Progetto PoCN: Proof of Concept Network
supportato da AREA Science Park e finanziato dal MIUR

SISTEMA AUTOMATICO PER L'ORIENTAMENTO CORRETTO DI PEZZI DI PRODUZIONE

Franco Blanchini, Giulia Giordano

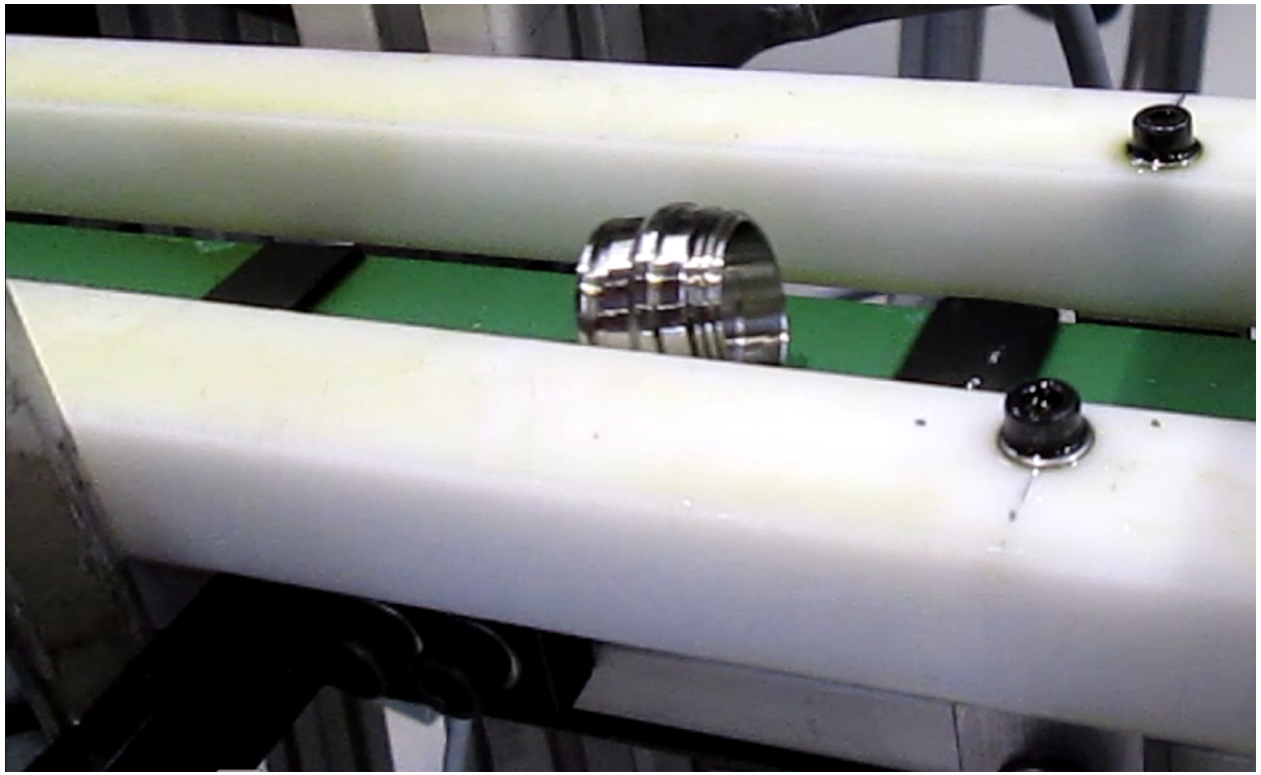
Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche

Università degli Studi di Udine

Udine, 6 aprile 2016

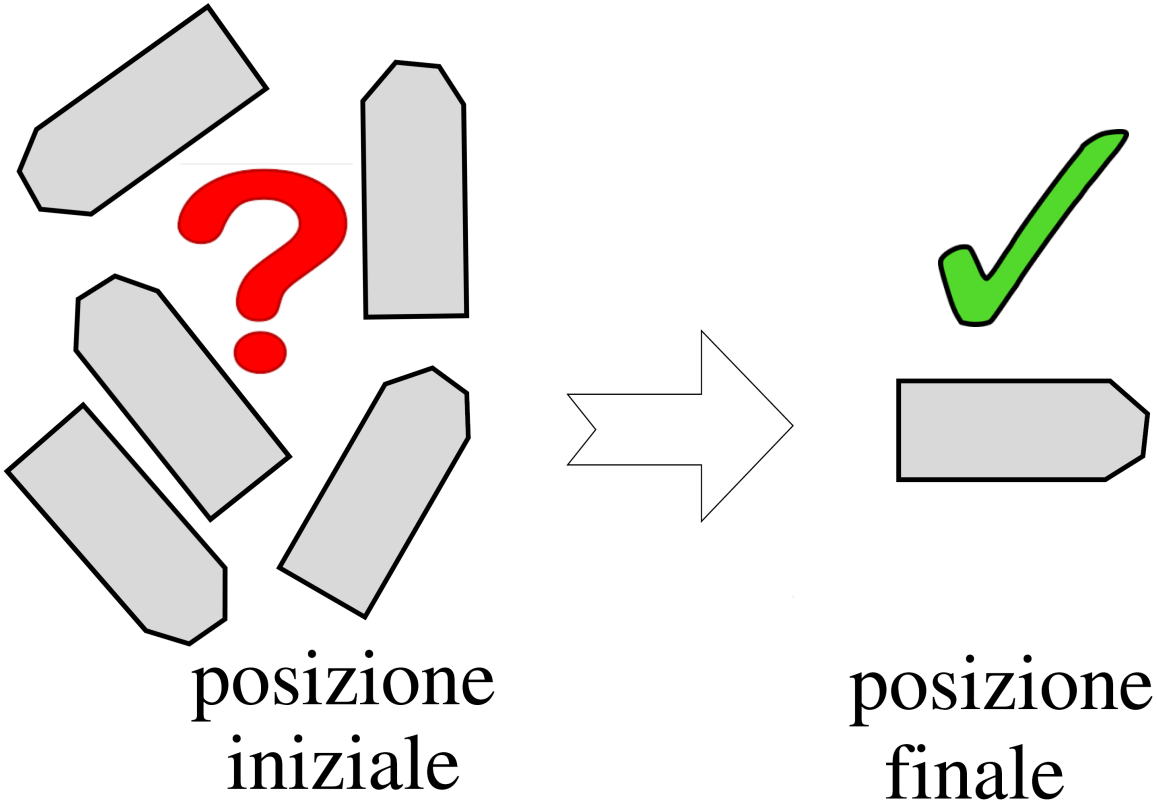
Il problema

Pezzi lavorati, movimentati da un **nastro trasportatore**...



Il problema

...arrivano sul nastro in **posizione casuale**!



Vanno **orientati correttamente**, per permetterne
la manipolazione e l'imballaggio automatico nelle fasi successive.

Il problema

Ipotesi:

- pezzi fermi rispetto al nastro;
- pezzi distanziati;
- pezzi indeformabili.

Il problema

Ipotesi:

- pezzi fermi rispetto al nastro;
- pezzi distanziati;
- pezzi indeformabili.

Obiettivi:

- **orientare il pezzo** in una posizione finale prestabilita;

Il problema

Ipotesi:

- pezzi fermi rispetto al nastro;
- pezzi distanziati;
- pezzi indeformabili.

Obiettivi:

- **orientare il pezzo** in una posizione finale prestabilita;
- non rallentare lo scorrimento del pezzo sul nastro;

Il problema

Ipotesi:

- pezzi fermi rispetto al nastro;
- pezzi distanziati;
- pezzi indeformabili.

Obiettivi:

- **orientare il pezzo** in una posizione finale prestabilita;
- non rallentare lo scorrimento del pezzo sul nastro;
- non urtare violentemente il pezzo;

Il problema

Ipotesi:

- pezzi fermi rispetto al nastro;
- pezzi distanziati;
- pezzi indeformabili.

Obiettivi:

- **orientare il pezzo** in una posizione finale prestabilita;
- non rallentare lo scorrimento del pezzo sul nastro;
- non urtare violentemente il pezzo;
- eseguire l'operazione **prima dell'arrivo del pezzo successivo**.

Soluzioni

Possibili soluzioni:

1. **statica**: “trappole” a invito, con geometria fissata (sviluppo, calibrazione, ad hoc, incastri);

Soluzioni

Possibili soluzioni:

1. **statica**: "trappole" a invito, con geometria fissata (sviluppo, calibrazione, ad hoc, incastri);
2. **semi-statica**: dispositivi permanenti, movimentati all'occorrenza
   (più flessibile, richiede videocamera);

Soluzioni

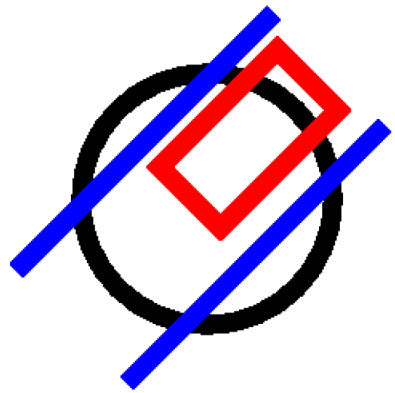
Possibili soluzioni:

1. **statica**: "trappole" a invito, con geometria fissata (sviluppo, calibrazione, ad hoc, incastri);
2. **semi-statica**: dispositivi permanenti, movimentati all'occorrenza (più flessibile, richiede videocamera);
3. **dinamica**: dispositivo mobile che identifica la posizione dei pezzi e li orienta (massima flessibilità, robusta, affidabile).

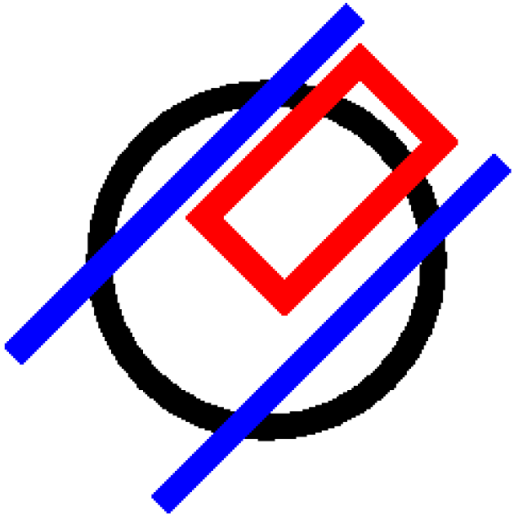
Soluzioni

Possibili soluzioni:

1. **statica**: "trappole" a invito, con geometria fissata (sviluppo, calibrazione, ad hoc, incastri);
2. **semi-statica**: dispositivi permanenti, movimentati all'occorrenza (più flessibile, richiede videocamera);
3. **dinamica**: dispositivo mobile che identifica la posizione dei pezzi e li orienta (massima flessibilità, robusta, affidabile).



