Corsi di Laurea in Scienze P.A. e Igiene S.A.
A.A. 2003/2004
Matematica
Esercizi del 4 marzo 2004

Nel seguito, con $(\cdot)'$ verrà denotata la derivata rispetto alla variabile t.

Esercizio 1. Determinare quali tra le seguenti funzioni sono soluzioni della corrispondente equazione differenziale:

$$y_1(t) = t^2 \quad \text{e} \quad y_2(t) = e^{t^3} \quad \text{per l'equazione} \quad y' = 3t^2 y,$$

$$y_1(t) = e^t - t \quad \text{e} \quad y_2(t) = \frac{1}{3-2t} \quad \text{per l'equazione} \quad y' = 2y^2,$$

$$y_1(t) = \operatorname{sen}(t^2 - \pi/2) \quad \text{e} \quad y_2(t) = t - 1 \quad \text{per l'equazione} \quad y' = 2t\sqrt{1-y^2} \quad \text{per } t \in [0,1],$$

$$y_1(t) = \sqrt[3]{3t^2+1} \quad \text{e} \quad y_2(t) = \sqrt[3]{t^2+3} \quad \text{per l'equazione} \quad y' = \frac{2t}{y^2},$$

$$z_1(t) = 2e^{-t}, \quad z_2(t) = e^{2t} \quad \text{e} \quad z_3(t) = e^t \quad \text{per l'equazione} \quad z'' - 3z' + 2z = 0.$$

Esercizio 2. Verificare che le seguenti funzioni sono soluzioni della corrispondente equazione differenziale:

$$y(t) = \log(t^2+1) \quad \text{per l'equazione} \quad y' = \frac{2t}{e^y}, \quad \text{per } t \in \mathbb{R},$$

$$z(t) = \sqrt{t^2+4t+5} \quad \text{per l'equazione} \quad z' = \frac{t+2}{z}, \quad \text{per } t \in \mathbb{R},$$

$$w(t) = \sqrt[3]{t^2+1} \quad \text{per l'equazione} \quad w' = \frac{2t(w^3+1)}{3w^2(t^2+2)}, \quad \text{per } t \in \mathbb{R},$$

$$x(t) = t\sqrt{2\log t} \quad \text{per l'equazione} \quad x' = \frac{x}{t} + \frac{t}{x}, \quad \text{per } t > 1,$$

$$y(t) = 3\cos(2t) \quad \text{per l'equazione} \quad y'' = -4y, \quad \text{per } t \in \mathbb{R},$$

$$z(t) = 2e^{-t} + e^{3t} \quad \text{per l'equazione} \quad z'' - 2z' - 3z = 0, \quad \text{per } t \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 3. Trovare le soluzioni delle seguenti equazioni lineari omogenee e non-omogenee:

$$y' = 5y, \qquad w' = -3w, \qquad z' = \frac{2}{5}z,$$

$$x' = -x + 3, \qquad z' = 4 - 2z, \qquad y' = 7y + 1.$$

Esercizio 4. Trovare la soluzione dei seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 3y, \\ y(2) = 1, \end{cases} \qquad \begin{cases} w' = 3w - 2, \\ w(0) = 2, \end{cases} \qquad \begin{cases} y' = 7y, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$