

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Quarto compito di Algebra Lineare a Ingegneria Civile
24 settembre 2025

Svolgete gli esercizi direttamente sul testo a penna, negli spazi previsti, scrivendo chiaramente in buon italiano. “Scrivere” significa dare solamente il risultato finale, mentre “calcolare”, “risolvere”, “determinare” significa fornire anche il procedimento, almeno in forma schematica. Dovete consegnare solo il foglio del testo: nessun foglio di brutta. Per ogni domanda è indicato il punteggio massimo ottenibile.

Potete usare una calcolatrice non troppo sofisticata, **non** il cellulare; niente libri, appunti o altro. Tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore. I parametri a e b da usare negli esercizi sono la penultima e l’ultima cifra del numero di matricola: scriveteli qua sotto.

$$a = \dots\dots, \quad b = \dots\dots$$

Esercizio 0.1. Sia S un sottoinsieme dello spazio vettoriale V . Dare la definizione corretta di $\text{span}(S)$, e dimostrare che è un sottospazio vettoriale di V . 5pt

Esercizio 0.2. Dare la definizione corretta di rango per righe e rango per colonne di una matrice A . 4pt

Esercizio 0.3. Sia

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -a & -i & ai \\ 0 & bi & 2 & 0 \\ a & 1 & 0 & i \end{pmatrix},$$

le cui colonne sono v_1, v_2, v_3, v_4 .

1. Calcolare una base per $\text{span}\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$. 4pt

2. Scrivere e verificare numericamente la disuguaglianza di Schwarz per v_2, v_3 . 4pt

3. Determinare un minore di A di rango massimo. 2pt

Esercizio 0.4. 1. Dare la definizione corretta di polinomio caratteristico di una matrice. 2pt

2. Calcolare il polinomio caratteristico della matrice B formata dalle prime tre colonne della matrice A dell'esercizio precedente. 3pt

3. Determinare una matrice C , diversa da B , che abbia lo stesso polinomio caratteristico di B . 3pt

4. È possibile determinare una matrice D che abbia lo stesso polinomio caratteristico di B ma determinante diverso? Se sì farlo, se no spiegare perché non è possibile. 3pt