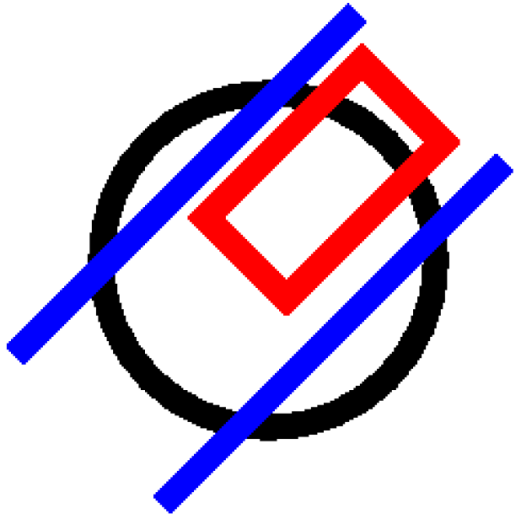
Soluzione dinamica



Dispositivo mobile: **sponde** parallele e piane, controllate, possono

- ruotare in entrambi i sensi;
- avvicinarsi/allontanarsi.

Soluzione dinamica

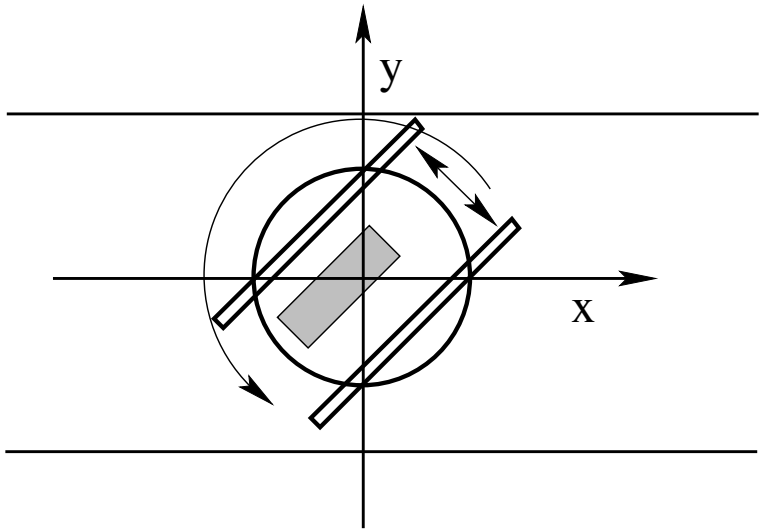


Dispositivo mobile: **sponde** parallele e piane, controllate, possono

- ruotare in entrambi i sensi;
- avvicinarsi/allontanarsi.

1. **Videocamera e algoritmo di stima** per individuare la posizione del **pezzo**;
2. **Algoritmo di controllo** per movimentare le **sponde**, afferrare (fase di aggancio) e orientare (fase di rilascio) il **pezzo**.

Soluzione dinamica



Dispositivo mobile: **sponde** parallele e piane, controllate, possono

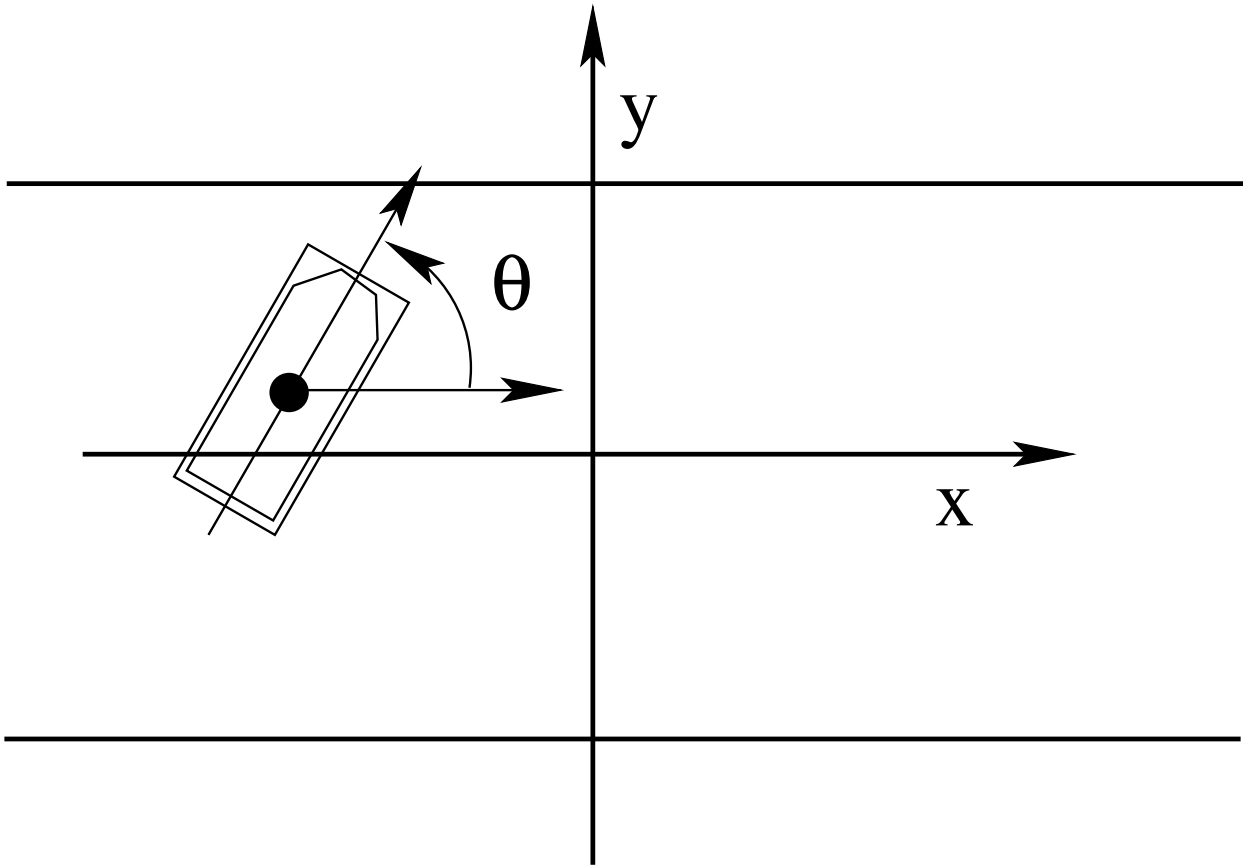
- ruotare in entrambi i sensi;
- avvicinarsi/allontanarsi.

1. **Videocamera e algoritmo di stima** per individuare la posizione del **pezzo**;
2. **Algoritmo di controllo** per movimentare le **sponde**, afferrare (fase di aggancio) e orientare (fase di rilascio) il **pezzo**.

Sistema di riferimento

Pezzo $\rightarrow$ rettangolo di ingrombro: **centro** (x_0, y_0), **orientazione** θ

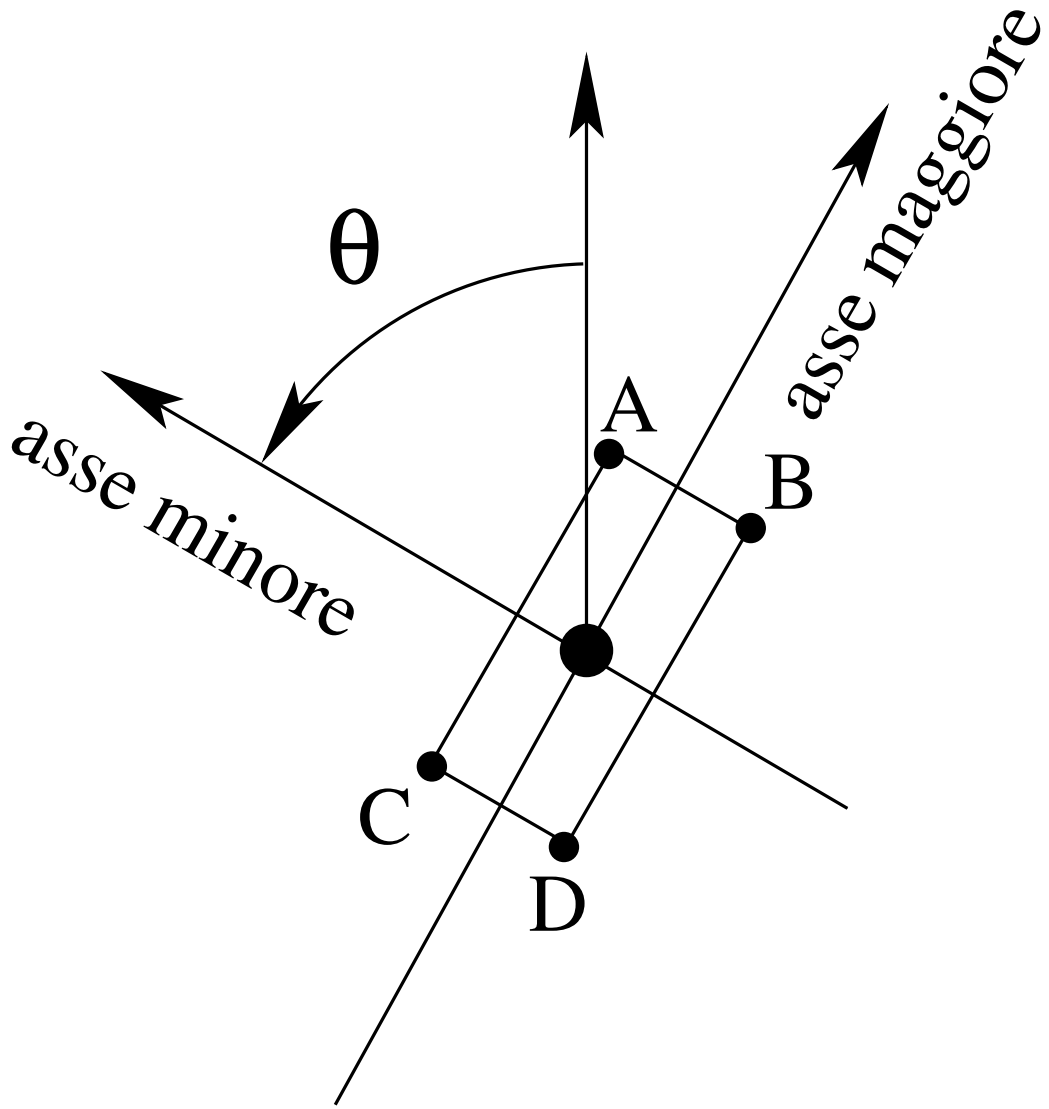
Nastro: velocità di scorrimento v**, larghezza** $2L$



