Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2003/2004

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in T.W.M.

Esercizi di Analisi Matematica

Esercizi del 29 aprile 2004

Esercizio 1. Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_1^2 (x^3 - 3x - 1)\,dx, \qquad \int_1^e \frac{3+2x}{x}\,dx, \qquad \int_0^{1/2} \left(3x^2 - \frac{2}{1-x^2}\right) dx,$$

$$\int_{-2}^1 \frac{6x+1}{3x^2+x-5}\,dx, \qquad \int_0^{\pi/3} \cos^3 x \operatorname{sen} x\,dx, \qquad \int_{-5}^5 \operatorname{sen}(x^7 - 3x^3 + x)\,dx.$$

Esercizio 2. Trovare l'integrale indefinito delle seguenti funzioni utilizzando il metodo per parti:

$$f_1(x) = x^3 e^x, \qquad f_2(x) = (2x-1)\ln x, \qquad f_3(x) = (3x+2)e^{-x},$$

$$f_4(x) = e^x \cos(3x), \qquad f_5(x) = (x^2+2x-1)\operatorname{sen} x, \qquad f_6(x) = (3x^2+x+2)\ln x,$$

$$f_7(x) = x\ln^2 x, \qquad f_8(x) = e^{-3x}\operatorname{sen}(2x), \qquad f_9(x) = x \operatorname{arctg} x.$$

Esercizio 3. (Avanzato) Trovare l'integrale indefinito delle seguenti funzioni: a) utilizzando ripetutamente il metodo per parti, e b) utilizzando la sostituzione $t = \operatorname{arcsen} x$ seguita dal metodo per parti.

$$f_{10}(x) = \operatorname{arcsen}^2 x, \qquad f_{11}(x) = x \operatorname{arcsen}^2 x.$$

Esercizio 4. Calcolare i seguenti integrali utilizzando la sostituzione suggerita:

$$I_1(x) = \int \frac{1}{\sqrt{12x - 9x^2 - 3}}\,dx, \qquad x = \frac{t+2}{3},$$

$$I_2 = \int_0^1 \frac{1}{2x^2+2x+1}\,dx, \qquad x = \frac{t-1}{2},$$

$$I_3(x) = \int x\sqrt[3]{1+x}\,dx, \qquad x = t^3 - 1.$$

Esercizio 5. Trovare l'integrale indefinito delle seguenti funzioni razionali:

$$g_1(x) = \frac{5}{7x+3}, \qquad g_2(x) = \frac{2}{2-3x}, \qquad g_3(x) = \frac{2x-1}{3x+1}, \qquad g_4(x) = \frac{2-x}{4x+1},$$

$$g_5(x) = \frac{x^2}{x+1}, \qquad g_6(x) = \frac{1}{x^2-3x+2}, \qquad g_7(x) = \frac{1}{2x^2-x-1},$$
$$g_8(x) = \frac{1}{9x^2-12x+4}, \qquad g_9(x) = \frac{1}{x^2+2x+2}, \qquad g_{10}(x) = \frac{1}{2x^2-x+1},$$
$$g_{11}(x) = \frac{3x+1}{x^2-5x+6}, \qquad g_{12}(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}, \qquad g_{13}(x) = \frac{x^3}{x^2+x-2}.$$

Esercizio 6. Ricordando le formule

$$\operatorname{sen} x = \frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}, \qquad \cos x = \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}},$$

utilizzare la sostituzione

$$x = 2\operatorname{arctg} t, \quad \text{ovvero} \quad t = \operatorname{tg}\frac{x}{2},$$

per calcolare gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni:

$$h_1(x) = \frac{1}{\cos x}, \qquad h_2(x) = \frac{1}{5\cos x + 3\operatorname{sen} x + 3}, \qquad h_3(x) = \frac{1}{4\operatorname{sen} x - \cos x + -5}.$$