Corsi di Laurea in Scienze P.A. e Igiene S.A.
A.A. 2003/2004
Esame di Matematica del 5 aprile 2004

NOME	*COGNOME*	*MATRICOLA*

CORSO DI LAUREA	*ORDINAMENTO*
	N.O. | *V.O.*

Non è ammesso l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

Test di Teoria

[1] Il grafico della funzione $f(x) = \dfrac{7x - 1 - x^2}{4x + 3}$ rappresenta

$\boxed{\text{A}}$ una retta

$\boxed{\text{B}}$ una parabola

$\boxed{\text{C}}$ un'iperbole

$\boxed{\text{D}}$ nessuna delle precedenti

[2] Il dominio $\mathcal{D}$ e l'immagine $\mathcal{I}$ della funzione $f(x) = (5/2)^x$ sono

$\boxed{\text{A}}$ $\mathcal{D} = \mathbb{R},\ \mathcal{I} = \mathbb{R}$

$\boxed{\text{B}}$ $\mathcal{D} = \mathbb{R},\ \mathcal{I} =]0, +\infty[$

$\boxed{\text{C}}$ $\mathcal{D} = [0, +\infty[,\ \mathcal{I} = \mathbb{R}$

$\boxed{\text{D}}$ $\mathcal{D} = [0, +\infty[,\ \mathcal{I} =]0, +\infty[$

[3] La funzione $g(x) = \operatorname{sen} x$ è

$\boxed{\text{A}}$ crescente su $\mathbb{R}$

$\boxed{\text{B}}$ decrescente su $\mathbb{R}$

$\boxed{\text{C}}$ crescente su $]0, \pi/2[$

$\boxed{\text{D}}$ nessuna delle precedenti

[4] Se esiste il limite del rapporto incrementale della funzione f in x_0, allora

$\boxed{\text{A}}$ la funzione è derivabile

$\boxed{\text{B}}$ la funzione è integrabile

$\boxed{\text{C}}$ dipende se tale limite è finito oppure infinito

$\boxed{\text{D}}$ nessuna delle precedenti

[5] L'integrale indefinito di una funzione positiva f su $[a, b]$ rappresenta

$\boxed{\text{A}}$ la retta congiungente i punti $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$

$\boxed{\text{B}}$ la totalità delle primitive di f in $[a, b]$

$\boxed{\text{C}}$ l'area della regione delimitata dal grafico, dalle rette $x = a$, $x = b$ e dall'asse x

$\boxed{\text{D}}$ l'area della regione delimitata dal grafico, dalle rette $y = a$, $y = b$ e dall'asse y

[6] Se f è una funzione derivabile su $]a, b[$ tale che $f'(x_0) > 0$ con $x_0 \in]a, b[$, allora

- A x_0 è sempre punto di minimo relativo per f
- B x_0 è sempre punto di massimo relativo per f
- C x_0 è sempre punto di flesso relativo per f
- D nessuna delle precedenti

[7] L'equazione differenziale $y'' = 5t - y^2$ è

- A un'equazione lineare del primo ordine
- B un'equazione lineare del secondo ordine
- C un'equazione non lineare del primo ordine
- D un'equazione non lineare del secondo ordine

[8] Se $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0$ e $\lim_{x \to x_0} g(x) = +\infty$, allora $\lim_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ è

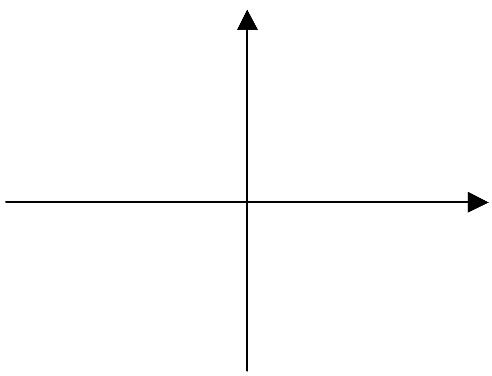
- A 0
- B $+\infty$
- C non esiste
- D non ci sono elementi sufficienti per rispondere

[9] Una funzione è iniettiva se

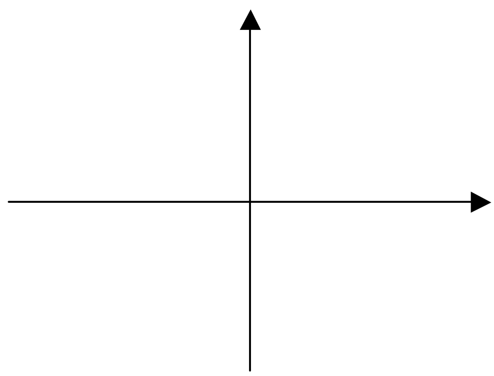
- A a elementi distinti corrispondono elementi distinti
- B a elementi uguali corrispondono elementi uguali
- C corrispondenti distinti provengono da elementi uguali
- D nessuna delle precedenti

[10] Rappresentare qualitativamente i grafici delle seguenti funzioni elementari:

$h_1(x) = (7/3)^x$



$h_2(x) = \operatorname{arctg} x$



Esercizi

[11] a) Verificare che al variare del parametro $c \in \mathbb{R}$ le funzioni $y(t) = \frac{t^3}{2} + t\ln t + ct$ sono tutte soluzioni su $]0, +\infty[$ dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{y}{t} + t^2 + 1.$$

b) Trovare quell'unico valore di c per cui la relativa soluzione soddisfa $y(1) = 2$.

[12] Calcolare i seguenti integrali

$$\int \left(\frac{3^x}{12} - \frac{2}{1+x} - 2x^5 \right) dx \qquad\qquad \int (3z^2 - 2z + 1)\cos z\, dz.$$

[13] Sia data la funzione $g(x) = \dfrac{e^{2x}}{3x+1}$

a) determinare il dominio di g;

b) studiare il segno della funzione;

c) calcolare i limiti di g negli eventuali punti di discontinuità e agli estremi del dominio;

d) determinare gli eventuali asintoti;

e) calcolare la derivata prima e determinare gli intervalli di crescenza, decrescenza e gli eventuali punti di massimo o minimo relativo/assoluto per la funzione;

f) tracciare qualitativamente il grafico di g.

[14] Risolvere i seguenti limiti

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 - 3\,\mathrm{sen}\, x) - 4x}{5e^{2x} - 7\cos x + 2}, \qquad\qquad \lim_{s \to 1} \frac{\arccos(s/2) - 2\,\mathrm{sen}(-\pi/(s+1))}{\ln\sqrt{s+1}}.$$

[15] Trovare il dominio della funzione $h(x) = \sqrt{1 - \log_4(x^2 - x - 2)}$

Solamente per gli studenti del vecchio ordinamento

[16] Enunciare e dimostrare il Teorema della permanenza del segno.