$$-L \leq y \leq L$$

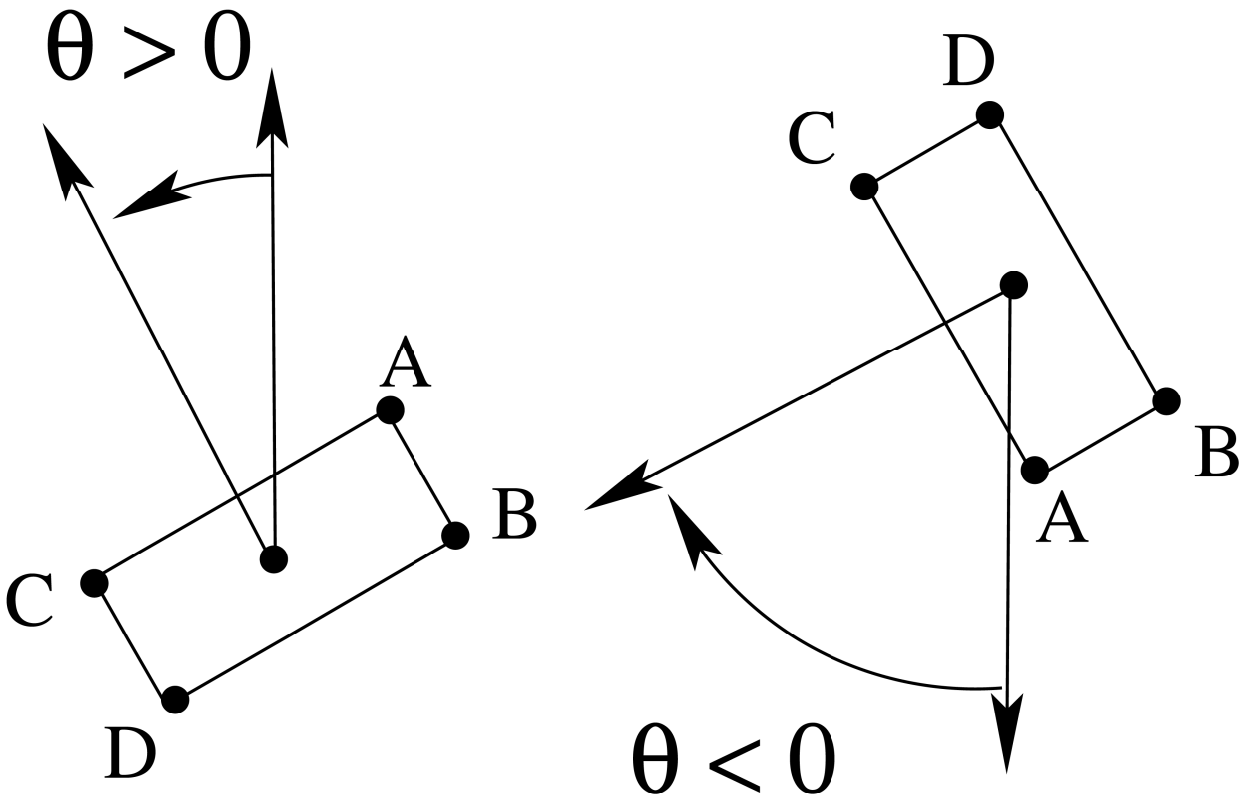
$$x(t) = x(t_0) + vt, \quad y(t) = y(t_0), \quad \theta(t) = \theta(t_0) = \Theta$$

Posizione iniziale del pezzo: convenzioni



Posizione iniziale del pezzo: orientazione positiva e negativa

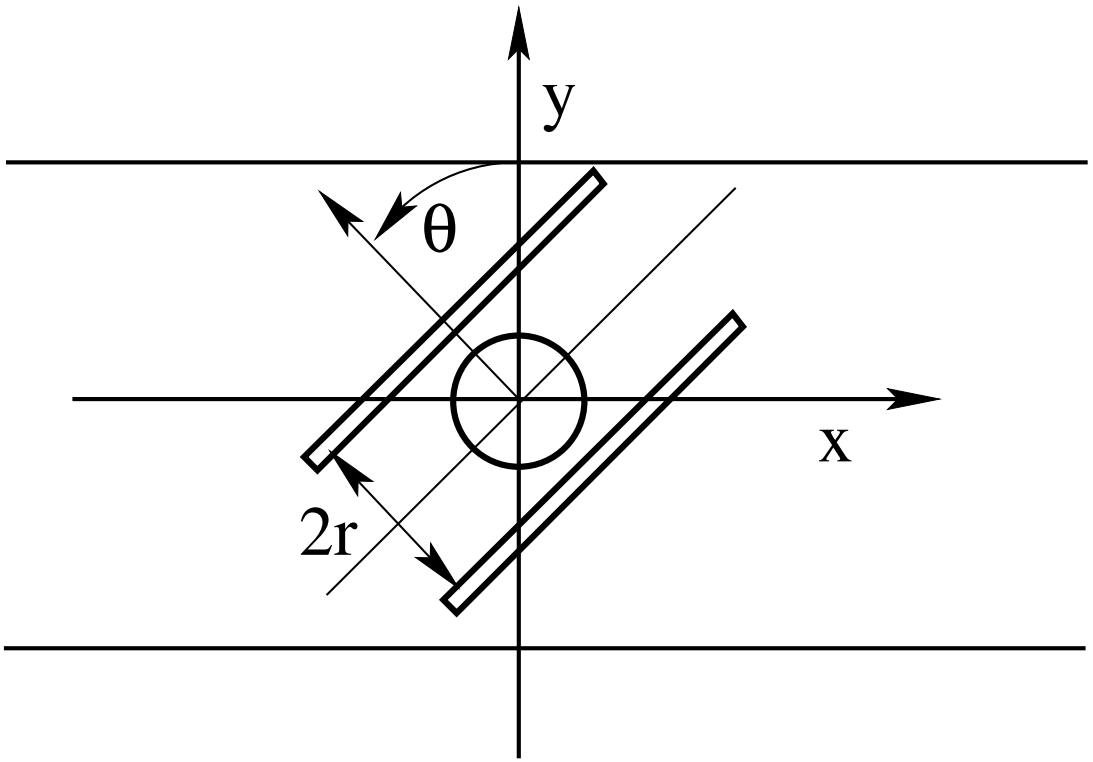
$$-\frac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}$$



$$x_i(t) = x_i(t_0) + vt, \quad y_i(t) = y_i(t_0), \quad i \in \{A, B, C, D, o\}$$

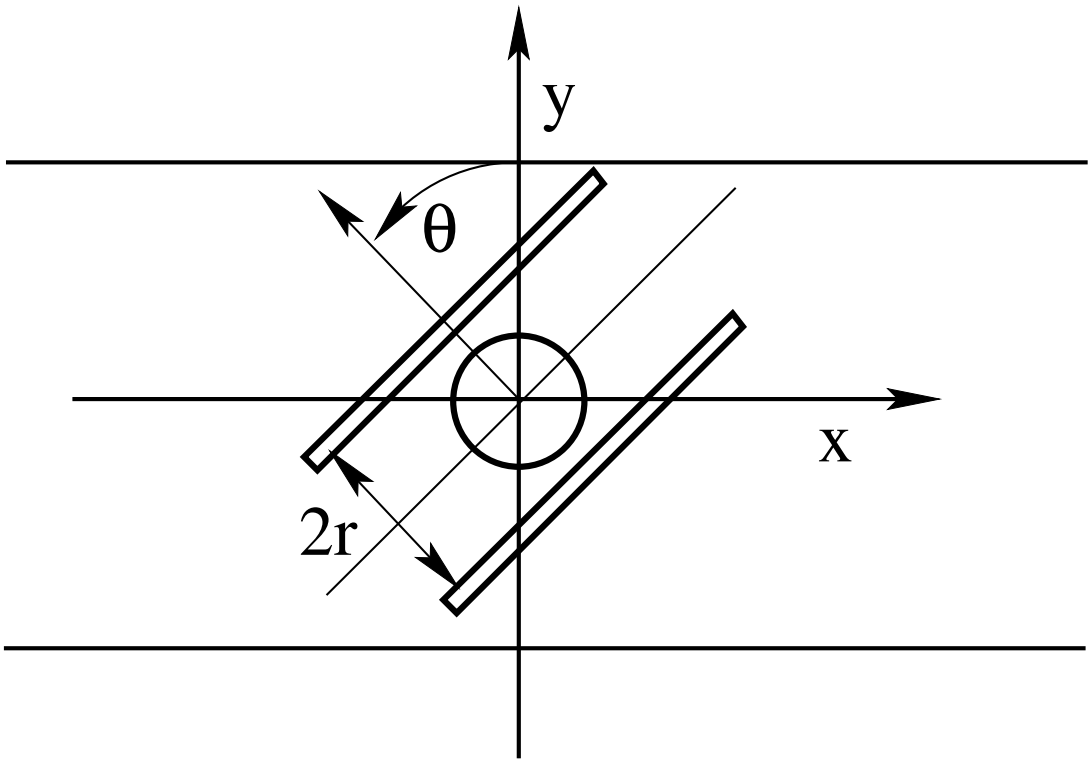
Dispositivo mobile: gradi di libertà

- rotazione rispetto all'asse verticale, angolo $\theta(t)$;
- apertura simmetrica, semi-distanza $r_1(t) = r_2(t) = r(t)$.



Dispositivo mobile: gradi di libertà

- rotazione rispetto all'asse verticale, angolo $\theta(t)$;
- apertura simmetrica, semi-distanza $r_1(t) = r_2(t) = r(t)$.

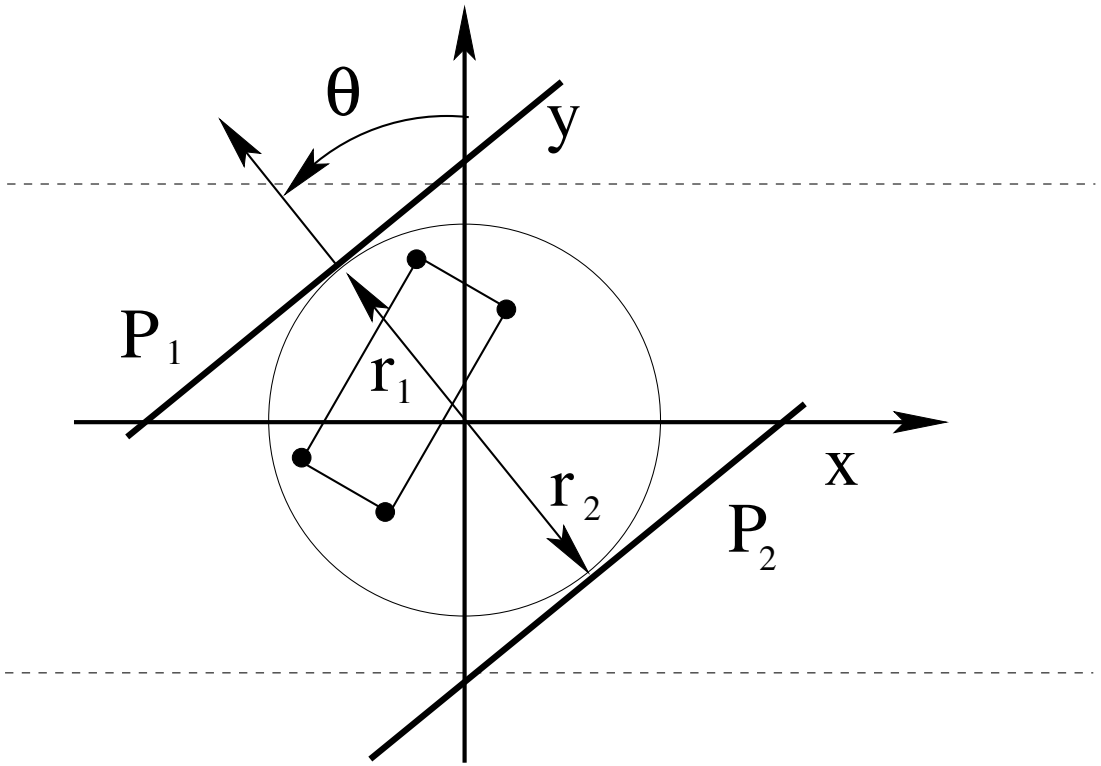


$$d \leq r(t) \leq R$$

- d maggiore di semi-lato minore del rettangolo di ingombro;
- $R > L$, semi-larghezza del nastro trasportatore.

