Secondo Foglio di Esercizi sui Numeri Complessi

(1) Sia $z = 1/2 + i\sqrt{3}/2$: calcolare la forma trigonometrica di z e di z^3. Risolvere lo stesso esercizio per i numeri: $1/2 - i\sqrt{3}/2$, $\sqrt{3}/2 + i/2$ e $3/\sqrt{2} - i3/\sqrt{2}$.

(2) Determinare la parte reale e la parte immaginaria del numero complesso z che ha modulo 2 e argomento $5/6\pi$. Svolgere lo stesso esercizio se il modulo è $\sqrt{2}$ e l'argomento è $5/3\pi$.

(3) Trovare la parte reale, la parte immaginaria, il modulo e l'argomento principale dei seguenti numeri complessi:

$$z = 3, \quad z = -3, \quad z = i - \sqrt{3}, \quad z = -i\pi/2.$$

(4) Sia z il numero complesso $1 + i$. Il numero complesso z^3 è:

V	F	il doppio di $i - 1$;
V	**F**	$2\sqrt{2}(cos(\frac{\pi}{4}) + isen(\frac{\pi}{4}))$;
V	**F**	$2(cos(\frac{\pi}{2}) + isen(\frac{\pi}{2}))$.

(5) Sia $z = \rho(cos(\theta)+isen(\theta))$ un numero complesso non nullo, scritto in forma trigonometrica. Trovare la forma trigonometrica del coniugato $\overline{z}$ di z e la forma trigonometrica dell'inverso moltiplicativo z^{-1} di z. (Suggerimento: il modulo di $\overline{z}$ è uguale al modulo di z mentre l'argomento....)

(6) Trovare un numero complesso z_0 tale che per qualsiasi numero complesso z il numero $z_0 z$ sia ottenuto ruotando il vettore z intorno all'origine in senso antiorario di $\pi/4$ radianti.
Svolgere lo stesso esercizio per la rotazione oraria di $\pi/2$ radianti.

(7) Siano $z = \rho(cos(\theta)+isen(\theta))$ e $z' = \rho'(cos(\theta')+isen(\theta'))$ due numeri complessi in forma trigonometrica. L'argomento di

$$\frac{z^2}{2z'}$$

è:

V	F	$2\theta - \theta'$;
V	**F**	$\frac{\theta^2}{2\theta'}$;
V	**F**	$\theta - \theta'$.

(8) Sia $z = 1/2 + i\sqrt{3}/2$. Determinare il numero $z^{39} - z^{36}$.

(9) Se z è un numero complesso, indichiamo con $|z|$ il suo modulo. Sia ρ la relazione d'equivalenza definita sui numeri complessi da

$$z\rho z' \quad \Leftrightarrow \quad |z| = |z'|.$$

Determinare la classe del numero i ed un insieme di rappresentanti per le classi d'equivalenza di ρ su $\mathbb{C}$.

(10) Se z è un numero complesso non nullo, indichiamo con indichiamo con $Arg(z)$ il suo argomento principale (ad esempio $Arg(1+i) = \pi/4$). Sia ρ la relazione d'equivalenza definita sui numeri complessi da

$$z\rho z' \quad \Leftrightarrow \quad Arg(z) = Arg(z')$$

Determinare la classe del numero i ed un insieme di rappresentanti per le classi d'equivalenza di ρ su $\mathbb{C}$.