Corsi di Laurea in Scienze P.A. e Igiene S.A.
A.A. 2003/2004
Esame di Matematica del 23 marzo 2004

NOME	*COGNOME*	*MATRICOLA*

CORSO DI LAUREA	*ORDINAMENTO*
	N.O. / *V.O.*

Non è ammesso l'uso di libri, appunti e calcolatrici.

Test di Teoria

[1] Il grafico della funzione $f(x) = \frac{2x-1}{3+x}$ rappresenta

- A una retta
- B una circonferenza
- C una parabola
- D un'iperbole

[2] Il dominio $\mathcal{D}$ e l'immagine $\mathcal{I}$ della funzione $f(x) = \operatorname{tg} x$ sono

- A $\mathcal{D} = \mathbb{R}, \quad \mathcal{I} = \{x \in \mathbb{R} : \ x \neq k\pi, \ k \in \mathbb{Z}\}$
- B $\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R} : \ x \neq k\pi, \ k \in \mathbb{Z}\}, \quad \mathcal{I} = \mathbb{R}$
- C $\mathcal{D} = \mathbb{R}, \quad \mathcal{I} = \{x \in \mathbb{R} : \ x \neq \pi/2 + k\pi, \ k \in \mathbb{Z}\}$
- D $\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R} : \ x \neq \pi/2 + k\pi, \ k \in \mathbb{Z}\}, \quad \mathcal{I} = \mathbb{R}$

[3] La funzione $g(x) = (2/3)^x$ è

- A crescente su $\mathbb{R}$
- B decrescente su $\mathbb{R}$
- C crescente su $]0, +\infty[$
- D decrescente su $]0, +\infty[$

[4] Per definizione, la derivata di f in x_0 rappresenta

- A la retta tangente per il punto $(x_0, f(x_0))$
- B il coefficiente angolare dell'equazione della retta tangente per il punto $(x_0, f(x_0))$
- C il termine noto dell'equazione della retta tangente per il punto $(x_0, f(x_0))$
- D nessuna delle precedenti

[5] L'integrale definito di una funzione positiva f su $[a, b]$ rappresenta

- A la totalità delle primitive di f in $[a, b]$
- B la retta congiungente i punti $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$
- C l'area della regione delimitata dal grafico, dalle rette $x = a$, $x = b$ e dall'asse x
- D l'area della regione delimitata dal grafico, dalle rette $y = a$, $y = b$ e dall'asse y

[6] Se f è una funzione derivabile su $]a,b[$ tale che $f'(x_0) = 0$ e $f''(x_0) < 0$ con $x_0 \in]a,b[$, allora

$\boxed{\text{A}}$ x_0 è sempre punto di minimo relativo per f

$\boxed{\text{B}}$ x_0 è sempre punto di massimo relativo per f

$\boxed{\text{C}}$ x_0 è sempre punto di flesso relativo per f

$\boxed{\text{D}}$ nessuna delle precedenti

[7] L'equazione differenziale $y' = t^5 - 2t^2 y$ è

$\boxed{\text{A}}$ un'equazione lineare del primo ordine

$\boxed{\text{B}}$ un'equazione lineare del secondo ordine

$\boxed{\text{C}}$ un'equazione non lineare del primo ordine

$\boxed{\text{D}}$ un'equazione non lineare del secondo ordine

[8] Se $\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to x_0} g(x) = -\frac{2}{3}$, allora $\lim_{x\to x_0}(f(x) \cdot g(x))$ è

$\boxed{\text{A}}$ $-\infty$

$\boxed{\text{B}}$ $+\infty$

$\boxed{\text{C}}$ 0

$\boxed{\text{D}}$ non ci sono elementi sufficienti per rispondere

[9] Una funzione $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ è crescente se

$\boxed{\text{A}}$ $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ per ogni x

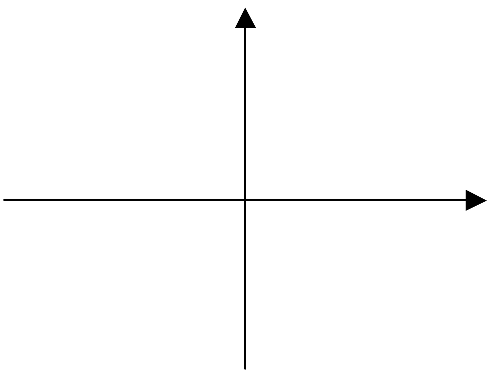
$\boxed{\text{B}}$ per ogni $x < y$ si ha $f(x) \geq f(y)$

$\boxed{\text{C}}$ per ogni $x < y$ si ha $f(y) \geq f(x)$

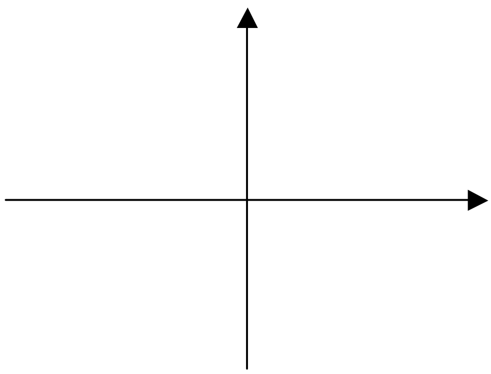
$\boxed{\text{D}}$ nessuna delle precedenti

[10] Rappresentare qualitativamente i grafici delle seguenti funzioni elementari:

$h_1(x) = (2/3)^x$



$h_2(x) = \log_2 x$



Esercizi

[11] Verificare che la funzione $y(t) = \ln^2 t$ è soluzione su $]1, +\infty[$ dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{2\sqrt{y}}{t}.$$

È vero che $y(t)$ è soluzione anche su $]0, 1[$?

[12] Calcolare i seguenti integrali

$$\int \left(3x^4 - \frac{1+2x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{5}{x}\right) dx \qquad\qquad \int e^{-x}(x^2 - 3x)\, dx.$$

[13] Sia data la funzione $g(x) = \dfrac{3 - 2x - x^2}{x - 2}$

a) determinare il dominio di g;

b) studiare il segno della funzione;

c) calcolare i limiti di g negli eventuali punti di discontinuità e agli estremi del dominio;

d) determinare gli eventuali asintoti;

e) calcolare la derivata prima e determinare gli intervalli di crescenza, decrescenza e gli eventuali punti di massimo o minimo relativo/assoluto per la funzione;

f) tracciare qualitativamente il grafico di g.

[14] Risolvere i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 1} \frac{2 \operatorname{arctg} x - 5 \ln x}{2x^2 - e^{x-1}}, \qquad\qquad \lim_{x\to 0} \frac{3 \operatorname{tg} x - 2e^{5x}}{2x - \operatorname{sen}(x^2)}.$$

Al posto del secondo limite si può risolvere alternativamente

$$\lim_{x\to 0} \frac{3 \operatorname{tg} x - 2e^{5x} + 2}{2x - \operatorname{sen}(x^2)}.$$

[15] Trovare il dominio della funzione $h(x) = \sqrt{9 - 3^{1-5x}} + \ln(x^2 - 9x + 8)$

Solamente per gli studenti del vecchio ordinamento

[16] Enunciare e dimostrare il Teorema dei due carabinieri (di compressione).