Dispositivo mobile: rotazione

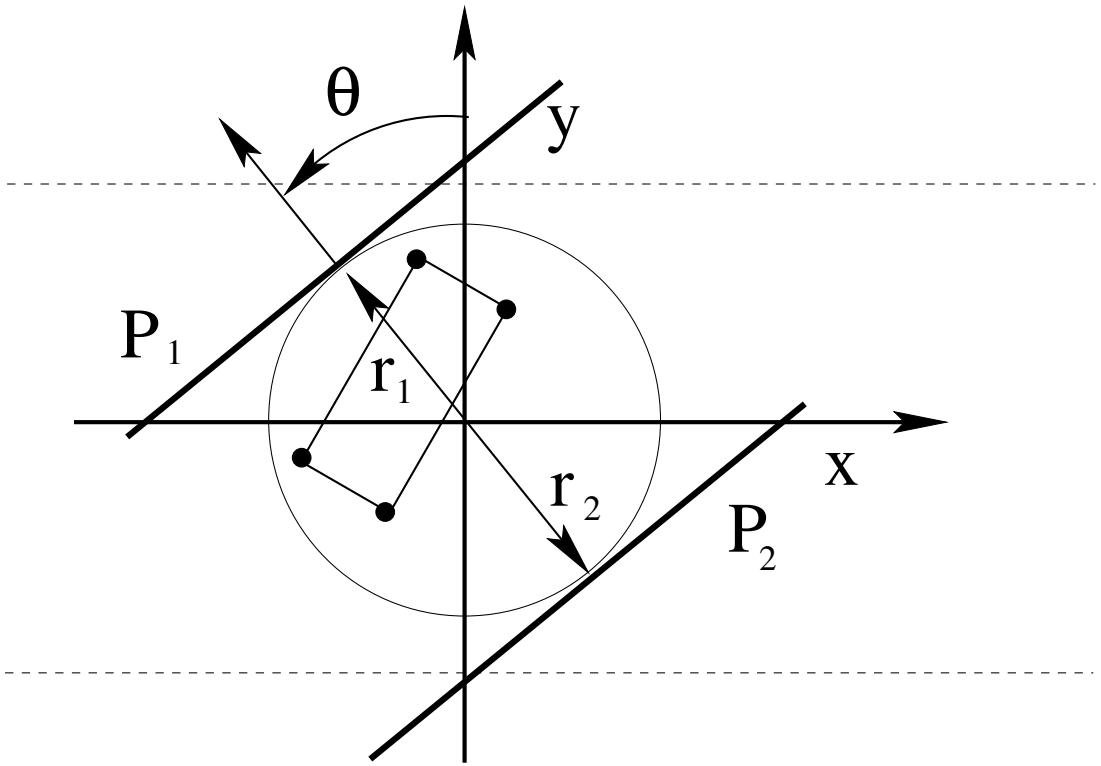
Centro di rotazione: origine degli assi



Le sponde si trovano sulle rette $-x\sin(\theta)+y\cos(\theta)=\pm r$

Dispositivo mobile: rotazione

Centro di rotazione: origine degli assi



Le sponde si trovano sulle rette $-x\sin(\theta)+y\cos(\theta)=\pm r$

Condizione di non collisione

$$-r \leq -x_i\sin(\theta)+y_i\cos(\theta) \leq r$$

Contatto: bilatero e unilatero

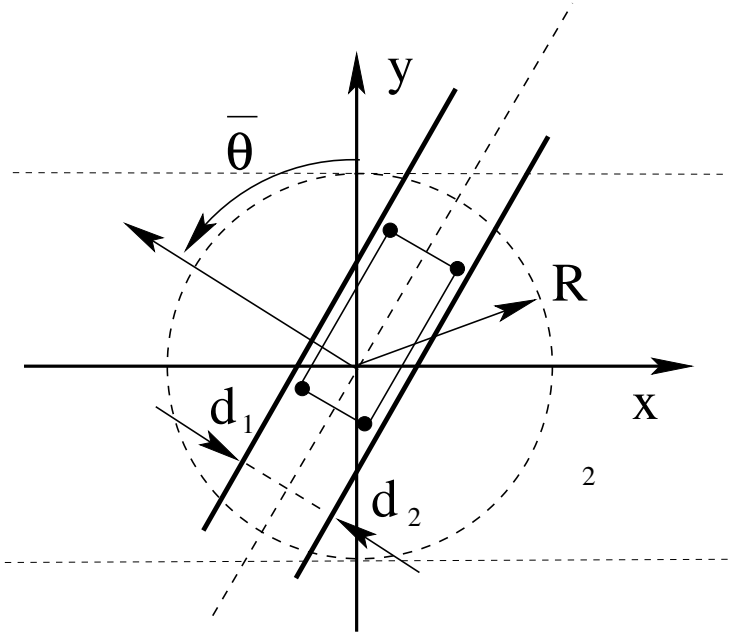
Studio del problema a ritroso:

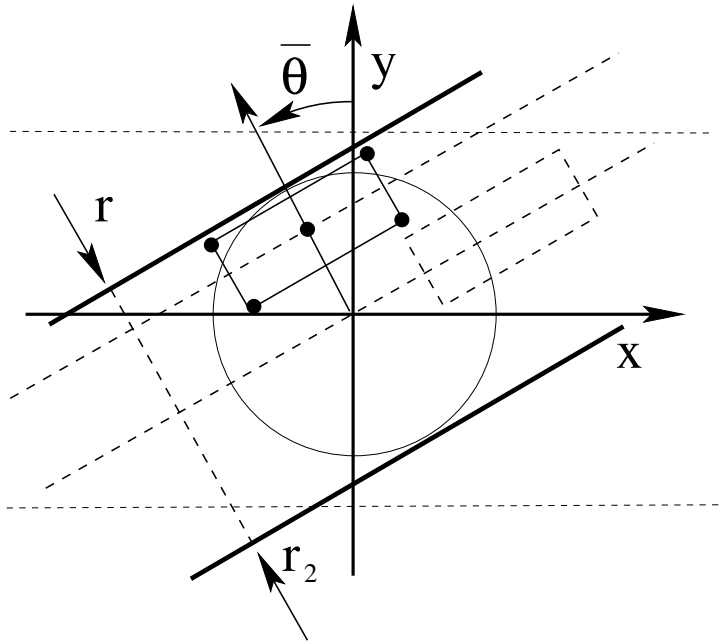
$\tau = t_c - t$, t_c **istante di contatto**

Contatto: bilatero e unilatero

Studio del problema a ritroso:

$\tau = t_c - t$, t_c **istante di contatto**





- Contatto **bilatero**: sponde toccano simultaneamente il pezzo
- Contatto **unilatero**: una sponda tocca il pezzo per prima

Bilatero o unilatero? Criterio discriminante

- Contatto **bilatero**: se, all'istante (t_c) in cui l'asse **maggiore** del rettangolo passa per l'origine,

$$\text{atan2}(y_o(t_c), x_o(t_c)) = \text{atan2}(y_o(t_0), x_o(t_0) + vt_c) = \Theta,$$

il rettangolo è **contenuto nel cerchio** con centro nell'origine e raggio R,

$$\sqrt{x_i(t_c)^2 + y_i(t_c)^2} \leq R.$$

Bilatero o unilatero? Criterio discriminante

- Contatto **bilatero**: se, all'istante (t_c) in cui l'asse **maggiore** del rettangolo passa per l'origine,

$$\text{atan2}(y_o(t_c), x_o(t_c)) = \text{atan2}(y_o(t_0), x_o(t_0) + vt_c) = \Theta,$$

il rettangolo è **contenuto nel cerchio** con centro nell'origine e raggio R,

$$\sqrt{x_i(t_c)^2 + y_i(t_c)^2} \leq R.$$

- Contatto **unilatero**: altrimenti, t_c è quando l'asse **minore** del rettangolo passa per l'origine,

$$\text{atan2}(y_o(t_c), x_o(t_c)) = \text{atan2}(y_o(t_0), x_o(t_0) + vt_c) = \Theta + \frac{\pi}{2}.$$

Bilatero o unilatero? Criterio discriminante

- Contatto **bilatero**: se, all'istante (t_c) in cui l'asse **maggiore** del rettangolo passa per l'origine,

$$\text{atan2}(y_o(t_c), x_o(t_c)) = \text{atan2}(y_o(t_0), x_o(t_0) + vt_c) = \Theta,$$

il rettangolo è **contenuto nel cerchio** con centro nell'origine e raggio R,

$$\sqrt{x_i(t_c)^2 + y_i(t_c)^2} \leq R.$$

- Contatto **unilatero**: altrimenti, t_c è quando l'asse **minore** del rettangolo passa per l'origine,

$$\text{atan2}(y_o(t_c), x_o(t_c)) = \text{atan2}(y_o(t_0), x_o(t_0) + vt_c) = \Theta + \frac{\pi}{2}.$$

Criticità:
discontinuità, contatto in posizioni molto distanti dal centro

Bilatero o unilatero? Altro criterio: ottimizzazione

t_c minimizza il funzionale

$$\phi(t) = \max\left\{\delta_A^2(t), \delta_B^2(t), \delta_C^2(t), \delta_D^2(t), \mu^2 \frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2}\right\},$$

Bilatero o unilatero? Altro criterio: ottimizzazione

t_c minimizza il funzionale

$$\phi(t) = \max\left\{\delta_A^2(t), \delta_B^2(t), \delta_C^2(t), \delta_D^2(t), \mu^2 \frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2}\right\},$$

$\delta_i{}^2(t) = (x_i(t_0) + vt)^2 + y_i^2(t_0)^2$: **distanza del punto dall'origine**,

Bilatero o unilatero? Altro criterio: ottimizzazione

t_c minimizza il funzionale

$$\phi(t) = \max\left\{\delta_A^2(t), \delta_B^2(t), \delta_C^2(t), \delta_D^2(t), \mu^2 \frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2}\right\},$$

$\delta_i{}^2(t) = (x_i(t_0) + vt)^2 + y_i^2(t_0)^2$: **distanza del punto dall'origine**,

$\delta_{i0}{}^2(t) = (-\sin(\Theta)(x_i(t_0) + vt) + \cos(\Theta)y_i(t_0))^2$:
distanza del punto dalla retta $-\sin(\Theta)x + \cos(\Theta)y = 0$,
passante per l'origine, parallela all'asse maggiore del rettangolo

Bilatero o unilatero? Altro criterio: ottimizzazione

t_c minimizza il funzionale

$$\phi(t) = \max\left\{\delta_A^2(t), \delta_B^2(t), \delta_C^2(t), \delta_D^2(t), \mu^2 \frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2}\right\},$$

$\delta_i{}^2(t) = (x_i(t_0) + vt)^2 + y_i^2(t_0)^2$: **distanza del punto dall'origine**,

$\delta_{i0}{}^2(t) = (-\sin(\Theta)(x_i(t_0) + vt) + \cos(\Theta)y_i(t_0))^2$:
distanza del punto dalla retta $-\sin(\Theta)x + \cos(\Theta)y = 0$,
passante per l'origine, parallela all'asse maggiore del rettangolo

μ: **coefficiente** per privilegiare il contatto bilatero

Bilatero o unilatero? Altro criterio: ottimizzazione

t_c minimizza il funzionale

$$\phi(t) = \max\left\{\delta_A^2(t), \delta_B^2(t), \delta_C^2(t), \delta_D^2(t), \mu^2 \frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2}\right\},$$

Scelta di μ?

