

## **Corso di Programmazione**

**II Accertamento del 29 Giugno 2020 / A**

cognome e nome

Riporta in modo chiaro negli appositi spazi le soluzioni degli esercizi, oppure precise indicazioni se alcune soluzioni si trovano in un foglio separato. Scrivi inoltre il tuo nome nell'intestazione e su ciascun ulteriore foglio che intendi consegnare.

**Selezione degli esercizi proposti  
attraverso la piattaforma Moodle**

## 2. Programmazione dinamica

Considera la seguente procedura funzionale (metodo statico), basata su una ricorsione ad albero:

```
public static long rec( int x, int y, int z ) { // 1 <= x, y <= z
    if ( (x == 1) || (y == z) ) {
        return 1;
    } else {
        return rec( x-1, y, z ) + x * rec( x, y+1, z );
    }
}
```

2.1. Supponi che nel corso dell'esecuzione di un programma che utilizza `rec` venga valutata l'espressione:

```
rec( 8, 5, 12 )
```

Questa valutazione si svilupperà attraverso successive invocazioni ricorsive di `rec(x,y,z)` per diversi valori degli argomenti  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Quali sono il valore più piccolo e il valore più grande che assumerà ciascuno degli argomenti nelle ricorsioni che discendono da `rec(8,5,12)` ?

- Valore più piccolo di  $x$  : ..... e valore più grande di  $x$  : .....
- Valore più piccolo di  $y$  : ..... e valore più grande di  $y$  : .....
- Valore più piccolo di  $z$  : ..... e valore più grande di  $z$  : .....

2.2. Applica una tecnica di programmazione dinamica *bottom-up* (iterativa) per realizzare una versione più efficiente della procedura `rec`.

### 3. Ricorsione e iterazione

Il seguente programma, basato sulla ricorsione, risolve il rompicapo della *torre di Hanoi* a partire da una qualsiasi disposizione valida dei dischi in corrispondenza alle tre asticelle, e restituisce la sequenza di mosse codificata da una stringa. Per tenere traccia dello stato del gioco viene utilizzato un oggetto di tipo `Towers`, che inizialmente rappresenta la configurazione da cui si intende partire e successivamente, attraverso il metodo `moves`, permette di acquisire la stringa che rappresenta le mosse effettuate. (Ai fini di questo esercizio non è comunque necessario conoscere le specifiche del protocollo di Towers).

```
public static String hanoi( Towers hts, int d ) { // hts: stato iniziale gioco
                                                // d:   posizione finale torre
    hanoiRec( hts.height(), d, hts );
    return hts.moves();
}

private static void hanoiRec( int n, int d, Towers hts ) {

    if ( n > 0 ) {
        if ( hts.site(n) == d ) {
            hanoiRec( n-1, d, hts );
        } else {
            int t = hts.transit( n, d );
            hanoiRec( n-1, t, hts );
            hanoiRec( -n, d, hts );
            hanoiRec( n-1, d, hts );
        }
    } else if ( n < 0 ) {
        hts.move( -n, d );
    }
}
```

3.1. Completa la definizione del metodo `hanoiIter` che trasforma la ricorsione in iterazione applicando uno stack.

```
public static String hanoiIter( Towers hts, int d ) {

    int n = hts.height();
    Stack<int[]> stk = new Stack<int[]>();
    stk.push( new int[]{ n, d } );

    while ( ..... ) {

        int[] f = ..... ;

        n = ..... ;

        d = ..... ;

        if ( n > 0 ) {
            if ( hts.site(n) == d ) {

                stk.push( new int[]{ ..... } );
            } else {
                int t = hts.transit( n, d );

                stk.push( ..... );

                ..... ;

                ..... ;
            }
        } else if ( n < 0 ) {

            ..... ;
        }
    }

    return hts.moves();
}
```

3.2. In base al codice di `hanoiRec`, il parametro  $n$  può anche assumere valori negativi. Quale potrebbe esserne la funzione, a tuo giudizio? Spiega brevemente la tua interpretazione.

#### 4. Definizione di classi Java

Un'istanza della classe `Towers` rappresenta lo stato del rompicapo della *torre di Hanoi* e permette di modellare l'evoluzione del gioco, attraverso successive disposizioni valide di  $n$  dischi, tenendo traccia delle mosse effettuate. I dischi sono numerati da 1 a  $n$  in ordine crescente di diametro; le tre asticelle previste dal rompicapo sono identificate da 1, 2 e 3. Il protocollo della classe è specificato come segue:

- `public Towers( int n )`  
costruttore, il cui parametro  $n$  indica il numero di dischi, ovvero l'altezza della torre da ricostruire.
- `public void put( int disk, int rod )`  
metodo per stabilire la posizione iniziale del disco  $disk$  in corrispondenza all'asticella  $rod$ , prima di giocare.
- `public void move( int disk, int dst )`  
metodo che consente di modificare lo stato del gioco effettuando una mossa che sposta il disco  $disk$  dall'asticella in cui si trova all'asticella di destinazione  $dst$ .
- `public int height()`  
metodo che restituisce l'altezza della torre da ricostruire (o equivalentemente il numero di dischi del gioco).
- `public int site( int disk )`  
metodo che restituisce il numero che identifica l'asticella in corrispondenza alla quale è collocato il disco  $disk$ .
- `public int transit( int disk, int dst )`  
metodo che restituisce il numero che identifica l'asticella *di transito* per il disco  $disk$  con destinazione  $dst$ : l'asticella di transito è quella che rimane escludendo l'asticella in cui è collocato  $disk$  e l'asticella  $dst$ .
- `public String moves()`  
metodo per acquisire la stringa che codifica la sequenza di mosse effettuate.

Nella stringa restituita da `moves`, una mossa dall'asticella  $src$  all'asticella  $dst$  è codificata da cinque caratteri: uno spazio bianco, seguito dalla cifra che denota  $src$ , seguita dalla coppia di caratteri " $->$ " e dalla la cifra che denota  $dst$ . Inoltre, le codifiche di mosse successive sono semplicemente giustapposte. Per esempio, le 7 mosse che risolvono il rompicapo per tre dischi, inizialmente tutti collocati in corrispondenza all'asticella 1, ricostruendo la torre in corrispondenza all'asticella 2 sono rappresentate dalla stringa:

```
" 1->2 1->3 2->3 1->2 3->1 3->2 1->2"
```

La classe `Towers` può essere impostata in Java come segue:

```
public class Towers {  
  
    // Variabili di istanza ...  
  
    // Costruttore ...  
  
    // Metodi ...  
  
    public int transit( int disk, int dst ) {  
        return ( 6 - site(disk) - dst );  
    }  
  
} // class Towers
```

**4.1.** Introduci una rappresentazione interna adatta al fine di realizzare le funzionalità specificate dal protocollo, definendo con precisione le variabili di istanza e il costruttore della classe `Towers`.

**4.2.** Una semplice definizione del metodo `transit` è riportata sopra. Definisci gli altri cinque metodi del protocollo di `Towers`, in accordo alle specifiche fornite.

## **Corso di Programmazione**

**II Accertamento del 29 Giugno 2020 / B**

cognome e nome

Riporta in modo chiaro negli appositi spazi le soluzioni degli esercizi, oppure precise indicazioni se alcune soluzioni si trovano in un foglio separato. Scrivi inoltre il tuo nome nell'intestazione e su ciascun ulteriore foglio che intendi consegnare.

**Selezione degli esercizi proposti  
attraverso la piattaforma Moodle**

## 2. Programmazione dinamica

Considera la seguente procedura funzionale (metodo statico), basata su una ricorsione ad albero:

```
public static long rec( int t, int u, int v ) { // 1 <= u, v <= t
    if ( (u > 1) && (v < t) ) {
        return rec( t, u-1, v ) + u * rec( t, u, v+1 );
    } else {
        return 1;
    }
}
```

2.1. Supponi che nel corso dell'esecuzione di un programma che utilizza `rec` venga valutata l'espressione:

```
rec( 14, 10, 7 )
```

Questa valutazione si svilupperà attraverso successive invocazioni ricorsive di `rec(t,u,v)` per diversi valori degli argomenti  $t$ ,  $u$  e  $v$ . Quali sono il valore più piccolo e il valore più grande che assumerà ciascuno degli argomenti nelle ricorsioni che discendono da `rec(14,10,7)`?

- Valore più piccolo di  $t$ : ..... e valore più grande di  $t$ : .....
- Valore più piccolo di  $u$ : ..... e valore più grande di  $u$ : .....
- Valore più piccolo di  $v$ : ..... e valore più grande di  $v$ : .....

2.2. Applica una tecnica di programmazione dinamica *bottom-up* (iterativa) per realizzare una versione più efficiente della procedura `rec`.

