

## PRIMO FOGLIO DI ESERCIZI

- (1) Siano  $A$  l'insieme dei numeri primi,  $C$  l'insieme dei numeri pari,  $D$  l'insieme dei multipli di 4. Si ha:

|          |          |                                 |
|----------|----------|---------------------------------|
| <b>V</b> | <b>F</b> | $3 \in (A \cup C) \setminus D;$ |
| <b>V</b> | <b>F</b> | $3 \in A \cup (C \setminus D);$ |
| <b>V</b> | <b>F</b> | $4 \in A \cup (C \setminus D);$ |

- (2) Siano  $A, B, C$  insiemi. Si ha:

|          |          |                                                                                             |
|----------|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>V</b> | <b>F</b> | $a \in (A \cup C) \setminus D \Leftrightarrow a \notin D \text{ e } a \in A \cup C;$        |
| <b>V</b> | <b>F</b> | $a \in (A \cup C) \setminus D \Leftrightarrow a \in A \text{ oppure } a \in C \setminus D;$ |
| <b>V</b> | <b>F</b> | $a \in P(A \cup B) \Leftrightarrow a \subseteq A \text{ oppure } a \subseteq B.$            |

- (3) Siano  $X, Y$  insiemi. Si ha

|          |          |                                          |
|----------|----------|------------------------------------------|
| <b>V</b> | <b>F</b> | $\emptyset \subseteq Pow(X);$            |
| <b>V</b> | <b>F</b> | $\emptyset \in Pow(X);$                  |
| <b>V</b> | <b>F</b> | $\emptyset \in Pow(X) \setminus Pow(Y);$ |
| <b>V</b> | <b>F</b> | $\emptyset \in Pow(X \setminus Y);$      |

- (4) Sia  $A = \{a, \{a\}, 0, \{a, b\}\}$ , e  $b = \{a\}$ . Si ha:

|          |          |                               |
|----------|----------|-------------------------------|
| <b>V</b> | <b>F</b> | $b \in A \cap Pow(A);$        |
| <b>V</b> | <b>F</b> | $\{b\} \in A \cap Pow(A);$    |
| <b>V</b> | <b>F</b> | $\{a, b\} \in A \cap Pow(A).$ |

- (5) Completare:

$$x \notin A \cap B \Leftrightarrow \dots$$

$$x \notin A \cup B \Leftrightarrow \dots$$

- (6) Dimostrare che

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \subseteq (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

Suggerimento: dobbiamo dimostrare che, se  $x$  appartiene all'insieme di sinistra, deve appartenere anche all'insieme di destra. Notiamo che:

$$x \in (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \Leftrightarrow [x \in (A \setminus B)] \text{ oppure } [x \in (B \setminus A)] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow [x \in A \text{ e } x \notin B] \text{ oppure } [x \in B \text{ e } x \notin A].$$

Quindi, se  $x \in (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ , possiamo distinguere due casi:  $x \in A$  e  $x \notin B$ , oppure  $x \in B$  e  $x \notin A$ .

Per terminare la dimostrazione, basta verificare che, in entrambi i casi, vale:

$$x \in (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

(7) Dimostrare che

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) \subseteq (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

(8) Siano  $A, B, C$  insiemi. Si ha

$$\boxed{\mathbf{V}} \boxed{\mathbf{F}} \quad (A \cup C) \setminus B = (A \setminus B) \cup (C \setminus B);$$

$$\boxed{\mathbf{V}} \boxed{\mathbf{F}} \quad (A \setminus C) \cup B = (A \cup B) \setminus (C \cup B);$$

$$\boxed{\mathbf{V}} \boxed{\mathbf{F}} \quad A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C);$$

(9) Siano  $A, B$  insiemi. Allora:

$$\boxed{\mathbf{V}} \boxed{\mathbf{F}} \quad P(A \cap B) = P(A) \cap P(B);$$

$$\boxed{\mathbf{V}} \boxed{\mathbf{F}} \quad P(A \cup B) = P(A) \cup P(B);$$

$$\boxed{\mathbf{V}} \boxed{\mathbf{F}} \quad P(A \cup B) \subseteq P(A) \cup P(B);$$

$$\boxed{\mathbf{V}} \boxed{\mathbf{F}} \quad P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B).$$

(10) Siano  $X, Y, Z$  insiemi. Si ha

$$\boxed{\mathbf{V}} \boxed{\mathbf{F}} \quad (X \setminus Y) \cap Z = (X \cap Z) \setminus (Y \cap Z);$$

$$\boxed{\mathbf{V}} \boxed{\mathbf{F}} \quad (X \setminus Y) \cap Z = (X \cap Z) \setminus (Y);$$

$$\boxed{\mathbf{V}} \boxed{\mathbf{F}} \quad (X \setminus Y) \cap Z = X \setminus (Y \cap Z);$$

(11) (\*) Siano  $A, B$  insiemi. Dimostrare che

$$P(A \setminus B) \subseteq \{\emptyset\} \cup (P(A) \setminus P(B)).$$

È vero che

$$(P(A) \setminus P(B)) \subseteq P(A \setminus B)?$$

(se la risposta è affermativa, darne una dimostrazione. Se è negativa, fornire un controesempio.)