



Problema 9

9 Dicembre 2014

Descrizione

La tassellazione della regione quadrata illustrata in Fig. 1 è realizzata utilizzando “piastrelle” a L, come quella rappresentata qui a destra, il cui contorno è composto da lati di lunghezza 1 e 2. Quando il rapporto fra la lunghezza del lato della regione e quella del lato più lungo della piastrella è una potenza di due, disponendo di un numero sufficiente di queste piastrelle è possibile tassellare la superficie della regione quadrata lasciando scoperto un quadratino di lato 1. Questa “lacuna” può essere collocata ovunque all’interno della regione, purché la distanza dai bordi sia esprimibile attraverso numeri interi. La colorazione delle piastrelle in Fig. 2 suggerisce un modo per affrontare il problema di tassellazione attraverso la ricorsione; in alternativa, un modo diverso potrebbe basarsi sulla soluzione del problema 6.

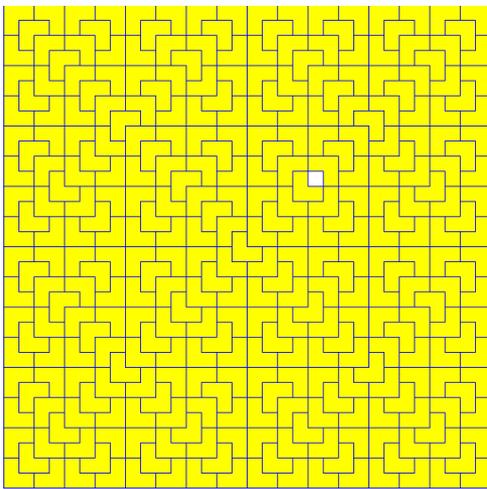


Fig. 1

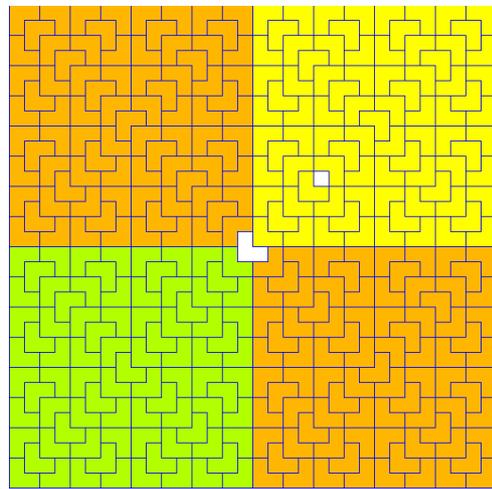


Fig. 2

Definisci una procedura *S-tessellation* che, data la lunghezza *n* dei lati della regione *Q* da coprire — che si assume espressa da una potenza di due — e date le coordinate intere *i, j* del vertice in basso a destra della lacuna rispetto al vertice in alto a sinistra di *Q*, dove $1 \leq i, j \leq n$, restituisce l’ “immagine” della regione tassellata.

Esempi (*i* e *j* rappresentano rispettivamente le distanze verticale e orizzontale)

(S-tessellation 2 2 1)	→	
(S-tessellation 4 4 1)	→	
(S-tessellation 8 4 5)	→	
(S-tessellation 32 12 21)	→	[vedi Fig. 1]

Per sviluppare il programma con il supporto del *teachpack* `drawings.ss` (lo stesso già utilizzato per affrontare i problemi 2 e 6), introduci all’inizio del programma il comando Scheme contenuto nel file `tiles.rkt`, quindi definisci la procedura richiesta *S-tessellation* e le eventuali procedure di supporto.

Una volta integrato il *teachpack* `drawings.ss`, avrai a disposizione questi strumenti:

La *forma base*, o “piastrella”, identificata dalla *costante* (di tipo “immagine”, raffigurata in alto a destra):

- `L-tile`

Le seguenti *procedure*, che restituiscono una *figura* (immagine) determinata dalla traslazione, dalla rotazione o dalla sovrapposizione di figure ricevute come argomento — eventualmente combinazioni di altre figure a loro volta:

- `(shift-down <figura> <passi>)` l’immagine che risulta spostando *<figura>* in basso di *<passi>* passi
- `(shift-right <figura> <passi>)` l’immagine che risulta spostando *<figura>* a destra di *<passi>* passi
- `(quarter-turn-right <figura>)` l’immagine che risulta ruotando *<figura>* di 90 gradi in verso orario
- `(quarter-turn-left <figura>)` l’immagine che risulta ruotando *<figura>* di 90 gradi in verso antiorario
- `(half-turn <figura>)` l’immagine che risulta ruotando *<figura>* di 180 gradi (capovolgendola)
- `(glue-tiles <figura1> <figura2>)` l’immagine che risulta sovrapponendo *<figura₁>* e *<figura₂>*

Nell’elenco riportato sopra ciascuna procedura è caratterizzata da uno schema di applicazione e dalla descrizione del risultato della rispettiva valutazione. Gli argomenti *<figura>*, *<figura₁>*, *<figura₂>* si riferiscono all’immagine di una figura (singola piastrella o figura composta, eventualmente traslata e/o ruotata); *<passi>* denota un numero naturale positivo che rappresenta la misura (discretizzata) della traslazione, dove l’unità di misura corrisponde alla lunghezza del lato più corto della piastrella base.

Per capire meglio il ruolo di ciascuno degli strumenti introdotti conviene sperimentare la valutazione di qualche semplice espressione, a partire dalla valutazione della costante `L-tile`.

Esempi

<code>L-tile</code>	→	
<code>(shift-right L-tile 2)</code>	→	?
<code>(quarter-turn-left L-tile)</code>	→	?
<code>(glue-tiles L-tile (shift-down (shift-right L-tile 1) 1))</code>	→	?