Bilatero o unilatero? Altro criterio: ottimizzazione

t_c minimizza il funzionale

$$\phi(t) = \max\left\{\delta_A^2(t), \delta_B^2(t), \delta_C^2(t), \delta_D^2(t), \mu^2 \frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2}\right\},$$

Scelta di μ?

$$\frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2} \geq d^2 \quad \text{sempre,}$$

contatto bilatero se max dato da $\mu^2 \frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2}$ con valore d^2:

$$\min_t \phi(t) = \phi(t_c) = \mu^2 d^2$$

Bilatero o unilatero? Altro criterio: ottimizzazione

t_c minimizza il funzionale

$$\phi(t) = \max\left\{\delta_A^2(t), \delta_B^2(t), \delta_C^2(t), \delta_D^2(t), \mu^2 \frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2}\right\},$$

Scelta di μ?

$$\frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2} \geq d^2 \quad \text{sempre,}$$

contatto bilatero se max dato da $\mu^2 \frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2}$ con valore d^2:

$$\min_t \phi(t) = \phi(t_c) = \mu^2 d^2$$

$$\mu = \frac{\max\{\delta_A, \delta_B, \delta_C, \delta_D\}}{d}$$

$\rightarrow$ contatto bilatero, a meno che $\mu^2 d^2 < \max\{\delta_A^2, \delta_B^2, \delta_C^2, \delta_D^2\}$

Bilatero o unilatero? Altro criterio: ottimizzazione

Alternativa: considerare la **distanza del baricentro dall'origine**

t_c minimizza il funzionale

$$\phi(t) = \max\left\{\delta_0^2(t), \mu^2 \frac{\delta_{A0}(t)^2 + \delta_{B0}(t)^2}{2}\right\},$$

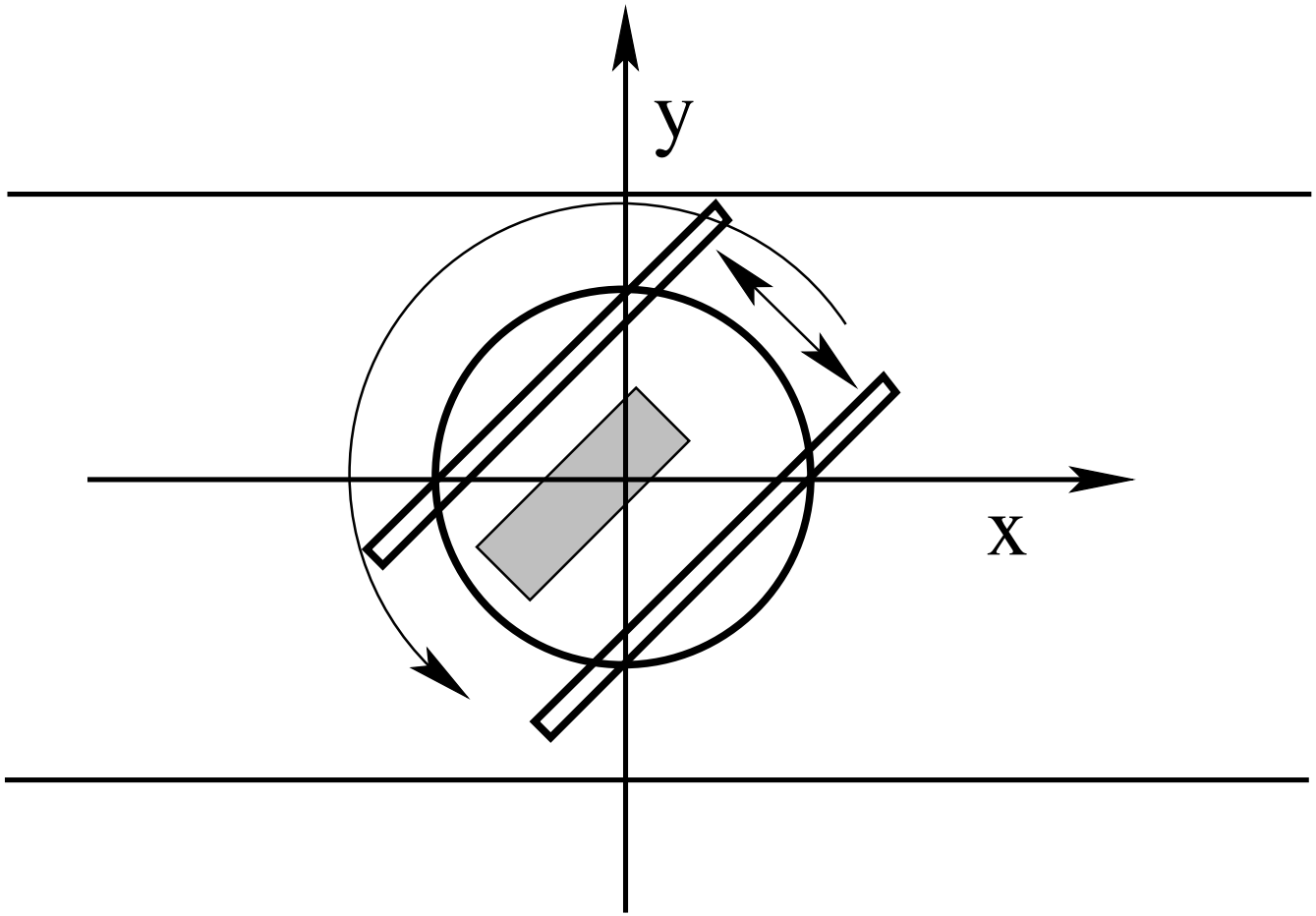
dove

$$\delta_0^2(t) = (x_o(t_0) + vt)^2 + (y_o(t_0))^2,$$

$$x_o(t_0) = \frac{x_A(t_0) + x_B(t_0) + x_C(t_0) + x_D(t_0)}{4},$$

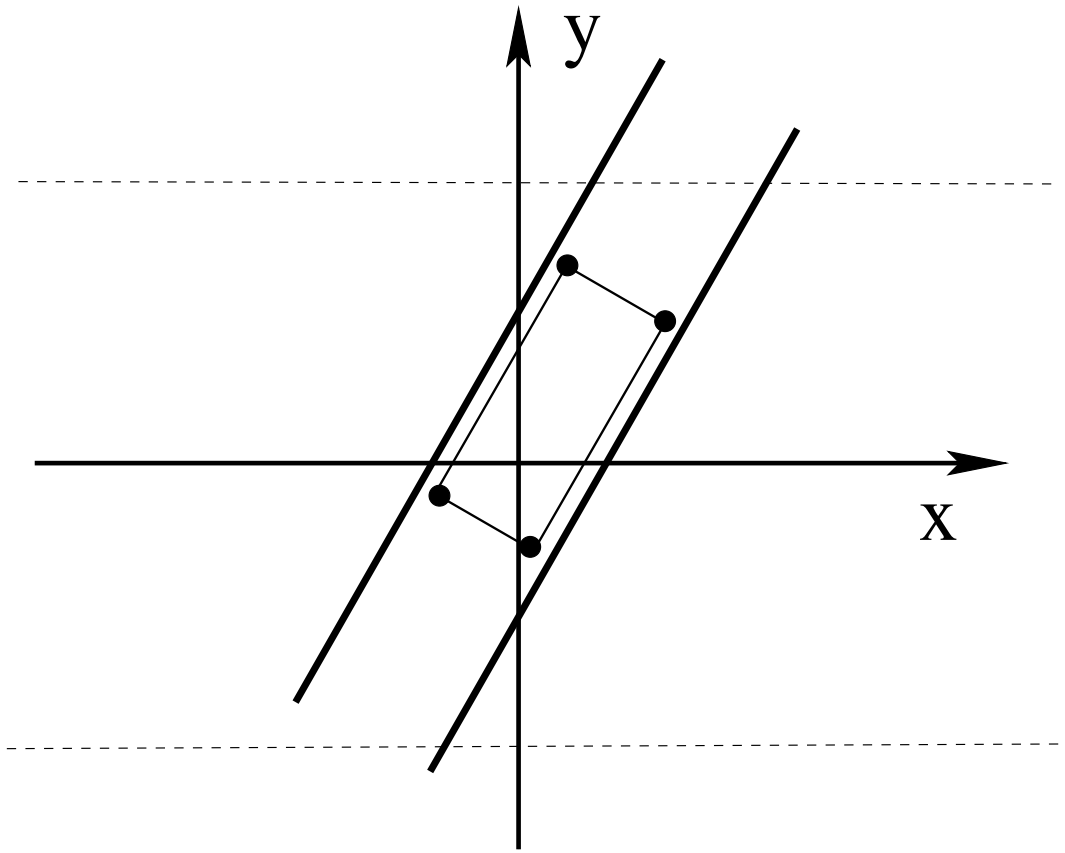
$$y_o(t_0) = \frac{y_A(t_0) + y_B(t_0) + y_C(t_0) + y_D(t_0)}{4}.$$

