Università degli Studi di Udine Anno Accademico 2003/2004

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in T.W.M.

Esercizi di Analisi Matematica

Esercizi del 13 maggio 2004

Esercizio 1. Studiare la convergenza delle seguenti serie e, quando possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3}{5^n} \qquad \sum_{m=0}^{+\infty} 2^{3m-1} \qquad \sum_{k=0}^{+\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^k \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} 3^{-n} \qquad \sum_{i=2}^{+\infty} 2^{3-2i}$$

Esercizio 2. Studiare la convergenza delle seguenti serie utilizzando i criteri di asintoticità e il criterio necessario ($a_n \to 0$):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} n \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} \qquad \sum_{k=3}^{\infty} \frac{2k+1}{k^3+2}$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{4m^3-m+5}{3m^4+2m^2-1} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3-n+2}{n^2+5n^7+3} \qquad \sum_{\heartsuit=2}^{\infty} \frac{\heartsuit^2-2\heartsuit+5}{3\heartsuit^2+2}$$

$$\sum_{j=4}^{\infty} \frac{j^3}{2j^2+j+1} \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\log n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(3+\frac{1}{n}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3\sqrt{n}-1}{3n+n^{3/2}+n^2+2} \qquad \sum_{k=2}^{\infty} \frac{4\ln k+2\sqrt{k}+2}{2k^2+3k^{3/2}-1} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2/11}+n^{7/3}+n^2-1}{n+n^{5/2}+\sqrt{n^3}+3}$$

$$\sum_{m=3}^{\infty} \frac{3m^7+2^m}{4n^4+3^m+2} \qquad \sum_{n=5}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+1}+\sqrt[7]{n^4+2}+1}{\sqrt[4]{n^3+1}+\sqrt{n^2+1}-3} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\ln(e^{2n}+1)}{2+n\ln(e^n+2)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n}$$

Esercizio 3. (Avanzato) Discutere, al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$, la convergenza della seguente serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{\left(\frac{1-x}{1+x}n\right)}$$

e, quando possibile, calcolarne la somma $S(x)$.