^y}, \quad \lim_{y \rightarrow -\infty} \frac{y^{100}}{2^y}.$$

Esercizio 3. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{3x}, \quad \lim_{y \rightarrow 0} \frac{1 - e^{\sin y}}{y}, \quad \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 5z)}{4z},$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3 \sin z)}{\ln(1 - 2z)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 4x}{5x^4 + 2 \cdot 3^x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 4x}{5x^4 + 2 \cdot 3^x},$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{5 \ln t^6 + 4t^5 - 3t}{\arctg(5t) + 2t - 3t^4}, \quad \lim_{y \rightarrow 0} \frac{e^{3y-2y^2} - 1}{7y}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos(2x) - 3x \sin x}{\sin^2(4x)},$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-3x}}{3x - 2 \operatorname{tg} x}, \quad \lim_{z \rightarrow -\infty} \frac{2z^2 - \ln(z^4 + 1)}{3z^3 + 2z - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\sin(7x)}.$$

Esercizio 4. Calcolare il valore dei seguenti limiti (ove utile, si ricordi anche il limite fondamentale $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (1 + 1/x)^x = e$).

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{x-2}, \quad \lim_{y \rightarrow 0} (1 - y)^{\frac{2}{y}}, \quad \lim_{z \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{3z + 2} \right)^{z+1},$$

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{y^2}{2y + 1} \right)^y, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x - 1}{5x + 4} \right)^x, \quad \lim_{w \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{w^2 + 1} \right)^{3w},$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x^2 + x + 1}{2x^2 - 3x + 2} \right)^x, \quad \lim_{y \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{y-1}{y^2 + y + 2} \right)^y, \quad \lim_{w \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2w+1}{w^3 + 2w + 1} \right)^{w^2}.$$

Esercizio 5. Calcolare i seguenti limiti di forme esponenziali.

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^x)^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{(x^x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - x^x)^x, \\ & \lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x-2}{1-2x} \right)^x, \quad \lim_{z \rightarrow 0^+} (\operatorname{tg} z)^{\ln z}, \\ & \lim_{y \rightarrow -\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{y} \right)^y, \quad \lim_{w \rightarrow +\infty} \left(\frac{w^2 + 2}{5w - 3} \right)^{-\ln w}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x}{\ln^2 x} \right)^{\ln x}. \end{aligned}$$

Esercizio 5. Calcolare i seguenti limiti di forme esponenziali.

$$\begin{aligned} & \lim_{z \rightarrow +\infty} (1+z)^{1/z}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{1/x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{1/x^2}, \\ & \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{3x} - e^{2x})^{1/\ln x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{3x} - e^{2x})^{1/(x \ln x)}, \quad \lim_{y \rightarrow 0^+} (\operatorname{tg} y^2)^{1/\ln(1-\cos y)}, \\ & \lim_{z \rightarrow 0^+} (\cos z + z^2)^{1/z}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{1/\ln(7x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - x^x)^x. \end{aligned}$$

Esercizio 6. (Avanzato) Calcolare il valore dei seguenti limiti.

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(1 + 2e^x) - x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \sqrt{x^2 + 1}}{\ln \frac{x^3 + 1}{3x + 5}}, \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - x \right)^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{tg} x)^{\frac{1}{\ln(\ln(1+x))}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 + x^3)^{1/x} - \cos x}{x^2}. \end{aligned}$$