Movimentazione delle sponde

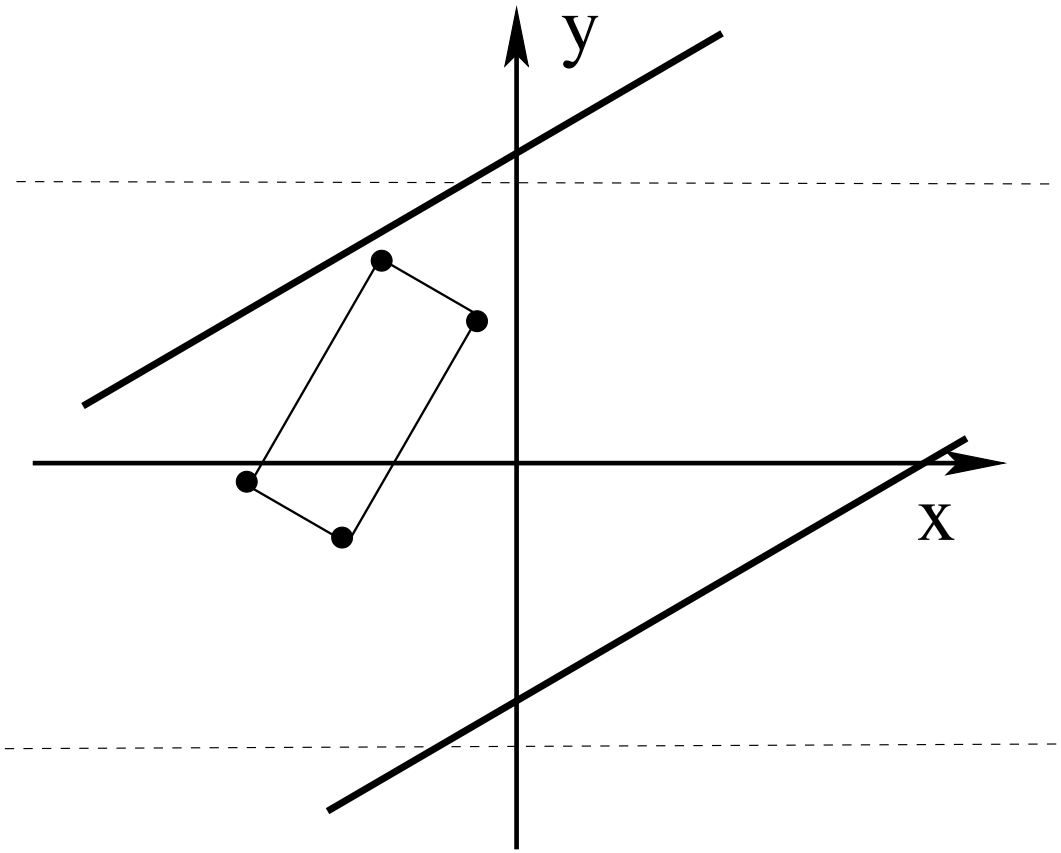


- u: **velocità di apertura/chiusura delle sponde**, costante;
- ω: **velocità di rotazione delle sponde**, costante.

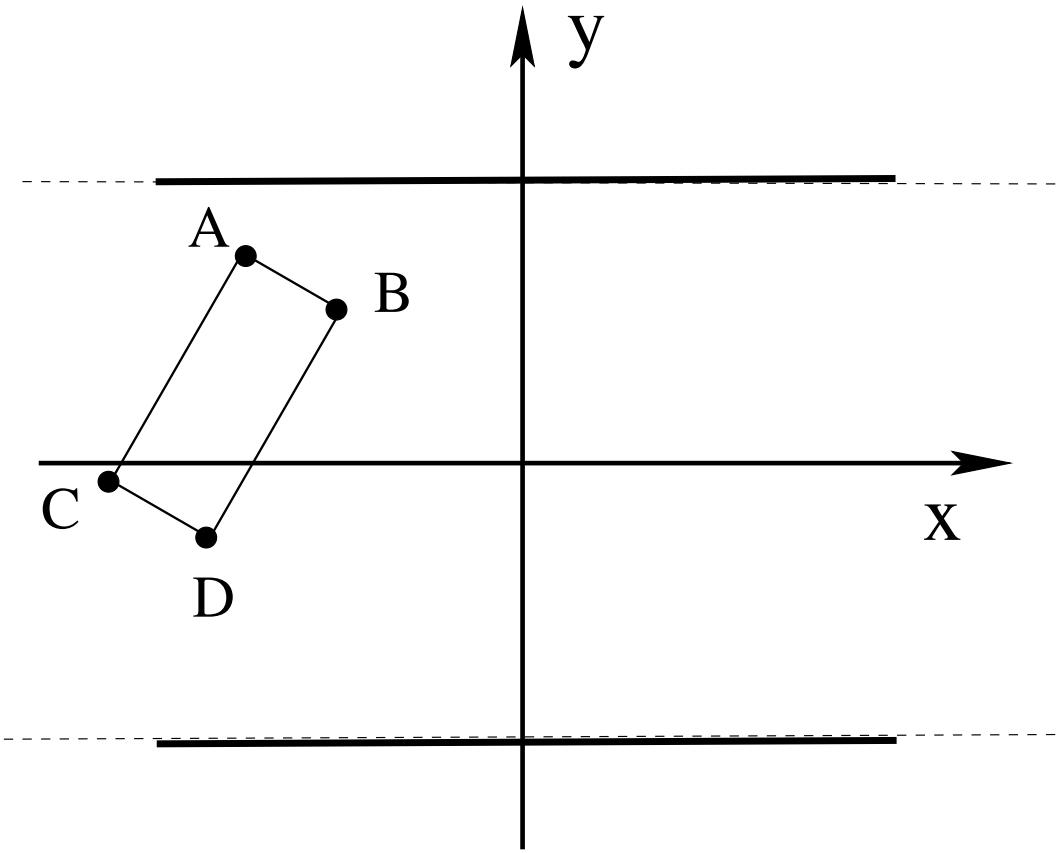
Contatto bilatero



Contatto bilatero



Contatto bilatero



Contatto bilatero

All'istante di contatto, $t_c = 0$,
le sponde devono essere a **distanza** d con **angolo** Θ.

Angolo:

$$\theta(\tau) = \max\{\Theta - \omega\tau, 0\}.$$

Distanza:

$$r(\tau) = \min\{d + u\tau, R\}.$$

Non collisione:

$$-r(\tau) \leq x_i(\tau)\sin(\theta(\tau)) + y_i(\tau)\cos(\theta(\tau)) \leq r(\tau)$$

Contatto bilatero: condizioni

La condizione

$$-(x_A(0) - v\tau)\sin(\Theta - \omega\tau) + y_A(0)\cos(\Theta - \omega\tau) \leq \ r(\tau)$$

deve essere verificata finchè $\Theta - \omega\tau \geq 0$ e $d + u\tau \leq R$.

Contatto bilatero: condizioni

La condizione

$$-(x_A(0) - v\tau)\sin(\Theta - \omega\tau) + y_A(0)\cos(\Theta - \omega\tau) \leq \; r(\tau)$$

ovvero

$$\underbrace{-x_A(0)\sin(\Theta - \omega\tau) + y_A(0)\cos(\Theta - \omega\tau)}_{\text{termine di posizione}} + \underbrace{v\tau\sin(\Theta - \omega\tau)}_{\text{termine di trasporto}} \leq \underbrace{d + u\tau}_{\text{apertura}}$$

deve essere verificata finchè $\Theta - \omega\tau \geq 0$ e $d + u\tau \leq R$.

Contatto bilatero: condizioni

La condizione

$$-(x_A(0)-v\tau)\sin(\Theta-\omega\tau)+y_A(0)\cos(\Theta-\omega\tau)\leq\ r(\tau)$$

ovvero

$$\underbrace{-x_A(0)\sin(\Theta-\omega\tau)+y_A(0)\cos(\Theta-\omega\tau)}_{\text{termine di posizione}}+\underbrace{v\tau\sin(\Theta-\omega\tau)}_{\text{termine di trasporto}}\leq\underbrace{d+u\tau}_{\text{apertura}}$$

deve essere verificata finchè $\Theta-\omega\tau\geq 0$ e $d+u\tau\leq R$.

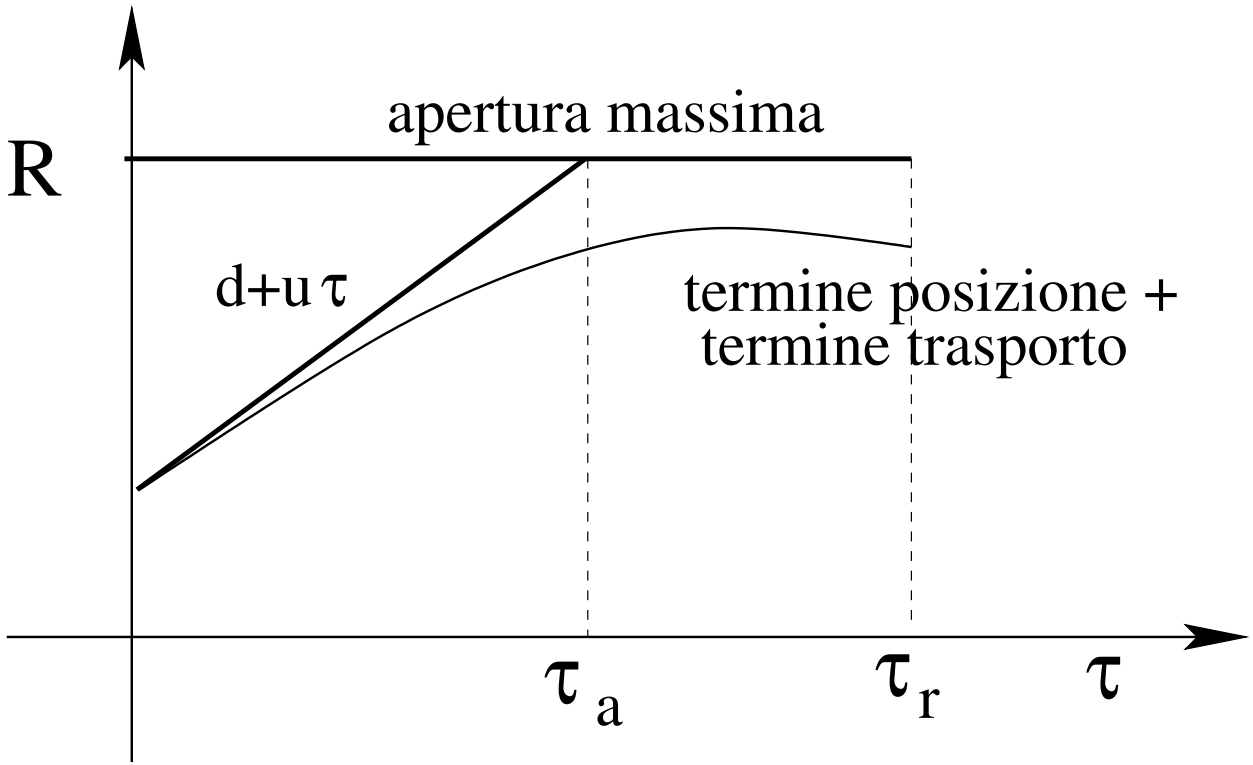
Tempo di rotazione: $\Theta-\omega\tau_r=0$.

Tempo di apertura: $d+u\tau_a=R$.

Quando la rotazione è avvenuta completamente $\rightarrow$ sponde orizzontali $\rightarrow$ collisione non più possibile.

