

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Primo compito di Probabilità I, a.a. 2025-26
19 gennaio 2026

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete in giusta misura, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 1. Sia $X : (\Omega, P) \rightarrow [0, 1]$ una variabile aleatoria, M la funzione di ripartizione della sua legge.

1. Dire cosa significa che M è assolutamente continua.
2. Assumendo che M sia assolutamente continua dimostrare che, per ogni $k = 1, 2, 3, \dots$, il k -esimo momento di X è dato da

$$k \int_0^1 x^{k-1} (1 - M(x)) dx.$$

Esercizio 2. La ruota anteriore e quella posteriore di una bicicletta si forano in modo indipendente, e il tempo di foratura segue una legge esponenziale, con media di 5 giorni per la ruota anteriore e di 4 per la posteriore. Sia T il tempo di appièdamento del ciclista. Calcolare le legge di T e il suo valore medio.

Esercizio 3. Una ditta vende blocchi di 50 pezzi ai propri clienti. Nel 50% dei casi il blocco non contiene pezzi difettosi, nel 40% ce n'è uno, e nel 10% due. Un cliente usa 5 pezzi del proprio blocco, e ne trova esattamente uno difettoso. Qual è la probabilità che i restanti 45 pezzi siano buoni?