



## Problema 12

20 Marzo 2013

### Descrizione

Considera la seguente versione della “conta” che, traendo spunto dal racconto di Giuseppe Flavio, prevede venga servito un commensale ogni tre anziché uno ogni due:

*N sgabelli sono disposti in cerchio attorno a una tavola rotonda, numerati da 1 a N in senso orario (in particolare a sinistra dello sgabello n. N si trova lo sgabello n. 1). Inizialmente, su ciascuno sgabello prende posto un cavaliere con una tazza davanti a sé e il cavaliere seduto al posto n. 1 riceve una brocca di sidro abbastanza capiente per soddisfare tutti. Per servire il sidro si procede applicando le seguenti regole. Identifichiamo con A il cavaliere che in un certo momento ha la brocca; con B quello più prossimo alla sinistra di A; con C quello più prossimo alla sinistra di B. (Detto altrimenti, A, B e C sono i primi tre commensali che si incontrano, nell'ordine, procedendo attorno alla tavola in senso orario a partire da A.) B solleva la tazza di C e la avvicina ad A affinché A possa versargli il sidro. Una volta riempita la propria tazza, C si allontana dalla tavola e va a bersi il sidro sotto una pergola. Quindi A passa la brocca al commensale che si trovava alla sinistra di C prima che quest'ultimo si allontanasse. Di volta in volta chi riceve la brocca e i due commensali successivi si comportano allo stesso modo, finché le regole non possono più essere applicate perché solo gli ultimi due cavalieri rimangono seduti a tavola.*

*Poiché la brocca contiene sidro in abbondanza, i due cavalieri che dovranno servirsi per ultimi avranno l'opportunità di vuotarla riempiendo ripetutamente le proprie tazze. Immagina che tu e un/a amico/a siete due dei cavalieri, quali sgabelli scegliereste, identificati dai due corrispondenti numeri, per avere questo privilegio?*

(i) Procedendo in modo analogo a quanto visto a lezione, scrivi un programma che risolve il problema proposto modellando la situazione con un dato astratto *tavola-rotonda*, basato sul protocollo:

```
(new-round-table n)      : interi → configurazioni (disposizione iniziale con  $n \geq 2$ )
(number-of-knights-in tab) : configurazioni → interi (numero di cavalieri a tavola)
(two-serving-knights-in tab) : configurazioni → coppia (i due cavalieri che servono il terzo se c'è)
(after-next-exit-from tab) : configurazioni → configurazioni (uscita e passaggio della brocca)
```

(ii) Realizza quindi una versione più “efficiente” delle procedure del protocollo, utilizzando due liste come nell'esempio discusso a lezione (e sperimentane le prestazioni per elevati valori di  $n$ ).

**Esempi** (supponendo che la procedura principale sia denominata `gflavio`)

```
(gflavio 2)      → '(1 2)
(gflavio 3)      → '(1 2)
(gflavio 4)      → '(4 1)
(gflavio 5)      → '(2 4)
(gflavio 6)      → '(5 1)
(gflavio 7)      → '(1 4)
(gflavio 8)      → '(4 7)
(gflavio 12)     → '(5 10)
(gflavio 10000)  → '(8923 2692)
```