Laboratorio di Programmazione a.a. 2011-12

Problema 10

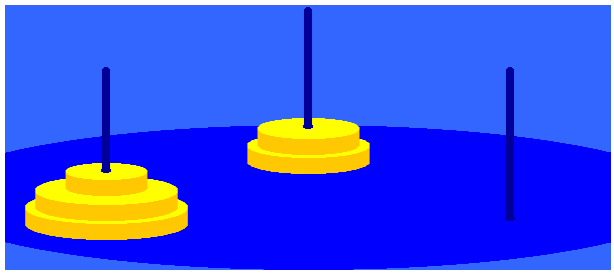
14 Dicembre 2011

Descrizione

Dato un intero postivo *n*, la procedura `hanoi-moves` restituisce la sequenza di mosse, descritta da una stringa, che risolve il rompicapo della *Torre di Hanoi* di *n* dischi:

```
(define hanoi-moves  ; valore: stringa
  (lambda (n)        ; n > 0 intero
    (hanoi-rec n "A" "B" "C")
    ))

(define hanoi-rec    ; valore: stringa
  (lambda (n s d t)  ; n intero, s, d, t: stringhe
    (if (= n 1)
        (string-append s "->" d)
        (let ((m1 (hanoi-rec (- n 1) s t d))
              (m2 (hanoi-rec (- n 1) t d s))
              )
          (string-append m1 ", " s "->" d ", " m2)
          ))
    ))
```




```
'((1 4 5 A) (C) (2 3 B))
```

Il programma si basa sulla procedura `hanoi-rec` che applica la *ricosione ad albero*. Tuttavia, per determinare una specifica mossa, la *k*-ima ($1 \le k < 2^n$), non è necessario utilizzare la ricorsione ad albero, ma anzi è sufficiente la *ricorsione di coda*. A tal fine si può infatti osservare che, delle 2^n-1 mosse necessarie a risolvere il rompicapo, quella centrale permette di spostare il disco più grande. Analogamente, non è necessario utilizzare la ricorsione ad albero per determinare una specifica configurazione del gioco, cioè la disposizione dei dischi nelle tre asticelle dopo la *k*-ima mossa. Cerca di realizzare i programmi richiesti nei punti (i) e (ii) *senza* usare la ricorsione ad albero.

(i) Definisci una procedura `hanoi-move` che, dati due interi positivi *n* e *k*, con $k < 2^n$, restituisce la *k*-ima mossa della sequenza (di mosse) che risolve il rompicapo della Torre di Hanoi di *n* dischi.

Esempi

```
(hanoi-move 3 1)   →   "A->B"
(hanoi-move 3 2)   →   "A->C"
(hanoi-move 3 3)   →   "B->C"
(hanoi-move 3 4)   →   "A->B"
(hanoi-move 3 5)   →   "C->A"
(hanoi-move 3 6)   →   "C->B"
(hanoi-move 3 7)   →   "A->B"

(hanoi-move 5 6)   →   "C->B"
```

(ii) [*La soluzione di questo problema è significativamente più impegnativa.*] Definisci una procedura `hanoi-config` che, dati due interi *n*, *k*, con $n > 0$ e $0 \le k < 2^n$, restituisce la disposizione dei dischi al termine della *k*-ima mossa. Per $k = 0$ la procedura restituisce la configurazione iniziale.

A tal fine conviene rappresentare gli *n* dischi con i numeri *1, 2, ..., n*, dove a un numero più grande corrisponde un diametro maggiore. Una configurazione può allora essere descritta da una terna di liste (lista di tre liste), associate alle tre asticciole, in cui i dischi sono ordinati per diametro crescente a partire dal primo elemento. Si suggerisce inoltre di non preoccuparsi che l'ordine delle tre liste nella terna sia predeterminato, ma di identificare l'asticciola a cui si rifersice con un elemento aggiuntivo alla fine di ciascuna lista della terna. In questo senso la configurazione illustrata dalla figura nella pagina precedente può essere descritta dalla terna `'((1 4 5 A) (C) (2 3 B))` come riportato in didascalia, oppure indifferentemente da `'((1 4 5 A) (2 3 B) (C))`, `'((C) (2 3 B) (1 4 5 A))`, ecc.

Esempi

```
(hanoi-config 5 0)   →   '((1 2 3 4 5 A) (C) (B))

(hanoi-move 5 1)     →   "A->B"

(hanoi-config 5 1)   →   '((C) (1 B) (2 3 4 5 A))

(hanoi-move 5 2)     →   "A->C"

(hanoi-config 5 2)   →   '((1 B) (3 4 5 A) (2 C))

(hanoi-move 5 3)     →   "B->C"

(hanoi-config 5 3)   →   '((3 4 5 A) (1 2 C) (B))

(hanoi-config 5 5)   →   '((3 B) (1 4 5 A) (2 C))

(hanoi-move 5 6)     →   "C->B"

(hanoi-config 5 6)   →   '((1 4 5 A) (C) (2 3 B))

(hanoi-config 5 16)  →   '((1 2 3 4 C) (5 B) (A))

(hanoi-config 5 31)  →   '((C) (1 2 3 4 5 B) (A))
```