

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in T.W.M.

ESERCIZI DI ANALISI MATEMATICA

Esercizi del 27 febbraio 2004

Esercizio 1. Verificare che per i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + \operatorname{sen} x}{2x - \cos x}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \operatorname{sen} x}{x - \cos 2x},$$

non si può applicare il Teorema di de L'Hopital. Quali ipotesi vengono a mancare? Verificare che tuttavia i limiti esistono e calcolarli.

Esercizio 2. Provare ad usare ripetutamente il Teorema dell'Hopital al seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{e^x + 1}}{\sqrt{e^x - 1}},$$

dopo avere verificato la validità delle ipotesi. Cosa accade? Calcolare il limite senza usare il Teorema di de L'Hopital.

Esercizio 3. Studiare il grafico delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= |x| e^{-x^2}, & f_2(x) &= x e^{\frac{1}{x-1}}, \\ f_3(x) &= \frac{1}{\log^2 x} - \frac{2}{\log x} + 1, & f_4(x) &= x + \frac{1}{4} \sqrt[3]{1-x^3}, \\ f_5(x) &= x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1, & f_6(x) &= x^4 - 4x + 5, \\ f_7(x) &= x^2 - 5x + \log|x-1|, & f_8(x) &= \log(e^x - x), \\ f_9(x) &= \operatorname{arctg} x - \frac{x}{1+x^2}, & f_{10}(x) &= x \log(1+x^2) + 2 \operatorname{arctg} x - x, \\ f_{11}(x) &= \operatorname{arcsen} \frac{2x}{1+x^2}, & f_{12}(x) &= x \operatorname{sen} x + \cos x. \end{aligned}$$