



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
 Corso di Laurea in T.W.M.

ESERCIZI DI ANALISI MATEMATICA

Esercizi del 20 maggio 2004

Esercizio 1. Studiare la convergenza delle seguenti serie utilizzando il criterio del confronto:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \operatorname{sen}^2 n - 1}{3n^3 + n + 1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$$

Esercizio 2. Studiare la convergenza delle seguenti serie utilizzando il criterio di asintoticità:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{n} \quad \sum_{m=1}^{\infty} \operatorname{sen}^3 \frac{1}{\sqrt{m}} \quad \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{m} \operatorname{tg} \frac{1}{m} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n \operatorname{sen} \frac{3}{n^2}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} - \operatorname{arctg} \frac{1}{m}\right) \quad \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(1/m) - \cos(1/m^2)}{\sqrt{m}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{sen} \left(\frac{3n+1}{n^2+2n+3}\right)$$

Esercizio 3. Studiare la convergenza delle seguenti serie utilizzando i criteri della radice e/o del rapporto:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n+5}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+2}{4n^2+1}\right)^n \quad \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{2m^2+3}{m^3+1}\right)^{3m+2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+n-1}{5n^2+2}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\operatorname{arctg} n}{2 \cos(1/n^3)}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!} \quad \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m^3}{m!} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n!)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{n!}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

Esercizio 4. Studiare la convergenza semplice ed assoluta delle seguenti serie. Per la prima utilizzare, qualora necessario e possibile, il criterio di Leibniz:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n}{5n^3+2} \quad \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{m+4}{3m^4+1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{sen} \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \sqrt{n}} \quad \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \left(1 - \cos \frac{1}{m}\right) \sqrt{m}$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{2m+3}{m^2+1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{2n+3}\right) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n+1}{1 + \sqrt{n^4+2}}$$