Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2003/2004

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in T.W.M.

Esercizi di Analisi Matematica

Esercizi del 6 maggio 2004

Esercizio 1. Sapendo che il polinomio $Q(x) = x^3 - 7x + 6$ ammette come radici $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ e $x_3 = -3$, calcolare l'integrale indefinito della funzione

$$f_1(x) = \frac{2x^2 - 12x + 6}{x^3 - 7x + 6}.$$

Esercizio 2. Ricordando le formule

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}, \qquad \cos^2 x = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x},$$

utilizzare la sostituzione

$$x = \operatorname{arctg} t, \quad \text{ovvero} \quad t = \operatorname{tg} x,$$

per calcolare gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni:

$$f_2(x) = \frac{1}{2 + \operatorname{sen}^2 x}, \qquad f_3(x) = \frac{1}{2\operatorname{sen}^2 x - 4\cos^2 x - 1}.$$

Esercizio 3. Calcolare gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni mediante la sostituzione $t = e^x$

$$f_4(x) = \frac{2e^x}{e^{2x} + e^x - 2}, \qquad f_5(x) = \frac{e^{2x} + 3e^x}{e^{2x} + 2}.$$

Esercizio 4. Utilizzando la sostituzione $x = \frac{1+t}{1-t}$ insieme all sua inversa $t = \frac{x-1}{x+1}$, calcolare gli integrali delle seguenti funzioni

$$f_6(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)^2}, \qquad f_7(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)^3}.$$

Esercizio 5. Utilizzando la sostituzione $x = \frac{t^2-1}{2}$, calcolare l'integrale della seguente funzione

$$f_8(x) = \frac{x^2}{\sqrt{2x + 1}}.$$