Corsi di Laurea della Facoltà di Agraria
A.A. 2004/2005

Matematica

Esercizi del 18 novembre 2004

Esercizio 1. Determinare quali tra le seguenti funzioni sono soluzioni della corrispondente equazione differenziale:

$$y_1(t) = 2t^3 \quad \text{e} \quad y_2(t) = e^{\operatorname{sen} t} \quad \text{per l'equazione} \quad y' = \cos t\, y,$$

$$y_1(t) = 3t - \ln t \quad \text{e} \quad y_2(t) = \frac{1}{1-3t} \quad \text{per l'equazione} \quad y' = 3y^2,$$

$$y_1(t) = \operatorname{sen}(t^2 - \pi/2) \quad \text{e} \quad y_2(t) = t - 1 \quad \text{per l'equazione} \quad y' = 2t\sqrt{1-y^2} \quad \text{per } t \in [0,1],$$

$$z_1(t) = e^{-t}, \quad z_2(t) = 3e^t \quad \text{e} \quad z_3(t) = 2e^{5t} \quad \text{per l'equazione} \quad z'' - 6z' + 5z = 0.$$

$$z_1(t) = t^2 + 1, \quad z_2(t) = e^{-3t} \quad \text{e} \quad z_3(t) = 2e^t - e^{-3t} \quad \text{per l'equazione} \quad z'' + 2z' - 3z = 0.$$

Esercizio 2. Verificare che le seguenti funzioni sono soluzioni della corrispondente equazione differenziale:

$$y(t) = \log(t^2 + 1) \quad \text{per l'equazione} \quad y' = \frac{2t}{e^y}, \quad \text{per } t \in \mathbb{R},$$

$$z(t) = \sqrt{t^2 + 4t + 5} \quad \text{per l'equazione} \quad z' = \frac{t+2}{z}, \quad \text{per } t \in \mathbb{R},$$

$$w(t) = \sqrt[3]{t^2 + 1} \quad \text{per l'equazione} \quad w' = \frac{2t(w^3+1)}{3w^2(t^2+2)}, \quad \text{per } t \in \mathbb{R},$$

$$x(t) = t\sqrt{2\log t} \quad \text{per l'equazione} \quad x' = \frac{x}{t} + \frac{t}{x}, \quad \text{per } t > 1,$$

$$y(t) = 3\cos(2t) \quad \text{per l'equazione} \quad y'' = -4y, \quad \text{per } t \in \mathbb{R},$$

$$z(t) = 2e^{-t} + e^{3t} \quad \text{per l'equazione} \quad z'' - 2z' - 3z = 0, \quad \text{per } t \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 3. Trovare le soluzioni delle seguenti equazioni lineari omogenee e non-omogenee:

$$y' = -2y, \qquad z' = 5w, \qquad w' = -\frac{1}{3}w,$$

$$y' = 2y - 1, \qquad z' = z + 5, \qquad y' = 3 - 2y.$$

Esercizio 4. Trovare la soluzione dei seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 4y, \\ y(1) = 2, \end{cases} \qquad \begin{cases} w' = -2w, \\ w(0) = 2, \end{cases} \qquad \begin{cases} y' = 5y, \\ y(0) = 0. \end{cases} \qquad \begin{cases} w' = 3w + 2, \\ w(1) = 1. \end{cases}$$