### 3. Ricorsione e iterazione

Il seguente programma, basato sulla ricorsione, risolve il rompicapo della *torre di Hanoi* a partire da una qualsiasi disposizione valida dei dischi in corrispondenza alle tre asticelle, e restituisce la sequenza di mosse codificata da una stringa. Per tenere traccia dello stato del gioco viene utilizzato un oggetto di tipo `Towers`, che inizialmente rappresenta la configurazione da cui si intende partire e successivamente, attraverso il metodo `moves`, permette di acquisire la stringa che rappresenta le mosse effettuate. (Ai fini di questo esercizio non è comunque necessario conoscere le specifiche del protocollo di `Towers`).

```
public static String hanoi( Towers hts, int t ) { // hts: stato iniziale gioco
                                                // t:   posizione finale torre
    hanoiRec( t, hts.height(), hts );
    return hts.moves();
}

private static void hanoiRec( int t, int n, Towers hts ) {

    if ( n != 0 ) {
        if ( n < 0 ) {
            hts.move( -n, t );
        } else if ( hts.site(n) == t ) {
            hanoiRec( t, n-1, hts );
        } else {
            int x = hts.transit( n, t );
            hanoiRec( x, n-1, hts );
            hanoiRec( t, -n, hts );
            hanoiRec( t, n-1, hts );
        }
    }
}
```

**3.1.** Completa la definizione del metodo `hanoiIter` che trasforma la ricorsione in iterazione applicando uno stack.

```
public static String hanoiIter( Towers hts, int t ) {

    int n = hts.height();
    Stack<int[]> stk = new Stack<int[]>();
    stk.push( new int[]{ t, n } );

    while ( ..... ) {

        int[] f = ..... ;

        t = ..... ;

        n = ..... ;

        if ( n != 0 ) {
            if ( n < 0 ) {

                ..... ;

            } else if ( hts.site(n) == t ) {

                stk.push( new int[]{ ..... } );

            } else {

                int x = hts.transit( n, t );

                stk.push( ..... );

                ..... ;

                ..... ;

            }
        }
    }
    return hts.moves();
}
```

**3.2.** In base al codice di `hanoiRec`, il parametro  $n$  può anche assumere valori negativi. Quale potrebbe esserne la funzione, a tuo giudizio? Spiega brevemente la tua interpretazione.

#### 4. Definizione di classi Java

Un'istanza della classe `Towers` rappresenta lo stato del rompicapo della *torre di Hanoi* e permette di modellare l'evoluzione del gioco, attraverso successive disposizioni valide di  $n$  dischi, tenendo traccia delle mosse effettuate. I dischi sono numerati da 1 a  $n$  in ordine crescente di diametro; le tre asticelle previste dal rompicapo sono identificate da 1, 2 e 3. Il protocollo della classe è specificato come segue:

- `public Towers( int n )`  
costruttore, il cui parametro  $n$  indica il numero di dischi, ovvero l'altezza della torre da ricostruire.
- `public void add( int rod )`  
metodo per stabilire la posizione iniziale di ciascun disco, prima di giocare, procedendo in ordine di diametro decrescente; il disco più grande fra i rimanenti viene collocato in corrispondenza all'asticella  $rod$ .
- `public void move( int disk, int trg )`  
metodo che consente di modificare lo stato del gioco effettuando una mossa che sposta il disco  $disk$  dall'asticella in cui si trova all'asticella di destinazione  $trg$ .
- `public int height()`  
metodo che restituisce l'altezza della torre da ricostruire (o equivalentemente il numero di dischi del gioco).
- `public int site( int disk )`  
metodo che restituisce il numero che identifica l'asticella in corrispondenza alla quale è collocato il disco  $disk$ .
- `public int transit( int disk, int trg )`  
metodo che restituisce il numero che identifica l'asticella *di transito* per il disco  $disk$  con destinazione  $trg$ : l'asticella di transito è quella che rimane escludendo l'asticella in cui è collocato  $disk$  e l'asticella  $trg$ .
- `public String moves()`  
metodo per acquisire la stringa che codifica la sequenza di mosse effettuate.

Nella stringa restituita da `moves`, una mossa che sposta il disco  $disk$  in corrispondenza all'asticella  $trg$  è codificata da quattro elementi: uno spazio bianco, seguito dal numero che denota  $disk$ , seguito dal carattere ":" e dalla cifra che denota  $trg$ . Inoltre, le codifiche di mosse successive sono semplicemente giustapposte. Per esempio, le 7 mosse che risolvono il rompicapo per tre dischi, inizialmente tutti collocati in corrispondenza all'asticella 1, ricostruendo la torre in corrispondenza all'asticella 2 sono rappresentate dalla stringa:

```
" 1:2 2:3 1:3 3:2 1:1 2:2 1:2"
```

La classe `Towers` può essere impostata in Java come segue:

```
public class Towers {  
  
    // Variabili di istanza ...  
  
    // Costruttore ...  
  
    // Metodi ...  
  
    public int transit( int disk, int trg ) {  
        return ( 6 - site(disk) - trg );  
    }  
  
} // class Towers
```

**4.1.** Introduci una rappresentazione interna adatta al fine di realizzare le funzionalità specificate dal protocollo, definendo con precisione le variabili di istanza e il costruttore della classe `Towers`.

**4.2.** Una semplice definizione del metodo `transit` è riportata sopra. Definisci gli altri cinque metodi del protocollo di `Towers`, in accordo alle specifiche fornite.