

Esercizi di Metodi Formali I

23 novembre 2012

1. Determinare se esiste una bisimulazione tra le seguenti coppie $(M, w), (N, v)$ di modelli di Kripke (in caso positivo, indicare la bisimulazione):

- $D^M = \{0, 1, 2\}$, $R^M = \{(0, 1), (0, 2), (2, 2)\}$, $p^M = \{0\}$, $q^M = \{1, 2\}$, $w = 0$;
 $D^N = \{0, 1, 2\}$, $R^N = \{(0, 1), (1, 2)\}$, $p^N = \{0\}$, $q^N = \{1, 2\}$, $v = 0$.
- M, w come sopra ;
 $D^N = \mathbb{N} \cup \{*\}$, $R^N = \{(n, n+1) : n \in \mathbb{N}\} \cup \{(0, *)\}$, $p^N = \{0\}$, $q^N = \{*, 1, 2, 3, \dots\}$, $v = 0$,
- $D^M = \{0, 1\}$, $R^M = \{(0, 1), (1, 0)\}$, $p^M = \{0\}$, $q^M = \{1\}$, $w = 0$;
 $D^N = \{0\}$, $R^N = \{(0, 0)\}$, $p^N = \{0\}$, $q^N = \{0\}$, $v = 0$.
- Come nell'esercizio precedente ma ora tutti gli stati verificano P e non verificano Q .
- $D^M = \mathbb{N}$, $R^M = \{(0, 1), (0, 2), (2, 3), (0, 4), (4, 5), (5, 6), (0, 7), (7, 8), (8, 9), (9, 10), (0, 11), \dots\}$,
 $w = 0$; N è come M ma 0 è riflessivo.

2. Quali delle seguenti formule di CTL sono equivalenti? Per quelle che non lo sono, esibire un modello che rende vera una delle due formule e falsa l'altra:

- (a) $EF(P \vee Q)$, $EF(P) \vee EF(Q)$;
- (b) $AF(P \vee Q)$, $AF(P) \vee AF(Q)$;
- (c) $A(P \cup (A(Q \cup R)))$; $A(A(P \cup Q) \cup R)$.

3. Considera le seguenti proprietà dei modelli di Kripke:

- (a) *dallo stato corrente parte un cammino finito che arriva ad uno stato riflessivo;*
- (b) *da ogni stato dove vale P , raggiungibile dallo stato corrente, parte un cammino finito che arriva ad uno stato dove vale Q .*
- (c) *Dallo stato corrente, dopo due passi si raggiunge sempre uno stato che verifica P .*
- (d) *Ogni cammino che parte dallo stato corrente raggiunge in un numero finito di passi uno stato che verifica P .*
- (e) *Ogni cammino che parte dallo stato corrente raggiunge in un numero finito di passi uno stato a partire dal quale ogni stato raggiungibile verifica P .*
- (f) *dallo stato corrente parte un cammino infinito dove vale alternativamente P e $\neg P$;*
- (g) *dallo stato corrente esistono due cammini infiniti che hanno in comune solo lo stato iniziale.*

Stabilisci se queste proprietà sono invarianti per bisimulazione e se sono esprimibili in logica modale, nel μ -calcolo o in MSO , determinando, se possibile, formule del linguaggio equivalenti alla proprietà considerata.