

## Prova Scritta di Logica Matematica 18 Settembre 2007

1. Siano  $A$ ,  $B$  e  $C$  le tre formule seguenti:

$$A := \exists y (r(fy, c) \wedge \neg r(y, fc)), \quad B := \forall x (\exists z r(z, x) \wedge \exists y \neg r(y, fx) \rightarrow r(x, x)) \quad C := r(c, c)$$

Utilizzando il metodo di risoluzione, dimostrate che

$$A, B \models C.$$

2. Siano  $F$ ,  $G$  gli enunciati

$$F := \forall x \forall y (r(x, fy) \rightarrow r(fy, x)) \wedge \forall x \neg r(x, a), \quad G := \forall x \forall y (r(x, y) \rightarrow r(y, x)).$$

Dimostra che in ogni interpretazione di Herbrand  $H$  del linguaggio di  $F$  e  $G$ , se  $H \models F$  allora  $H \models G$ . È vero che  $F \models G$ ?

3. Date le clausole

$$C_1 := \{Q(hx, f(v, z))\}, \quad C_2 := \{\neg Q(h(f(x, y)), f(f(x, hy), h(f(a, x))))\}, \quad \neg Q(x, f(y, a))\},$$

Determinare l'insieme delle clausole derivabili con un singolo passo di risoluzione da  $C_1, C_2$ , giustificando in particolare la presenza o meno nell'insieme della clausola vuota.

4. Sia  $\mathcal{L} = \{\epsilon, [ \ ]\}$  l'usuale linguaggio per le liste. Scrivere un programma PROLOG che definisca il predicato  $shift(Y, Z)$  la cui semantica è:

*la lista  $Z$  è uguale alla lista ottenuta dalla lista  $Y$  spostando gli elementi della lista di un posto verso destra, eccetto per l'ultimo elemento che diventa il primo nella nuova lista (ad esempio, lo shift della lista  $[a, b, c]$  è  $[c, a, b]$ , mentre lo shift della lista vuota è la lista vuota).*

5. Siano  $P_1, P_2$  due programmi PROLOG e  $M_{P_1}, M_{P_2}$  i risettivi modelli minimi. Sia inoltre  $M_{P_1 \cup P_2}$  il modello minimo del programma  $P_1 \cup P_2$ . Determinare quali delle affermazioni seguenti sono corrette, giustificando adeguatamente le risposte.

(a)  $M_{P_1 \cup P_2} \subseteq M_{P_1} \cup M_{P_2}$ ;

(b)  $M_{P_1} \cup M_{P_2} \subseteq M_{P_1 \cup P_2}$ .