Contatto bilatero: condizioni

$$\underbrace{-x_A(0)\sin(\Theta-\omega\tau)+y_A(0)\cos(\Theta-\omega\tau)}_{\text{termine di posizione}}+\underbrace{v\tau\sin(\Theta-\omega\tau)}_{\text{termine di trasporto}}\leq\underbrace{d+u\tau}_{\text{apertura}}$$



Contatto bilatero: condizioni

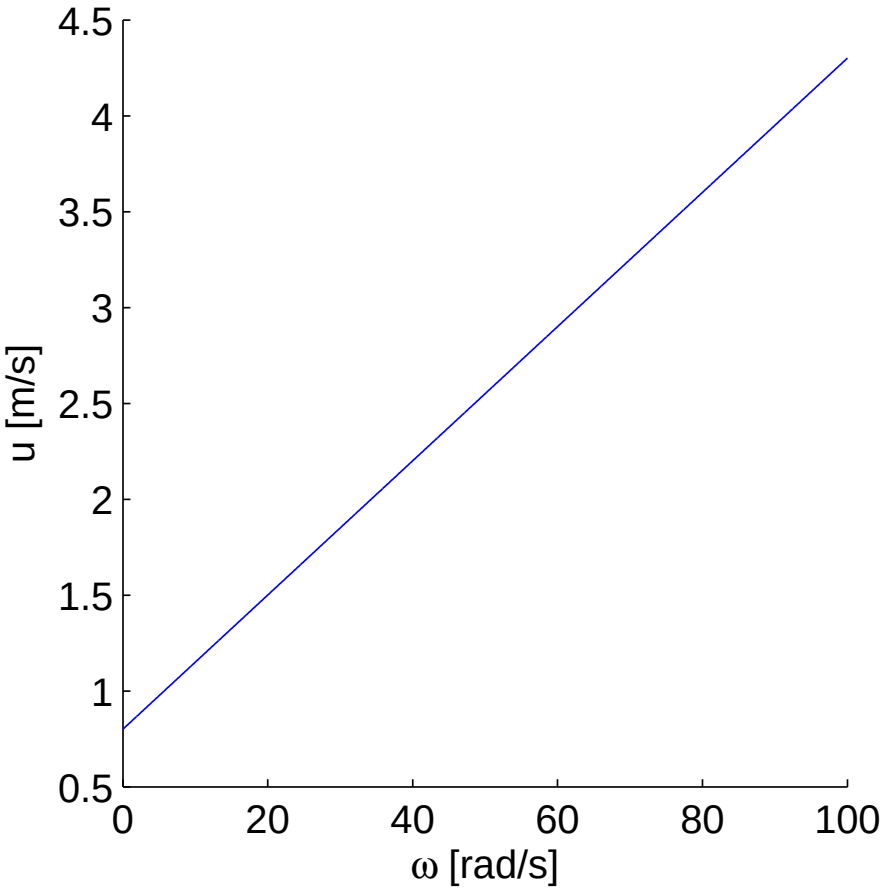
Dopo un po' di calcoli... ponendo $\omega\tau = \varphi$,

$$d\cos(\varphi) + L\sin(\varphi) + \sin(\tfrac{\pi}{2} - \varphi)\left(\tfrac{v}{\omega}\right)\varphi \leq d + \left(\tfrac{u}{\omega}\right)\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2.$$

Contatto bilatero: condizioni

Dopo un po' di calcoli... ponendo $\omega\tau = \varphi$,

$$d\cos(\varphi) + L\sin(\varphi) + \sin(\tfrac{\pi}{2} - \varphi)\left(\tfrac{v}{\omega}\right)\varphi \leq d + \left(\tfrac{u}{\omega}\right)\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2.$$



Dati v, L, d,
possiamo ricavare
tutti i **valori** (u, ω)
per cui **non** c'è **collisione**
per **qualunque angolo di arrivo**!

(Sopra la retta)

Vincolo di post-fine-corsa

$$d\cos(\varphi) + L\sin(\varphi) + \sin(\tfrac{\pi}{2} - \varphi)\left(\tfrac{v}{\omega}\right)\varphi \leq R, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2,$$

Vincolo di post-fine-corsa

$$d\cos(\varphi) + L\sin(\varphi) + \sin(\tfrac{\pi}{2} - \varphi)\left(\tfrac{v}{\omega}\right)\varphi \leq R, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2,$$

che per $\varphi = \pi/2$ implica

$$L < R,$$

apertura massima delle sponde superiore alla larghezza del nastro!

Contatto bilatero: condizioni

Vincolo di post-fine-corsa

$$d\cos(\varphi) + L\sin(\varphi) + \sin(\tfrac{\pi}{2} - \varphi)\left(\tfrac{v}{\omega}\right)\varphi \leq R, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2,$$

che per $\varphi = \pi/2$ implica

$$L < R,$$

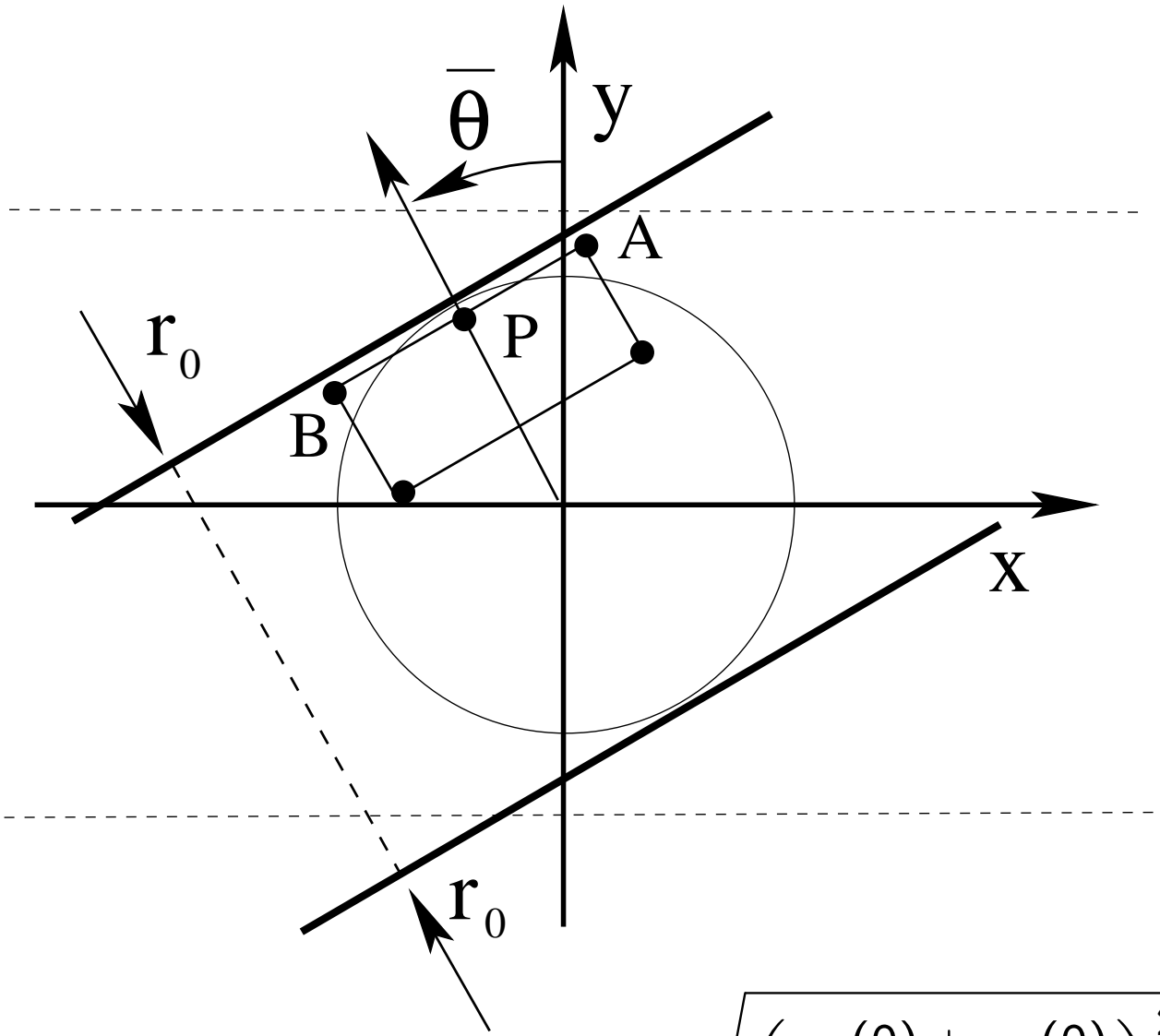
apertura massima delle sponde superiore alla larghezza del nastro!

Si procede analogamente per la **disuguaglianza inferiore**

$$d\cos(\varphi) + L\sin(\varphi) - \sin(\tfrac{\pi}{2} - \varphi)\left(\tfrac{v}{\omega}\right)\varphi \leq d + \left(\tfrac{u}{\omega}\right)\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2$$

$\rightarrow$ **garantita da disuguaglianza superiore**!

Contatto unilatero



Apertura di contatto

$$r_0 = \sqrt{\left(\frac{x_A(0)+x_B(0)}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_A(0)+y_B(0)}{2}\right)^2}$$

Contatto unilatero: condizioni

$$r_0 \cos(\varphi) + L \sin(\varphi) + \sin(\tfrac{\pi}{2} - \varphi) \left(\tfrac{v}{\omega}\right) \varphi \leq r_0 + \left(\tfrac{u}{\omega}\right) \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2.$$

Tempo di apertura: $r_0 + u\tau_a = R$.

Tempo di rotazione: $\Theta - \omega\tau_r = 0$.

Istanti assoluti di inizio rotazione $t_c - \tau_r$ e apertura $t_c - \tau_a$.

Dopo l'istante di contatto, le sponde continuano la loro chiusura fino allo spessore d. **Chiusura totale** al tempo $t_c + \frac{r_0 - d}{u}$.

