

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Sesto compito di Algebra Lineare a Ingegneria Civile
24 febbraio 2026

Svolgete gli esercizi direttamente sul testo a penna, negli spazi previsti, scrivendo chiaramente in buon italiano. “Scrivere” significa dare solamente il risultato finale, mentre “calcolare”, “risolvere”, “determinare” significa fornire anche il procedimento, almeno in forma schematica. Dovete consegnare solo il foglio del testo: nessun foglio di brutta. Per ogni domanda è indicato il punteggio massimo ottenibile.

Potete usare una calcolatrice non troppo sofisticata, **non** il cellulare; niente libri, appunti o altro. Tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore. I parametri a e b da usare negli esercizi sono la penultima e l’ultima cifra del numero di matricola: scriveteli qua sotto.

$$a = \dots\dots, \quad b = \dots\dots$$

Esercizio 0.1. Sia $F : V \rightarrow V$ un’applicazione lineare. Dare la definizione di sottospazio invariante per F . Supponiamo che $v_1, v_2, \dots, v_5$ sia una base per V i cui primi tre elementi formano una base per un sottospazio invariante. Che forma ha la matrice associata a F rispetto a tale base? 5pt

Esercizio 0.2. Dare la definizione di molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Dare un esempio in cui tali molteplicità sono diverse. 6pt

Esercizio 0.3. Sia L la trasformazione lineare di $\mathbb{R}^2$ che riflette ortogonalmente ciascun punto rispetto alla linea $y = (a + 2)x$.

1. Individuare due autovettori linearmente indipendenti per L 3pt

2. Calcolare la matrice di L rispetto alla base data dai due autovettori.

3pt

3. Sostituendo la linea precedente con la linea $y = (a + 2)x + 1$, l'esercizio continua ad avere senso? Se sì svolgerlo, se no spiegare perché.

4pt

Esercizio 0.4. 1. Lavorando sul campo $\mathbb{R}$, dare la definizione di matrice definita positiva. Dimostrare che, se A è una tale matrice, allora la funzione $\langle u, v \rangle = u^T A v$ è un prodotto scalare.

4pt

2. Dire cosa cambia nel punto precedente se il campo degli scalari è $\mathbb{C}$ invece di $\mathbb{R}$.

5pt