

Cognome
Anno imm.

Nome
Matricola

Terzo compito di Algebra Lineare a Ingegneria Civile
11 settembre 2025

Svolgete gli esercizi direttamente sul testo a penna, negli spazi previsti, scrivendo chiaramente in buon italiano. “Scrivere” significa dare solamente il risultato finale, mentre “calcolare”, “risolvere”, “determinare” significa fornire anche il procedimento, almeno in forma schematica. Dovete consegnare solo il foglio del testo: nessun foglio di brutta. Per ogni domanda è indicato il punteggio massimo ottenibile.

Potete usare una calcolatrice non troppo sofisticata, **non** il cellulare; niente libri, appunti o altro. Tenete il libretto universitario sul banco. La durata della prova è di 2 ore. I parametri a e b da usare negli esercizi sono la penultima e l’ultima cifra del numero di matricola: scriveteli qua sotto.

$$a = \dots\dots, \quad b = \dots\dots$$

Esercizio 1. Dare la definizione di matrice elementare. Dimostrare che ogni matrice elementare è invertibile. 6pt

Esercizio 2. Dare la definizione di applicazione lineare. Dimostrare che la composizione di due applicazioni lineari è un’applicazione lineare. 5pt

Esercizio 3. Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l’applicazione lineare definita da

$$Fe_1 = (a, b, 1, 0), \quad Fe_2 = (a, b, 0, 1), \quad Fe_3 = (a, b, 1, -1).$$

- Dire —giustificando la risposta— se F è iniettiva o meno. 2pt

- Dire —giustificando la risposta— se F è suriettiva o meno. 2pt

- Calcolare la matrice di F rispetto alla base canonica del dominio e alla base $(e_1 \ e_1+e_2 \ e_2+e_3 \ e_3+e_4)$ del codominio. 5pt

- Calcolare una base ortogonale (non necessariamente ortonormale) per l'immagine di F . 4pt

- Esercizio 4.** • Diagonalizzare la matrice 3pt

$$(a+2) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Farlo tramite una matrice ortonormale. 3pt