

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Terzo compito di Probabilità I, a.a. 2024-25
24 giugno 2025

Dovete consegnare **solamente** la bella copia, per la quale dovete usare il foglio di testo; lo spazio è sufficiente. Scrivete in giusta misura, chiaramente, e in buon italiano; non potete usare calcolatrici, appunti o libri. Scrivete subito il vostro nome, cognome e numero di matricola, e tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore.

Esercizio 1. Introdurre in modo didatticamente valido la matrice di covarianza.

Esercizio 2. Siano $X, Y : \Omega \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$ indipendenti, distribuite tramite $P(X = n) = P(Y = n) = (1/2)^n$.

1. Calcolare $P(\min(X, Y) \leq n)$.
2. Calcolare $P(X = Y)$ e $P(X \leq Y)$.
3. Determinare il raggio di convergenza di $G_X(z)$.
4. Dimostrare che

$$P(X \text{ divide } Y) = \sum_{n \geq 2} \frac{1}{2^n - 1}.$$

Esercizio 3. Enunciare e dimostrare il teorema della classe monotona.