Algoritmo: fase di aggancio

1. Acquisita la **posizione dei vertici all'istante t_0**, **baricentro**:

$$x_o(t) = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}, \qquad y_o(t) = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}$$

e **asse maggiore**:

$$(y_C - y_A)x + (x_A - x_C)y = (y_C - y_A)x_o + (x_A - x_C)y_o.$$

Algoritmo: fase di aggancio

1. Acquisita la **posizione dei vertici all'istante t_0**, **baricentro**:

$$x_o(t) = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}, \qquad y_o(t) = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}$$

e **asse maggiore**:

$$(y_C - y_A)x + (x_A - x_C)y = (y_C - y_A)x_o + (x_A - x_C)y_o.$$

2. Se $y_C - y_A \neq 0$, **istante $\bar{t}$ in cui l'asse passa per l'origine**:

$$(y_C - y_A)[v\bar{t} + x_o(t_0)] + (x_A - x_C)y_o(t_0) = 0.$$

Algoritmo: fase di aggancio

1. Acquisita la **posizione dei vertici all'istante t_0**, **baricentro**:

$$x_o(t) = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}, \qquad y_o(t) = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}$$

e **asse maggiore**:

$$(y_C - y_A)x + (x_A - x_C)y = (y_C - y_A)x_o + (x_A - x_C)y_o.$$

2. Se $y_C - y_A \neq 0$, **istante $\bar{t}$ in cui l'asse passa per l'origine**:

$$(y_C - y_A)[v\bar{t} + x_o(t_0)] + (x_A - x_C)y_o(t_0) = 0.$$

3. Se in $\bar{t}$ il rettangolo è contenuto nel cerchio di raggio R, **contatto bilatero**: $t_c = \bar{t}$.
Altrimenti, **contatto unilatero**: avviene quando l'**asse minore**

$$(y_B - y_A)x + (x_A - x_B)y = (y_B - y_A)x_o + (x_A - x_B)y_o$$

passa per l'origine:

$$(y_B - y_A)[vt_c + x_o(t_0)] + (x_A - x_B)y_o(t_0) = 0.$$

Algoritmo: fase di aggancio

1.-2.-3. Alternativa:

$$t_c = \arg\min_t \phi(t),$$

dove $\phi(t)$ è il **funzionale** scelto per l'**ottimizzazione**

Algoritmo: fase di aggancio

4. Fissato l'istante di contatto t_c, calcolare l'**angolo**

$$\Theta = \text{atan2}(y_A - y_C, x_A - x_C).$$

Algoritmo: fase di aggancio

4. Fissato l'istante di contatto t_c, calcolare l'**angolo**

$$\Theta = \text{atan2}(y_A - y_C, x_A - x_C).$$

5. Se $\Theta > 0$, durata rotazione oraria $\Theta - \omega\tau_r = 0$; altrimenti, durata rotazione antioraria $\Theta + \omega\tau_r = 0$.
Istante di inizio rotazione rispetto al tempo di contatto:

$$t_{rot} = t_c - \tau_r.$$

Algoritmo: fase di aggancio

4. Fissato l'istante di contatto t_c, calcolare l'**angolo**

$$\Theta = \text{atan2}(y_A - y_C, x_A - x_C).$$

5. Se $\Theta > 0$, durata rotazione oraria $\Theta - \omega\tau_r = 0$; altrimenti, durata rotazione antioraria $\Theta + \omega\tau_r = 0$.
Istante di inizio rotazione rispetto al tempo di contatto:

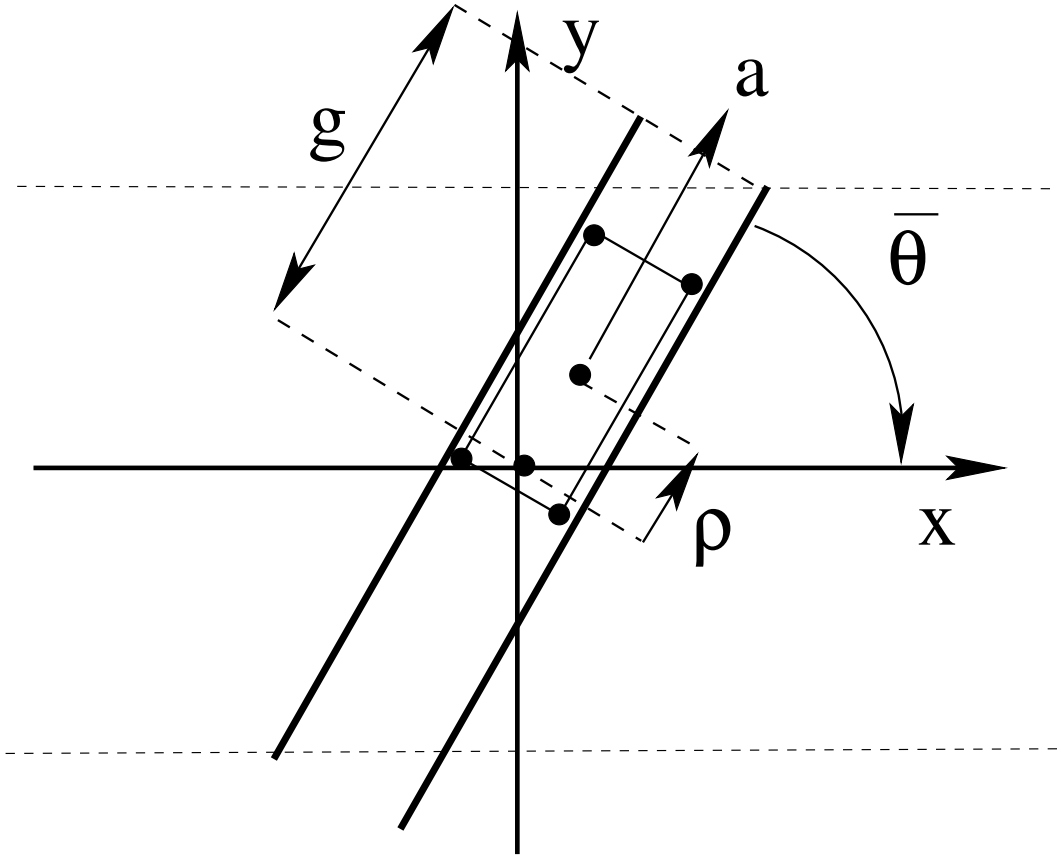
$$t_{rot} = t_c - \tau_r.$$

6. Se contatto bilatero, durata dell'apertura $\tau_a = \frac{R-d}{u}$; altrimenti, $\tau_a = \frac{R-r_0}{u}$, dove $r_0 = \sqrt{\left(\frac{x_A(0)+x_B(0)}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_A(0)+y_B(0)}{2}\right)^2}$.
Istante di inizio dell'apertura rispetto all'istante di contatto:

$$t_{aper} = t_c - \tau_a.$$

Fase di allineamento e rilascio del pezzo

$\rho(t)$: distanza del **baricentro del pezzo** dal centro di rotazione.
S_M: semiasse maggiore del pezzo
g: semilunghezza della sponda



"Effetto frusta"

Fase di rilascio: effetto frusta

Caso peggiore: **no attrito**.

$$\ddot{\rho}(t) = \omega^2 \rho(t), \quad \text{con} \quad \rho(0) = \rho_0, \quad \dot{\rho}(0) = 0,$$

Soluzione

$$\rho(t) = \rho_0 \frac{e^{\omega t} + e^{-\omega t}}{2} = \rho_0 \cosh(\omega t).$$

Fase di rilascio: effetto frusta

Caso peggiore: **no attrito**.

$$\ddot{\rho}(t) = \omega^2 \rho(t), \quad \text{con} \quad \rho(0) = \rho_0, \quad \dot{\rho}(0) = 0,$$

Soluzione

$$\rho(t) = \rho_0 \frac{e^{\omega t} + e^{-\omega t}}{2} = \rho_0 \cosh(\omega t).$$

Posto $\psi = \omega t$, **massimo slittamento**

$$\rho(\psi) = \rho_0 \cosh\left(\tfrac{\pi}{2}\right) \approx 2.50 \rho_0.$$

Fase di rilascio: effetto frusta

Caso peggiore: **no attrito**.

$$\ddot{\rho}(t) = \omega^2 \rho(t), \quad \text{con} \quad \rho(0) = \rho_0, \quad \dot{\rho}(0) = 0,$$

Soluzione

$$\rho(t) = \rho_0 \frac{e^{\omega t} + e^{-\omega t}}{2} = \rho_0 \cosh(\omega t).$$

Posto $\psi = \omega t$, **massimo slittamento**

$$\rho(\psi) = \rho_0 \cosh\left(\tfrac{\pi}{2}\right) \approx 2.50 \rho_0.$$

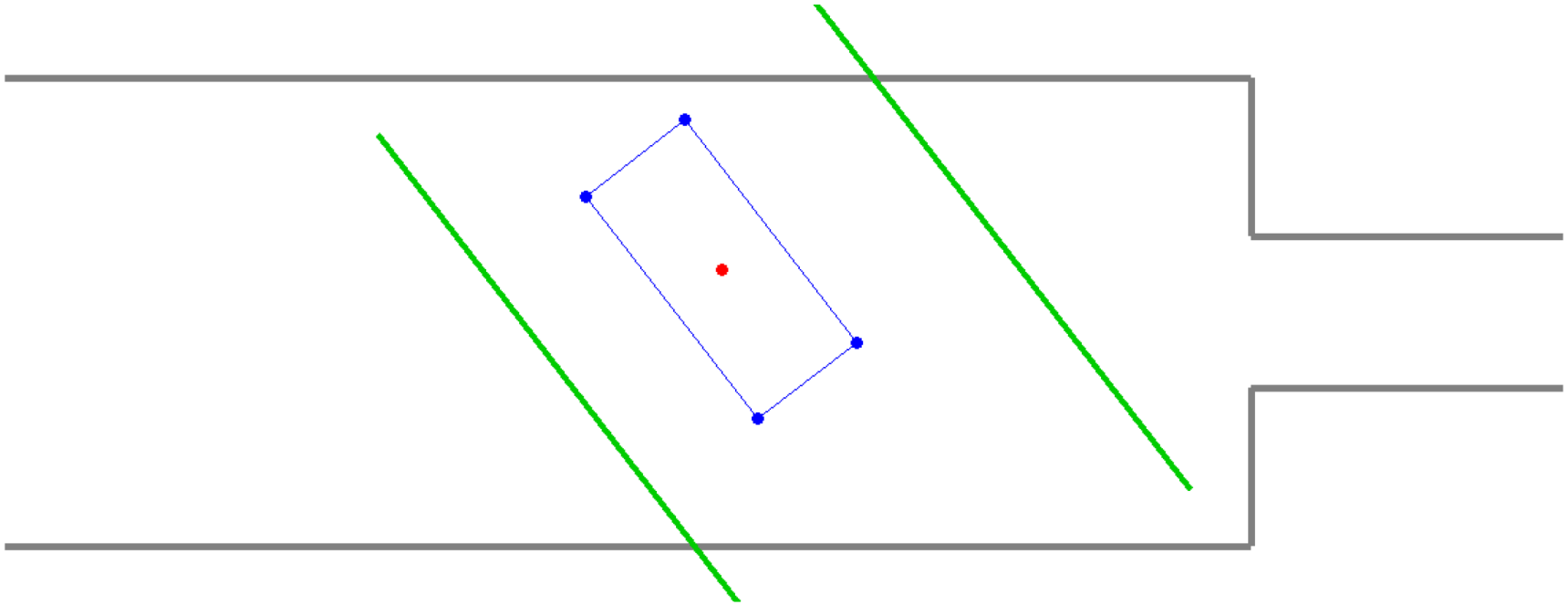
Poiché

$$\rho_0 \leq L - S_M,$$

la **presa sicura dell'oggetto** è **garantita** se:

$$g \geq 2.5(L - S_M) + S_M.$$

Simulatore



Ringraziamenti

Risultati sviluppati con il supporto di AREA Science Park nell'ambito del progetto PoCN - Proof of Concept Network, premiale finanziato dal MIUR per l'anno 2011.

Ringraziamenti

Risultati sviluppati con il supporto di AREA Science Park nell'ambito del progetto PoCN - Proof of Concept Network, premiale finanziato dal MIUR per l'anno 2011.

GRAZIE!