

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Quinto compito di Algebra Lineare a Ingegneria Civile
19 gennaio 2026

Svolgete gli esercizi direttamente sul testo a penna, negli spazi previsti, scrivendo chiaramente in buon italiano. “Scrivere” significa dare solamente il risultato finale, mentre “calcolare”, “risolvere”, “determinare” significa fornire anche il procedimento, almeno in forma schematica. Dovete consegnare solo il foglio del testo: nessun foglio di brutta. Per ogni domanda è indicato il punteggio massimo ottenibile.

Potete usare una calcolatrice non troppo sofisticata, **non** il cellulare; niente libri, appunti o altro. Tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore. I parametri a e b da usare negli esercizi sono la penultima e l’ultima cifra del numero di matricola: scriveteli qua sotto.

$$a = \dots\dots, \quad b = \dots\dots$$

Esercizio 0.1. Sia S un sottoinsieme dello spazio vettoriale V . Dare la definizione corretta del fatto che l’insieme S è linearmente indipendente. Dare, se esiste, un esempio di un insieme linearmente indipendente S che contiene sia il vettore v che $-v$, o dimostrare che un tale esempio non esiste. 5pt

Esercizio 0.2. Sia V lo spazio vettoriale delle matrici 3×3 ad elementi in $\mathbb{R}$. Dire qual è la dimensione di V . Sia W il sottoinsieme delle matrici di rango per colonna minore o uguale a 2. Dire, giustificando la propria affermazione, se W è un sottospazio vettoriale di V . Dire, giustificando la propria affermazione, se il prodotto di due elementi di W è sempre in W . 6pt

Esercizio 0.3. 1. Enunciare il teorema di Cayley-Hamilton, e verificarlo per la matrice 3pt

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Calcolare gli autovalori di A e i corrispondenti autovettori. Diagonalizzare A .

4pt

3. Calcolare $2A^4 - A^{-1} + A^{-2}$.

4pt

4. Calcolare una matrice B tale che $B^4 = A$. Una tale matrice è unica?

4pt

Esercizio 0.4. Calcolare la dimensione ed una base dello spazio delle soluzioni del sistema

4pt

$$x + 2ay + 3z + t = 0$$

$$2x + 4ay + 7z + 4t = 0$$

$$3x + 6ay + 10z + 5t = 0$$